

TEHNICI DE MODELARE GEOMETRICĂ 3D BAZATE PE SUPRAFEȚE B-SPLINE PENTRU PROIECTAREA ASISTATĂ DE CALCULATOR A FORMELOR DE CARENĂ A NAVELOR

ing. Marius Nițu,
mat. Tudor Macovei,
ing. Dragos Dobran,

Institutul de Cercetări în Informatică București

Rezumat: În prezenta lucrare, se discută problema proiectării planurilor de formă (generarea liniilor de contur) ale navelor. După o scurtă prezentare a noțiunilor de bază despre interpolarea bazată pe curbe și suprafețe B-spline, se prezintă un algoritim de calcul al intersecției suprafețelor B-spline cu plane paralele la planele ortogonale principale. Sînt, de asemenea, discutate condițiile de capăt ale suprafețelor B-spline în cazul general, ca și în cazul în care suprafețele se conectează de-a lungul unei curbe spațiale cu continuitate C^0 . În final, se discută arhitectura unui sistem de proiectare asistată de calculator a formei carenelor navelor.

Cuvinte cheie: Proiectarea asistată de calculator, modelare geometrică, interpolare B-spline.

1. Formularea problemei

În etapa inițială a proiectării carenei navelor, problema modelării suprafețelor ce o compun este de maximă importanță. În calculul computerizat al formei carenelor, metodele ce au căpătat cea mai largă răspîndire sînt cele bazate pe utilizarea curbelor și suprafețelor parametrizate. Principalele probleme privind modelarea geometrică, bazată pe aceste tipuri de suprafețe sînt legate de determinarea condițiilor de continuitate geometrică, pe care trebuie să le îndeplinească suprafețele ce compun carena navei, ca și de procedurile de generare a liniilor de contur, determinate prin intersecțarea acestor suprafețe cu plane paralele cu planele principale ale unui triedru ortogonal.

În definirea suprafețelor ce compun carena navei, proiectantul pornește de la un tabel de date, ce descrie o mulțime de contururi poligonale, prelevate de pe un model al navei, testat în laborator, pentru o bună curgere hidrodinamică. În practica tradițională a proiectării carenelor navelor, punctele ce formează un anumit contur poligonal sînt unite printr-o curbă netedă prin intermediul unui dispozitiv numit spline, aceasta fiind o activitate puternic consumatoare de timp și foarte migăloasă. Curbele astfel definite reprezintă

urmă intersecțiilor dintre suprafețele ce formează carena navei și plane echidistante, paralele la planele principale ale unui triedru ortogonal, la care sînt raportate punctele din tabelul inițial de date. Se lucrează simultan în cele trei proiecții plane ortogonale, acordîndu-se multă atenție consistenței curbelor rezultate (coordonata pe z a unui punct din planul xOz trebuie să se regăsească cu aceeași valoare în planul yOz). Anumite puncte, din tabelul de date, aparțin curbelor de intersecție a două suprafețe ce compun nava și sînt numite frîngerii. Ca intersecții de suprafețe netede, frîngerile sînt curbe de clasa C^2 , dar, de-a lungul acestora, suprafața navei este de clasa C^0 .

2. Modelarea suprafețelor carenei navei prin curbe B-spline. Un eșec.

Calea cea mai ușoară pentru generarea curbelor de contur pare să fie interpolarea prin intermediul curbelor B-spline în cele trei proiecții normale principale, analog modului în care se lucrează în abordarea tradițională. Fără a enunța în detaliu modul de definire a funcțiilor B-spline, vom menționa totuși o formă matriceală de definire a lor (detalii complete putîndu-se găsi în multe referințe, din care menționăm [1]):

$$\begin{aligned} x(t) &= T M_s G_{sx} \\ y(t) &= T M_s G_{sy} \\ z(t) &= T M_s G_{sz} \end{aligned} \quad (1)$$

unde relațiile (1) definesc reprezentarea geometrică a unei cubice 3D cu următoarea semnificație a notațiilor:

$T = [t^3 \ t^2 \ t \ 1]$ este vectorul rînd al puterilor parametrului t ; $0 \leq t \leq 1$

$$M_s = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

unde M_s este matricea spline.

Pentru a aproxima punctele de control P_1, P_2, \dots, P_n printr-o serie de polinomiale B-spline de grad 3, utilizăm o matrice geometrică diferită între fiecare pereche de puncte adiacente. Aproximarea de la P_i la P_{i+1} utilizează:

$$G_s = \begin{vmatrix} P_{i-1} \\ P_i \\ P_{i+1} \\ P_{i+2} \end{vmatrix}$$

$$2 \leq i \leq n-2$$

rezultînd din această definiție și sensul notațiilor G_{sx}, G_{sy} și G_{sz} [1].

Pentru acest tip de curbe se poate demonstra ușor [1], [2] continuitatea derivatei de ordinul unu și doi în punctul de contact P_{i+1} (extinzînd discuția la continuitatea geometrică, aceasta înseamnă continuitatea vectorului tangent și al curburii).

Reprezentarea B-spline nu interpoolează în general, nici unul din punctele de control, iar continuitatea vectorilor tangenți și a curburii determină aspectul neted al curbelor. De asemenea aceste reprezentări au proprietatea de coajă convexă (vezi [1], [2] pentru detalii).

După această scurtă introducere, se poate încerca modelarea liniilor de contur ale navei prin intermediul acestor curbe. Se alege mai întâi un plan paralel la xOz și se citește din tabel, pentru o anumită curbă, coordonatele vîrfurilor poligonului de control. Se consideră cele patru puncte necesare aproximării de la P_i la P_{i+1} :

$$P_{i-1}: x_{i-1}, y_{i-1}=k, z_{i-1}$$

$$P_i: x_i, y_i=k, z_i$$

$$P_{i+1}: x_{i+1}, y_{i+1}=k, z_{i+1}$$

$$P_{i+2}: x_{i+2}, y_{i+2}=k, z_{i+2}$$

Se alege apoi un plan paralel la yOz și se repetă operațiunile de mai sus pentru aceiași indici i:

$$P'_{i-1}: x'_{i-1}, y'_{i-1}=k_1, z'_{i-1}$$

$$P'_i: x'_i, y'_i=k_1, z'_i$$

$$P'_{i+1}: x'_{i+1}, y'_{i+1}=k_1, z'_{i+1}$$

$$P'_{i+2}: x'_{i+2}, y'_{i+2}=k_1, z'_{i+2}$$

Este evident că mulțimea de puncte P_{i+k} și P'_{i+k} (cu $k = -1, 0, 1, 2$) au comună coordonata pe z ($z_{i+k} = z'_{i+k}$), dar în aproximarea de la P_i la P_{i+1} celelalte două coordonate diferă. Ca efect, curbele rezultate vor fi netede și continue în fiecare din cele trei proiecții utilizate (ele sînt curbe plane), dar trasarea unui caroiaj în fiecare dintre aceste plane va pune în evidență deosebiri între coordonatele comune ale unui punct oarecare P_i , aflat la intersecția curbei cu liniile caroiajului (coordonata z_i din planul xOz trebuie să fie identică cu z'_i din planul yOz pentru ca liniile de contur să fie corecte).

3. Modelarea suprafețelor carenei prin suprafețe B-spline

Se generalizează mai întâi definiția, de la curbe B-spline, la suprafețe B-spline. (Pentru o discuție completă vezi [1], [2], [6]). Suprafețele parametrizate sînt definite de ecuații în doi parametri: s și t. Variind ambii parametri de la 0 la 1 definim toate punctele de pe o suprafață rețea. Dacă unul dintre parametri este constant iar celălalt variază de la 0 la 1 rezultatul este o curbă cubică. Forma generală a parametrizării pentru coordonata x este:

$$x(s,t) = a_{11}s^3t^3 + a_{12}s^3t^2 + a_{13}s^3t + a_{14}s^3 + a_{21}s^2t^3 + a_{22}s^2t^2 + a_{23}s^2t + a_{24}s^2 + \quad (2)$$

$$+ a_{31}st^3 + a_{32}st^2 + a_{33}st + a_{34}s +$$

$$+ a_{41}t^3 + a_{42}t^2 + a_{43}t + a_{44}$$

Aceasta se scrie convenabil ca:

$$x(s,t) = SC_x T^T \quad (3)$$

unde $S = [s^3 s^2 s 1]$, $T = [t^3 t^2 t 1]$ iar T^T este transpus lui T. Matricea C_x dă coeficienții polinomiale bicubice. În mod analog se definesc parametrizările pentru $y(s,t)$ și $z(s,t)$. Se poate demonstra ca în cazul suprafețelor B-spline [1], [2] matricea coeficienților C ia următoarea formă:

$$C_x = M_s \cdot P_x \cdot M_s^T \quad (4)$$

rezultînd următoarea definiție a suprafeței B-spline:

$$x(s,t) = S \cdot M_s \cdot P_x \cdot M_s^T \cdot T^T$$

$$y(s,t) = S \cdot M_s \cdot P_y \cdot M_s^T \cdot T^T$$

$$z(s,t) = S \cdot M_s \cdot P_z \cdot M_s^T \cdot T^T$$

unde M_s este matricea spline [1], M_s^T este transpus matricei M_s , P_x, P_y, P_z sînt matricele coordonatelor punctelor de control, iar S și T^T au semnificația de mai sus. Matricea P este, în acest caz, o matrice 4 x 4 formată din 16 puncte de control ce definesc o rețea poligonală. Punctele descrise de suprafața B-spline nu sînt, în general, pe rețea, dar continuitatea vectorului tangent și a curburii de-a lungul muchiilor rețelei este păstrată (continuitate geometrică C^2). În mod analog cu curbele B-spline, aceste suprafețe sînt netede și se poate menționa și în cazul lor proprietatea de coajă convexă.

Pentru utilizarea practică însă a acestor suprafețe mai trebuie luate în considerare și condițiile lor de graniță. Prin natura definiției lor, pentru a realiza interpolarea de la punctul P_{00} la P_{11} sînt necesare punctele $P_{-1,-1}, P_{0,-1}, P_{-1,0}, P_{0,0}$, ș.a.m.d, puncte care, cu excepția lui P_{00} , nu sînt definite. Tehnicile clasice de condiții de graniță se referă la introducerea vîrfurilor multiple sau a vîrfurilor "fantomă" [6]. Dintre acestea vom discuta pe scurt o tehnică de condiții de graniță numită "vîrfuri triple". Fiind dată mulțimea inițială de vîrfuri de control:

$$v_{2,2} \quad v_{2,3} \quad \dots \quad v_{2,n-1} \quad v_{2,n} \quad v_{2,n+1}$$

$$v_{3,2} \quad v_{3,3} \quad \dots \quad v_{3,n-1} \quad v_{3,n} \quad v_{3,n+1}$$

$$\dots \dots \dots$$

$$v_{m-1,2} \quad v_{m-1,3} \quad \dots \quad v_{m-1,n-1} \quad v_{m-1,n} \quad v_{m-1,n+1}$$

$$v_{m,2} \quad v_{m,3} \quad \dots \quad v_{m,n-1} \quad v_{m,n} \quad v_{m,n+1}$$

$$v_{m+1,2} \quad v_{m+1,3} \quad \dots \quad v_{m+1,n-1} \quad v_{m+1,n} \quad v_{m+1,n+1}$$

de dimensiune $m \times n$ o extindem la dimensiunea $(m+4) \times (n+4)$ astfel:

$$v_{0,0} \quad v_{0,1} \quad v_{0,2} \quad v_{0,3} \quad \dots \quad v_{0,n-1} \quad v_{0,n} \quad v_{0,n+1} \quad v_{0,n+2} \quad v_{0,n+3}$$

$$v_{1,0} \quad v_{1,1} \quad v_{1,2} \quad v_{1,3} \quad \dots \quad v_{1,n-1} \quad v_{1,n} \quad v_{1,n+1} \quad v_{1,n+2} \quad v_{1,n+3}$$

$$v_{2,0} \ v_{2,1} \ v_{2,2} \ v_{2,3} \ \dots \ v_{2,n-1} \ v_{2,n} \ v_{2,n+1} \ v_{2,n+2} \\ v_{2,n+3}$$

$$\dots$$

$$v_{m,0} \ v_{m,1} \ v_{m,2} \ v_{m,3} \ \dots \ v_{m,n-1} \ v_{m,n} \ v_{m,n+1} \\ v_{m,n+2} \ v_{m,n+3}$$

$$v_{m+1,0} \ v_{m+1,1} \ v_{m+1,2} \ v_{m+1,3} \ \dots \ v_{m+1,n-1} \ v_{m+1,n} \\ v_{m+1,n+1} \ v_{m+1,n+2} \ v_{m+1,n+3}$$

$$v_{m+2,0} \ v_{m+2,1} \ v_{m+2,2} \ v_{m+2,3} \ \dots \ v_{m+2,n-1} \ v_{m+2,n} \\ v_{m+2,n+1} \ v_{m+2,n+2} \ v_{m+2,n+3}$$

$$v_{m+3,0} \ v_{m+3,1} \ v_{m+3,2} \ v_{m+3,3} \ \dots \ v_{m+3,n-1} \ v_{m+3,n} \\ v_{m+3,n+1} \ v_{m+3,n+2} \ v_{m+3,n+3}$$

unde: $v_{\alpha,\tau} = v_{\alpha+1,\tau+1}$, unde $0 \leq \alpha \leq 1, 0 \leq \tau \leq 1$ și

$v_{\alpha',\tau'} = v_{\alpha'-1,\tau'-1}$, unde $m+2 \leq \alpha' \leq m+3, n+2 \leq \tau' \leq n+3$

Se poate demonstra că, în aceste condiții, curbele de graniță dintre peticele definite de mulțimea punctelor de control sînt segmente scurte de dreaptă, și fiecare petic din zona de graniță este o suprafață riglată între o pereche de curbe B-spline. Cele patru petice din colțuri sînt mici suprafețe biliniare. De asemenea, cele patru vîrfuri extreme sînt interpolate, în timp ce celelalte nu sînt (proprietatea generală a suprafețelor B-spline) [6].

În acest moment se dispune de tot ceea ce este necesar lucrului practic cu aceste suprafețe. Dar, reamintim că mulțimea de vîrfuri, care formează rețeaua de control ce definește suprafețele carenei, nu se referă doar la o singură suprafață. Cel mai adesea, cel puțin două suprafețe sînt prezente, iar de-a lungul curbei de intersecție continuitatea lor de clasa C^2 nu mai este dorită. În aceste condiții, se partiționează mulțimea V de vîrfuri de control în două submulțimi W_{sup1} și W_{sup2} , fiecare definind o suprafață netedă. Care sînt condițiile de graniță pe care trebuie să le

îndeplinească cele două suprafețe de-a lungul muchiei lor comune, pentru a menține contactul (continuitate C^0), dar fără a mai fi netede? Mai exact, cum trebuie stabilite condițiile de graniță în acest caz pentru cele două suprafețe?

Se consideră aproximarea de la P_n la P_{n+1} din submulțimea W_{sup1} .

Vom lucra doar pentru parametrizarea în x :

$$x(s, t) = S \cdot M_s \cdot P_{x_{i,n}} \cdot M_s^T \cdot T^T$$

unde:

$$M_s = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$M_s^T = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 0 & 4 \\ -3 & 3 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$S = [s^3 \ s^2 \ s \ 1], \quad T = [t^3 \ t^2 \ t \ 1]$$

iar pentru $P_{x_{i,n}}$ să alegem $x_{i,n-1} = \alpha_i$

$$x_{k,n} = x_{k,n+1} = x_{k,n+2} = \tau_k$$

unde $k = i-1, i, i+1, i+2$

și rezultă:

$$P_{x_{i,n}} = \begin{vmatrix} \alpha_{i-1} & \beta_{i-1} & \beta_{i-1} & \beta_{i-1} \\ \alpha_i & \beta_i & \beta_i & \beta_i \\ \alpha_{i+1} & \beta_{i+1} & \beta_{i+1} & \beta_{i+1} \\ \alpha_{i+2} & \beta_{i+2} & \beta_{i+2} & \beta_{i+2} \end{vmatrix}$$

impunînd condiția de vîrfuri triple de-a lungul parametrizării în t pentru punctele $i-1, i, i+1, i+2$.

Se evaluează acum expresiile $M_s P_x M_s^T$:

$$M_s P_x = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} -\alpha_{i-1} + 3\alpha_i - 3\alpha_{i+1} + \alpha_{i+2} & -\beta_{i-1} + 3\beta_i - 3\beta_{i+1} + \beta_{i+2} & -\beta_{i-1} + 3\beta_i - 3\beta_{i+1} + \beta_{i+2} & (\dots) \\ 3\alpha_{i-1} - 6\alpha_i + 3\alpha_{i+1} & 3\beta_{i-1} - 6\beta_i + 3\beta_{i+1} & 3\beta_{i-1} - 6\beta_i + 3\beta_{i+1} & (\dots) \\ -3\alpha_{i-1} + 3\alpha_{i+1} & -3\beta_{i-1} + 3\beta_{i+1} & -3\beta_{i-1} + 3\beta_{i+1} & (\dots) \\ \alpha_{i-1} + 4\alpha_i + \alpha_{i+1} & \beta_{i-1} + 4\beta_i + \beta_{i+1} & \beta_{i-1} + 4\beta_i + \beta_{i+1} & (\dots) \end{vmatrix}$$

$$M_s P_x M_s^T = \frac{1}{36} \begin{vmatrix} u_1\alpha + u_1\beta & 3u_1\alpha - 3u_1\beta & -3u_1\alpha + 3u_1\beta & -u_1\alpha + 5u_1\beta \\ u_2\alpha + u_2\beta & 3u_2\alpha - 3u_2\beta & -3u_2\alpha + 3u_2\beta & -u_2\alpha + 5u_2\beta \\ u_3\alpha + u_3\beta & 3u_3\alpha - 3u_3\beta & -3u_3\alpha + 3u_3\beta & -u_3\alpha + 5u_3\beta \\ u_4\alpha + u_4\beta & 3u_4\alpha - 3u_4\beta & -3u_4\alpha + 3u_4\beta & -u_4\alpha + 5u_4\beta \end{vmatrix}$$

unde:

$$u_1\alpha = \alpha_{i-1} - 3\alpha_i + 3\alpha_{i+1} - \alpha_{i+2} \\ u_2\alpha = -(3\alpha_{i-1} - 6\alpha_i + 3\alpha_{i+1}) \\ u_3\alpha = -(3\alpha_{i-1} - 3\alpha_{i+1}) \\ u_4\alpha = -(\alpha_{i-1} + 4\alpha_i + \alpha_{i+1}) \\ u_1\beta = -\beta_{i-1} + 3\beta_i - 3\beta_{i+1} + \beta_{i+2} \\ u_2\beta = 3\beta_{i-1} - 6\beta_i + 3\beta_{i+1} \\ u_3\beta = -3\beta_{i-1} + 3\beta_{i+1} \\ u_4\beta = (\beta_{i-1} + 4\beta_i + \beta_{i+1})$$

Se evaluează acum expresia $M_s P_x M_s^T T^T$ pentru $t=1$

$$M_s P_x M_s^T T^T \Big|_{t=1} = \frac{1}{36} \begin{vmatrix} 6(\beta_{i-1} + 3\beta_i - 3\beta_{i+1} + \beta_{i+1}) \\ 6(3\beta_{i-1} - 6\beta_i - 3\beta_{i+2}) \\ 6(-3\beta_{i-1} + 3\beta_{i+1}) \\ 6(\beta_{i-1} + 4\beta_i + \beta_{i+2}) \end{vmatrix}$$

Se observă că pentru toată parametrizarea s , pentru suprafața W_{sup1} pe muchia pentru care $t=1$, $x_{sup1}(s,1)$ este o

funcție (f) dependentă doar de τ_k ($k=i-1, i, i+1, i+2$), și nu depinde deloc de α_k .

Construim acum parametrizarea pentru $x(s,t)$ pentru suprafața W_{sup2} , completând matricea P_x în concordanță cu tehnica punctelor triple și ținând cont de condiția de continuitate C^0 necesară:

$$P_x = \begin{vmatrix} \beta_{i-1} & \beta_{i-1} & \beta_{i-1} & \gamma_{i-1} \\ \beta_i & \beta_i & \beta_i & \gamma_i \\ \beta_{i+1} & \beta_{i+1} & \beta_{i+1} & \gamma_{i+1} \\ \beta_{i+2} & \beta_{i+2} & \beta_{i+2} & \gamma_{i+2} \end{vmatrix}$$

Efectuând calculele pentru $M_s P_x$, apoi $M_s P_x M_s^T$ și în final pentru $M_s P_x M_s^T T^T$ pentru o valoare $t=0$ a parametrului t rezultă:

$$M_s P_x^2 M_s^T T^T \Big|_{t=0} = \frac{1}{36} \begin{vmatrix} 6(\beta_{i-1} + 3\beta_i - 3\beta_{i+1} + \beta_{i+2}) \\ 6(3\beta_{i-1} - 6\beta_i - 3\beta_{i+2}) \\ 6(-3\beta_{i-1} + 3\beta_{i+1}) \\ 6(-\beta_{i-1} + 4\beta_i + \beta_{i+2}) \end{vmatrix}$$

Se observă că pentru toată parametrizarea s , pentru suprafața W_{sup2} pe muchia pentru care $t=0$, $x_{sup2}(s,0)$ este aceeași funcție dependentă doar de τ_k ($k=i-1, i, i+1, i+2$) și nu depinde deloc de α_k . S-au dedus astfel condițiile de graniță pentru conectarea cu continuitate C^0 a suprafețelor W_{sup1} și W_{sup2} de-a lungul parametrizării s . În consecință, rezultă că, partiționind mulțimea punctelor de control V în cele două submulțimi W_{sup1} și W_{sup2} corespunzătoare celor două pinze de suprafață și alegând în mod corespunzător condițiile de graniță pentru cele două suprafețe, vom avea asigurată continuitatea C^2 în orice punct de pe oricare dintre cele două suprafețe, mai puțin de-a lungul muchiei comune unde se garantează continuitatea C^0 . (este evidentă demonstrația pentru $y(s,t)$ și $z(s,t)$).

4. Generarea liniilor de contur

Problema generării liniilor de contur pare în esență o problemă de intersecție a rețelei poligonale cu plane paralele la planele principale ale triedrului ortogonal. Totuși, generarea liniilor de contur necesită mai multă informație decât găsirea unui grup de puncte în plan [4]. Aceste puncte trebuie conectate într-o ordine logică, "urmînd" conturul dorit. Mai mult decât atât, necesitățile ulterioare de calcul de proiectare a navei fac ca problema determinării cu acuratețe a liniilor de contur să fie de o importanță considerabilă. Acuratețea liniilor de contur este asociată cu numărul de puncte (sau de segmente liniare) utilizat pentru reprezentarea liniilor de contur. În plus, calculul de acuratețe a liniilor de contur trebuie să corespundă și cerințelor de memorie și de durată de execuție ale algoritmului utilizat.

Din punct de vedere matematic, generarea liniilor de contur poate fi formulată astfel:

$$x(s,t) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 c_{x_{ij}} s^i t^j = k_x \quad (4a)$$

$$y(s,t) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 c_{y_{ij}} s^i t^j = k_y \quad (4b)$$

$$z(s,t) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 c_{z_{ij}} s^i t^j = k_z \quad (4c)$$

cea ce revine la rezolvarea unor ecuații în necunoscutele și t . Algoritmul pe care îl propunem va fi ilustrat pentru intersecția suprafețelor cu plane paralele la planul y_0 ($x=\text{constant}$). El constă în esență din următorii pași:

```
{Begin algorithm}
  read(Wsup1,kx,m1,n1);
  boundary_condition(Wsup1);
  j:=n+1;
  search_for_intersection(kx,Wsup1,j);
  for i:=1 to m+1 do begin
    fine_tune_intersection(j);
    repeat
      Compute(Px);
      Compute(Py);
      Compute(Pz);
      s:=0;
      while (s<=1.0) do begin
        ComputeS(Smat);
        Matprod(Smat,Ms);
        t:=t0;
        Newton_RaphsonT(t);
        if sol then begin
          ComputeT(TT);
          compute_xst(Smat,Ms,Px,MsT,TT);
          compute_yst(Smat,Ms,Py,MsT,TT);
          compute_zst(Smat,Ms,Pz,MsT,TT);
          write(xst,yst,zst);
        end; {if sol}
        s:=s+epss;
      end; {while s}
      t:=0;
      while (t<=1.0) do begin
        ComputeT(TT);
        Matprod(MsT,TT);
        s:=s0;
        Newton_RaphsonS(s);
        if sol then begin
          ComputeS(Smat);
          compute_xst(Smat,Ms,Px,MsT,TT);
          compute_yst(Smat,Ms,Py,MsT,TT);
          compute_zst(Smat,Ms,Pz,MsT,TT);
          write(xst,yst,zst);
        end; {if sol}
        t:=t+epst;
      end; {while t}
      j:=j-1;
      until (j<1);
    end; {for}
  end; {End Algorithm}
```

Algoritmul debutează prin localizarea primară a punctelor de intersecție dintre suprafața B-spline și planul considerat în baza exploatării informației furnizate de mulțimea punctelor de control. După această localizare, se face o ajustare a zonei de intersecție prin generarea suprafeței B-spline doar pentru peticul localizat și peticele vecine. Odată localizată precis zona de intersecție, se trece la rezolvarea ecuației (4a), fixând parametrul t și considerând ecuația în s . Rezultă o ecuație cu o singură necunoscută ce poate fi rezolvată printr-o variantă a metodei Newton-Raphson. Odată găsită această soluție pentru parametrul s , acesta se fixează și se rezolvă prin aceeași metodă ecuația, dar văzută de această dată în parametrul t . Cu s -soluție și t -soluție se calculează $y(s,t)$ și $z(s,t)$, aceste puncte fiind scrise într-un fișier. Algoritmul se repetă pentru toate cele $m \times n$ puncte ale poligonului de control.

Este evident că, datorită modului de găsire a soluției, punctele nu sînt în ordinea situării lor pe curbă. Aceasta înseamnă că datele din fișier trebuie ordonate într-un fel. Dar, însuși modul de formulare a problemei dă soluția (privite ca funcții, liniile de contur sînt monotone), implicînd o sortare adecvată a punctelor găsite. Diversi algoritmi pot fi folosiți pentru această procesare, referințele în domeniu fiind mai mult decît bogate.

Deși nu este un algoritm general aplicabil (nu se determină intersecțiile cu plane oarecare), se consideră că el este suficient de simplu, rapid și exact pentru rezolvarea problemei. De asemenea, alegînd în mod adecvat pașii de incrementare se pot obține soluții satisfăcătoare pentru necesitățile de acuratețe specificate la generarea liniilor de contur.

5. Derivarea planurilor de formă a navelor

O problemă suplimentară ce apare în activitatea curentă de proiectare a suprafețelor carenelor navelor este așa numita problemă a "derivării" unui plan de formă. Aceasta constă în esență dintr-o scalare a datelor de bază și permite obținerea de carene de aceeași formă, dar de dimensiuni diferite. Fără a pune vreo problemă deosebită din punct de vedere al calculului, acesta impune prezența unui preprocesor de scalare (derivare) a datelor inițiale.

Arhitectura propusă constă din următoarele componente:

- o bază de date, capabilă să stocheze informația cuprinsă în diferite tabele de date inițiale;
- un procesor de derivare, cu rol de a genera noi tabele de date ce pot fi stocate în baza de date;
- un modelator geometric 3D, bazat pe modelarea prin suprafețe B-spline;
- un postprocesor de sortare a punctelor aparținînd liniilor de contur;

- un postprocesor grafic pentru afișarea liniilor de contur sau a suprafețelor ce compun carena navei.

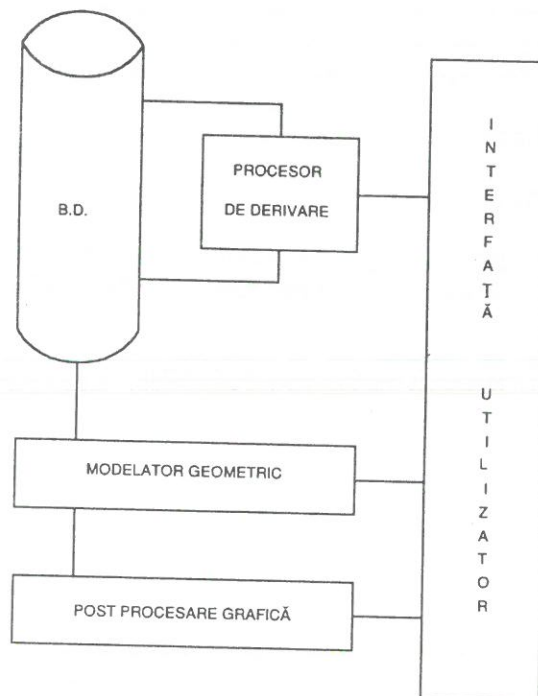


Figura 1

6. Concluzii

În această lucrare s-a abordat problema generării liniilor de contur în baza modelării cu suprafețe B-spline. Fără să fi avut pretenția de a epuiza subiectul, s-au prezentat aspectele practice și unele probleme specifice ce apar în aplicarea acestei tehnici la modelarea carenelor navelor. S-a justificat la începutul lucrării incorectitudinea abordării bidimensionale a problemei și capcanele ce îl pîndesc pe proiectant. S-au prezentat apoi condițiile suficiente pentru a permite alipirea a două suprafețe B-spline cu continuitate C^0 . S-a prezentat și un algoritm pentru calculul intersecției suprafețelor B-spline cu anumite plane particulare. Problema derivării planurilor de formă a fost discutată și s-au prezentat problemele suplimentare impuse de cerințele de exploatare.

Este evident că problema generării liniilor de contur este doar o mică parte din calculul complex și dificil, pe care îl presupune proiectarea carenei unei nave. Calculul coordonatelor centrului de greutate, al unor proprietăți inerțiale sau geometrice este necesar. Se poate aprecia că dezvoltarea modelatorului geometric prin adăugarea de algoritmi specifici acestor noi probleme nu pune dificultăți. Utilizarea metodelor Monte Carlo pentru diferitele integrale ce apar în formularea problemelor de mai sus este în mod cert posibilă.

NOTĂ:

Acest articol reprezintă versiune în limba română revizuită a materialului "Using B-spline technology in a ship hull design system", care a fost prezentat la TWELTH IASTED INTERNATIONAL CONFERENCE, "Modelling, Identification and Control" 15-17 februarie 1993, Innsbruck, Austria.

Bibliografie

1. **FOLEY, J.D., van DAMM, A.:** Fundamentals of Interactive Computer Graphics, Addison-Wesley, London, 1984.
2. **de BOOR, C.:** A Practical Guide to Splines, Springer-Verlag, New York, 1978.
3. **ENCARNACAO, J., SCHLECHTENDAHL, E.C.** Computer Aided Design. Fundamentals and System Architectures, Springer Verlag, New York, 1983.
4. **SATTERFIELD, S.G., ROGERS, D.F.:** Procedure for Generating Contour Lines from a B-spline Surface in "Frontiers in Computer Graphics In: Proc. of computer graphics, Tokyo 1985" Springer-Verlag, New-York, 1985, pp 66-73.
5. **SAPIDIS, N., FARIN, G.:** Automatic Fairing Algorithm for B-Spline curves, Computer-Aided Design, Butterworths, vol 22, no 2, March 1990, p 121-129.
6. **BARSKY, B.A.:** Computer Graphics and Geometric Modelling using Beta-splines, Springer Verlag, New York, 1988.