

# FUNDAMENTAREA ASISTĂRII DECIZIEI ÎN EVALUAREA ALTERNATIVELOR PRIN UTILIZAREA MODELĂRII STRUCTURALE FUZZY ȘI A TEORIEI DECIZIEI

Drd. mat. Maria Moise

*Institutul de Cercetări în Informatică*

**Rezumat:** În lucrare se propune utilizarea modelării structurale fuzzy, combinată cu teoria deciziei de grup pentru evaluarea alternativelor, în condițiile prezentei informațiilor de natură imprecisă. Studiul de caz prezentat permite ilustrarea modului de aplicare a algoritmilor propuși.

**Cuvinte cheie:** teoria deciziei de grup, sisteme suport de decizie, teoria fuzzy, modelarea structurală fuzzy integrala fuzzy Chaquet.

## 1. Introducere

Ideea utilizării "sistemelor suport de decizie - S.S.D.-uri" pentru evaluarea alternativelor din sistemele complexe este rezultatul unor concluzii desprinse din elaborarea sistemelor informatice clasice. Rigiditatea acestor sisteme și imposibilitatea acestora de a reacționa la modificările și la intervențiile decidenților au alimentat interesul pentru elaborarea de S.S.D.-uri. Nevoia de interactivitate care se resimte la toate nivelurile de asistare a deciziei a avut la bază și alte cerințe, de exemplu, necesitatea de a adăuga funcții noi, de a perfecționa un sistem sau de a reliefa modificările care au condus la rezultate noi.

Numeroși autori și-au pus întrebări asupra acestui subiect legat de pertința unor asemenea instrumente și de viitorul lor. Astfel, Keen (1978) explică faptul că unele tehnologii, ca de exemplu telecomunicațiile, citirea optică a datelor sau limbajele Inteligenței Artificiale (IA) deschid noi orizonturi pentru aplicarea, elaborarea și utilizarea de S.S.D.-uri. În acest context, el propune un program de cercetare cuprinzător pentru următorii zece ani [7].

Sprague (1987) răspunde la aceste interogări prezentând două categorii de decizii și anume: decizii de tip operațional și decizii de tip strategic, precizând că un S.S.D. are ca obiectiv ameliorarea performanțelor decidenților care trebuie să facă față la situații de decizie de tip strategic din cadrul organizațiilor [27].

Stabell (1987) propune compararea celor patru perspective referitoare la S.S.D.-uri: decision analysis; decision research; decision calculus; implementation process [28].

Scott Morton și Keen [7] arată că folosirea S.S.D.-urilor pentru evaluarea sistemelor complexe implică folosirea calculatoarelor privind asistarea factorilor de decizie, în procesele de decizie, acolo unde problemele sunt semistructurate. Ei consideră că acestea asistă decidenții, dar nu înlocuiesc judecățile lor și permit o ameliorare a luării deciziei. Referitor la ideile lui Scott și Keen, punctul de vedere abordat în această lucrare este de a se încerca să se pună în valoare caracteristicile esențiale ale S.S.D.-urilor, care să permită o asistare eficientă, bazată pe dialogul om-mașină, acolo unde problemele nu sunt bine structurate.

Sistemul de asistare a deciziei, destinat evaluării sistemelor complexe, care urmează să fie prezentat, este de tip SCADS (Selection Committee Decision Analyses and Support Systems) [10], și are caracteristicile următoare:

- asistarea deciziei se bazează pe *nivelurile de aspirație* și de *rezervare* ca instrumente principale de interacțiune dintre utilizator și sistem;

- funcția de evaluare se bazează pe nivelurile de aspirație și de rezervare, specificate de către factorul de decizie. Această funcție de evaluare poate fi interpretată cu ajutorul măsurilor fuzzy sau ca o funcție de utilitate cardinală (rezervări și aspirații) furnizată de membrii comitetului de vot;

- posibilitatea corectării nivelurilor de aspirație și de rezervare, specificate de către membrii comitetului de vot, prin determinarea "*indicatorului de dezacord*";

- posibilitatea combinării teoriei deciziei multiatribut cu tehnicile teoriei fuzzy, mai precis "*modelarea structurală fuzzy*", pentru a lua în considerație și informația imprecisă, prezentă în procesele de evaluare.

Pe plan internațional asistăm la o tendință de dezvoltare a S.S.D.-urilor inteligente, care încorporează baze de cunoștințe și module expert în arhitectura lor, ceea ce a deschis noi domenii de investigare în realizarea acestor sisteme. De altfel, Inteligența Artificială a lărgit considerabil câmpul de aplicare a informaticii în domeniul asistării deciziei. Începând cu S.S.D.-urile clasice, fără module expert, apoi S.S.D.-urile multicriteriale, bazate pe explorările arborescente și, în sfârșit, S.S.D.-urile cu baze de cunoștințe, culminând cu S.S.D.-urile multiexpert, pe plan mondial s-a elaborat o gamă destul de diversă de astfel de sisteme.

În cele ce urmează, se va prezenta pe scurt un instrument de tip "sistem suport de decizie", bazat pe "*modelarea structurală fuzzy\**" și pe "*teoria deciziei*", destinat asistării deciziei în evaluarea alternativelor.

\* Conceptele de bază sunt prezentate în ANEXA.

## 2. Descrierea sistemului

cazul real și dimensiuni mari ale matricii de comparare a decidenților se poate consulta [29].

În figura 1 este prezentată arhitectura sistemului.

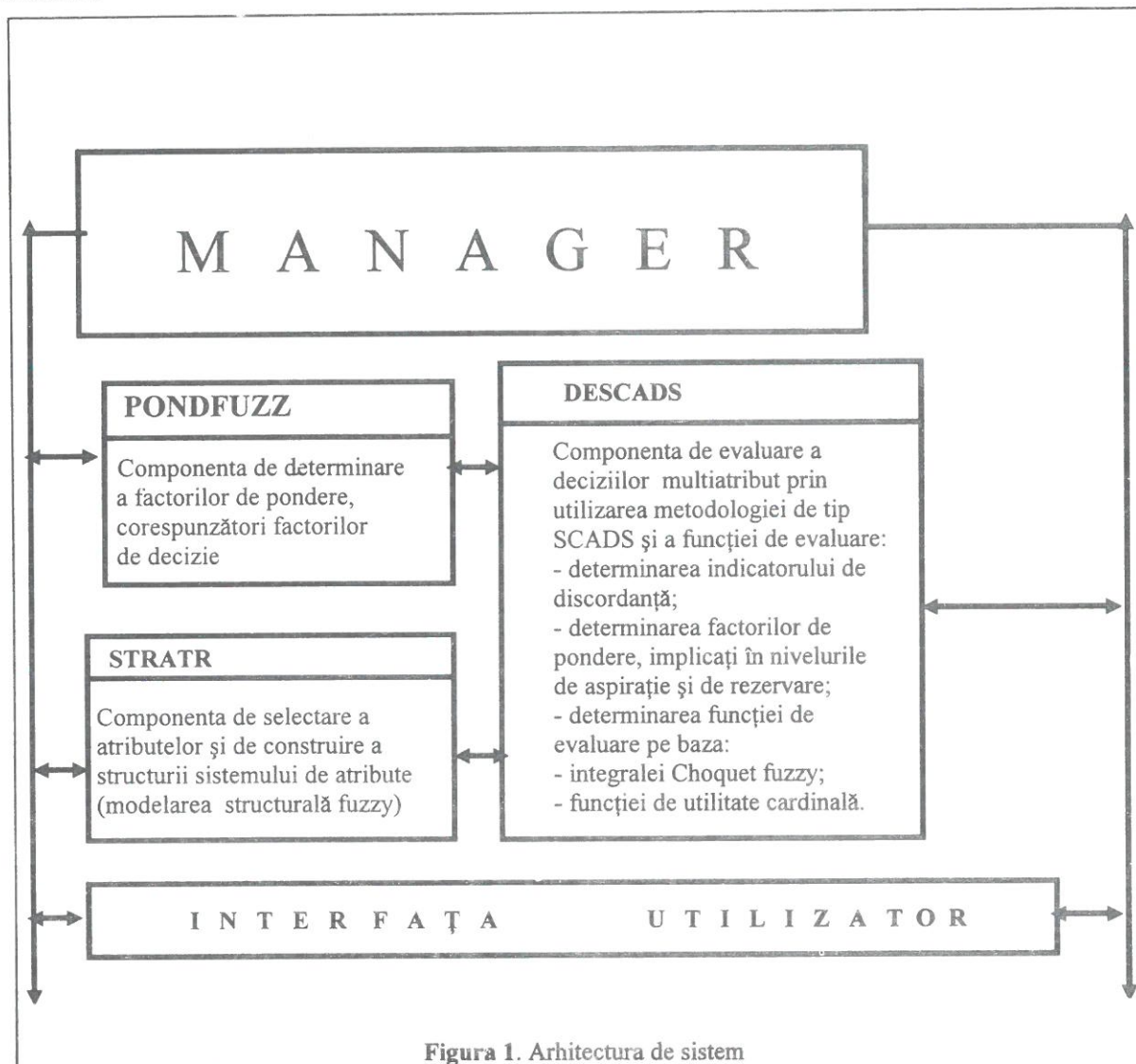


Figura 1. Arhitectura de sistem

### 2.1. Componenta de determinare a factorilor de pondere corespunzători factorilor de decizie

Pentru determinarea factorilor de pondere care vor fi atribuiți decidenților se poate folosi următorul algoritm:

Fie matricea fuzzy de comparare a decidenților.

$$G = \begin{vmatrix} g_{11} & \dots & g_{1n} \\ g_{21} & \dots & g_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ g_{n1} & \dots & g_{nn} \end{vmatrix} \quad \text{cu } 0 \leq g_{ij} \leq 1$$

- se determină valoarea proprie a matricii G;
- se determină vectorul propriu.

Pentru valori întregi și dimensiuni mici (cel mult 4x4, se propune metoda din [11], iar pentru

### 2.2. Componenta de selectare a atributelor și de construire a structurii sistemului de atribute

Pentru generarea automată a structurii ierarhice a atributelor care caracterizează alternativele, în condițiile în care între aceste atribute există relații de subordonare, de natură imprecisă, se poate folosi algoritmul de "modelare structurală fuzzy" (fuzzy structural modelling) [20], prezentat în figura 2.

### 2.3. Componenta de evaluare a deciziilor multiatribut

Se presupune că s-au precizat următoarele date: numărul decidenților  $n$ ; decidenții  $D_i$ ; atributele  $c_j$ ; alternativele  $A_k$ ; nivelurile de rezervare  $\bar{y}_{ij}^k$  pentru atributele  $c_j$  în condițiile  $y_{ij,\min}^k$



$\bar{y}_{ij}^k < \bar{y}_{ij}^{*k} < y_{ij,m}^k$  și nivelurile de aspirare  $\bar{y}_{ij}^{*k}$  pentru atributele  $c_j$  în condițiile:

$$y_{ij,\min}^k < \bar{y}_{ij}^k < \bar{y}_{ij}^{*k} < y_{ij,\max}^k$$

Pe baza acestor date se trece la:

- determinarea indicatorului de discordanță dintre decidenți [11]:

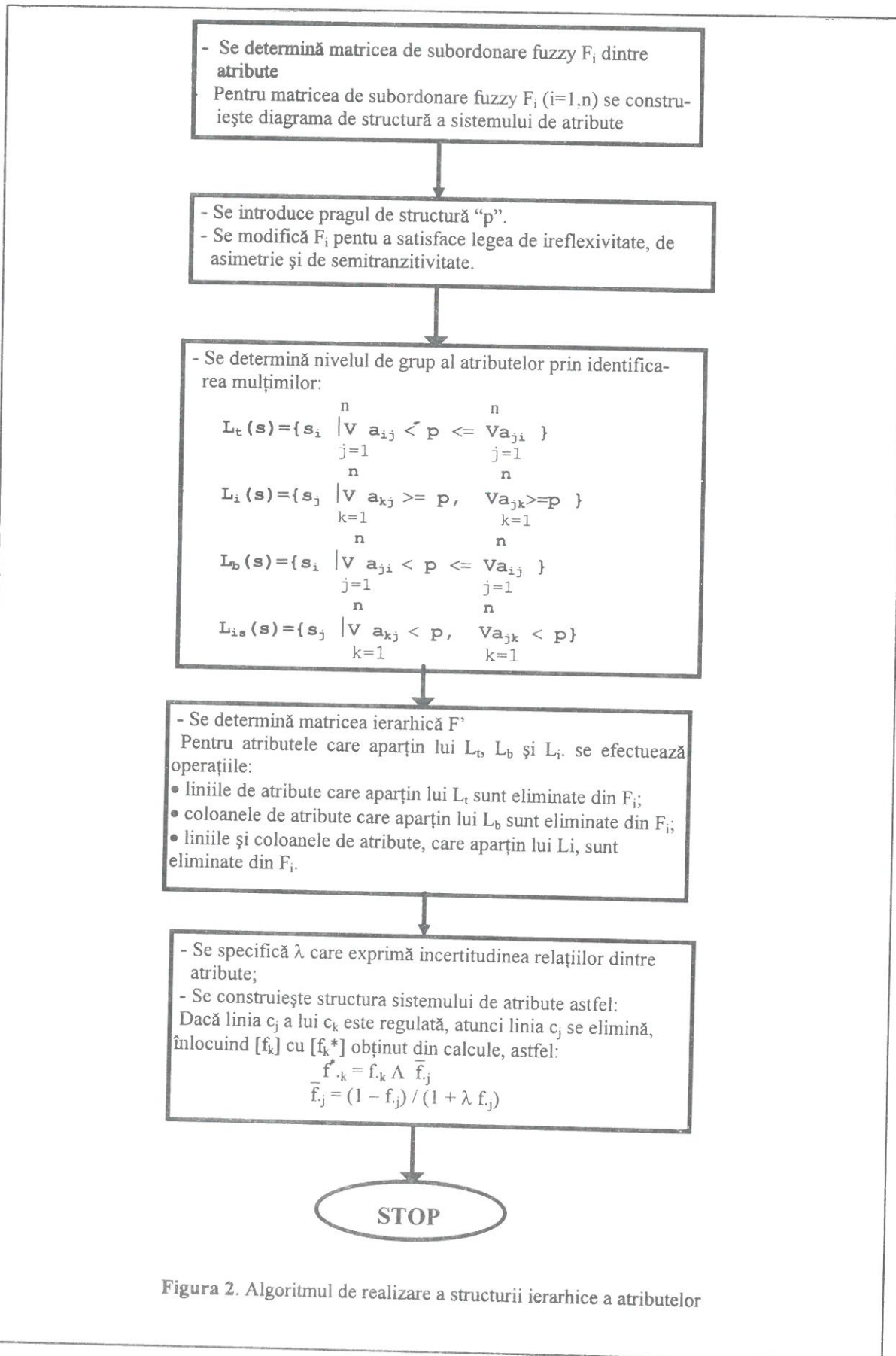


Figura 2. Algoritm de realizare a structurii ierarhice a atributelor

$$DI_j = \sum_{k=1}^{K-1} d_k \Delta \tilde{y}_{jk}, \text{ unde,}$$

$$d_k = 16(k-1)^2(K-1-k)/(K-2)^4;$$

$$\Delta \tilde{y}_{jk} = \tilde{y}_{jk} - \tilde{y}_{j,k+1}$$

$$\tilde{y}_{jk} = (\bar{y}_{jk}' + \bar{y}_{jk}'')/2$$

- determinarea factorilor de pondere, implicați în nivelurile de aspirație și de rezervare pe baza formulei:

$$g_{ij}^k = (y_{ij,max}^k / (y_{ij,max}^k - y_{ij,min}^k)) / (\sum_{j=1}^m (y_{ij,max}^k / (y_{ij,max}^k - y_{ij,min}^k)))$$

- determinarea funcției de utilitate cardinală [21]:

$$u_{ij}^k(y_{ki}) = \begin{cases} b((y_{ij}^k - y_{ij,min}^k) / (\bar{y}_{ij}^k - \underline{y}_{ij,min}^k)) - 1 & \text{dacă } y_{ij,min}^k \leq y_{ij}^k \leq \bar{y}_{ij}^k \\ (y_{ij}^k - \bar{y}_{ij}^k) / (\bar{y}_{ij}^k - \underline{y}_{ij}^k) & \text{dacă } \bar{y}_{ij}^k \leq y_{ij}^k \leq \underline{y}_{ij}^k \\ a(y_{ij}^k - \bar{y}_{ij}^k) / (y_{ij,max}^k - \bar{y}_{ij}^k) + 1 & \text{dacă } \bar{y}_{ij}^k \leq y_{ij}^k \leq y_{ij,max}^k \end{cases}$$

unde, a, b sunt coeficienți aleși.

- determinarea funcției de evaluare [11, 21]:

a) pe baza funcției de utilitate [21]:

$$s(y_{ij}^k, \bar{y}_{ij}^k, \underline{y}_{ij}^k) = \{ \min_{j=1}^m u_{ij}^k + (r/p) \sum_{j=1}^m u_{ij}^k \} / (1+r)$$

unde, "p" este numărul de atribute, iar "r" este coeficientul de ponderare ( $0 < r < p$ ).

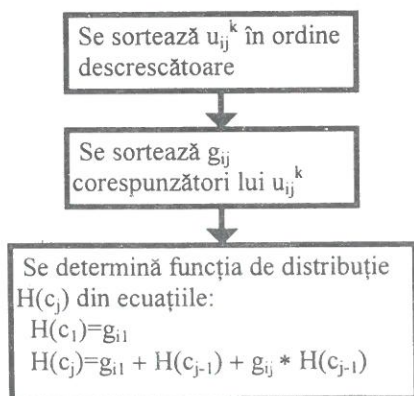
b) pe baza integralei fuzzy Choquet [11, 12, 18]:

$$s(y_{ij}^k, \bar{y}_{ij}^k, \underline{y}_{ij}^k) = (u_{ij}^k - u_{ij-1}^k) * H(c_j)$$

$$(c) \int s(y_{ij}^k, \bar{y}_{ij}^k, \underline{y}_{ij}^k) * G_i$$

unde (c) este simbolul integralei Choquet.

Algoritmul integralei fuzzy Choquet este:



Aplicând acești algoritmi se determină: indicatorul de discordanță  $D_i$ ; factorii de pondere  $g_{ij}^{(k)}$  ( $\bar{y}_{ij}^k$ ) și  $g_{ij}^{(k)}$  ( $\underline{y}_{ij}^k$ ) pentru nivelurile de aspirație și pentru nivelurile de rezervare; funcția de utilitate  $u_{ij}^k(y_{ki})$ .

Funcția de utilitate depinde explicit de nivelurile de aspirație și de nivelurile de rezervare ale factorilor de decizie.

### 3. Studiu de caz privind evaluarea alternativelor referitoare la instalarea unei rețele de comunicare

Se va prezenta un studiu de caz privind utilizarea modelării structurale fuzzy la evaluarea și la selectarea unor alternative destinate modernizării unei organizații, prin care se urmărește introducerea unei rețele de comunicație pentru a lega 10 laboratoare de cercetare, dotate cu calculatoare personale.

Se presupune că s-a realizat un studiu de fezabilitate în care s-au propus 3 alternative de rețele (A-LAN, B-LAN și C-LAN), care urmează să fie achiziționate de la firmele producătoare A, B și C, iar costul instalării este restricționat la 100.000.000 lei. Pentru a alege varianta cea mai rațională, s-a constituit o comisie formată din 5 factori de decizie, specialiști în prelucrarea informației, dar cu măsuri diferite.

Pentru rezolvarea acestei probleme se va aplica algoritmul descris în capitolul precedent.

Se presupune că rezultatele comparării decidenților sunt date în Tabelul 1\*. Se calculează valoarea proprie și vectorul propriu corespunzător matricii din Tabelul 1 și se obțin factorii de pondere  $G_i$  ai lui  $D_i$  ( $i=1, \dots, 5$ ), care sunt prezentați în Tabelul 2.

Tabelul 1: Matricea de comparare a decidenților

Decidenți	D1	D2	D3	D4	D5
D1	0	8	4	7	6
D2	2	0	1	4	3
D3	6	9	0	7	6
D4	3	6	3	0	4
D5	4	7	4	6	0

\* În cazul în care matricea de comparare a decidenților nu poate fi dată se poate folosi algoritmul de generare a matricii fuzzy de subordonare pentru cazul în care doar o parte din elemente sunt date [11].

**Tabelul 2: Valoarea proprie și vectorii proprii**

Valoare proprie	Vector propriu	Normalizare
18.227		
Precizie 0.0001	C1	0.900 0.241
	C2	0.419 0.112
	C3	1 0.268
	C4	0.622 0.167
	C5	0.782 0.210

Se presupune că cei 5 factori de decizie au selectat următoarele 19 atribute de la  $c_1$  la  $c_{19}$ , care caracterizează cele trei alternative:

- $c_1$ : Dispozitiv Input-Output complet
- $c_2$ : Bază de date educațională completă
- $c_3$ : Folosirea rețelei pentru informația științifică
- $c_4$ : Accesul la rețeaua de informație științifică
- $c_5$ : Completitudinea bazei de date științifică
- $c_6$ : Interfață utilizator-calculator completă
- $c_7$ : Stație de lucru completă
- $c_8$ : Întreținere bună
- $c_9$ : Întreținere prin operare manuală
- $c_{10}$ : Posibilitatea rețelei LAN de a-și extinde funcțiile
- $c_{11}$ : Posibilitatea de a regăsi informația din literatură
- $c_{12}$ : Economisirea energiei și a resurselor
- $c_{13}$ : Folosirea software-ului de aplicație (LOTUS, FOXPRO, MATLAB, MATCAD, XCEL, GURU,

CLIPS etc.)

$c_{14}$ : Incorporarea resurselor calculatorului în rețeaua LAN construită

$c_{15}$ : Accesul la rețeaua ROEARN și BITNET etc.

$c_{16}$ : Întreținere prin telecomandă

$c_{17}$ : Accesul la biblioteca sistemului

$c_{18}$ : Bază de date oficială completă

$c_{19}$ : Aprovizionarea bazei de date

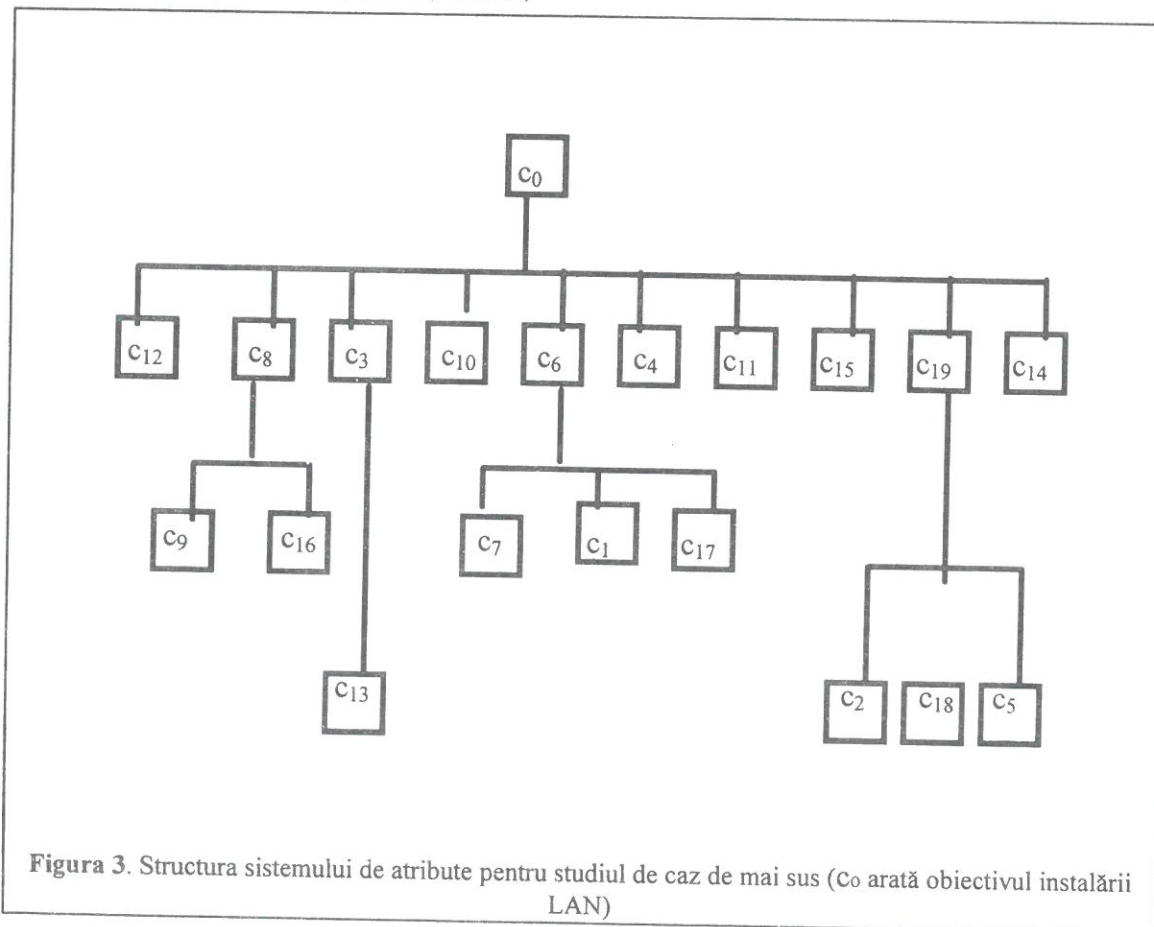
Pe baza algoritmului de modelare structurală fuzzy, s-a obținut următoarea structură ierarhizată a atributelor, care arată modul de subordonare a acestora (figura 3).

Întrucât atributele  $c_1=c_{14}$ ,  $c_2=c_{19}$ ,  $c_3=c_{17}$ ,  $c_4=c_6$ ,  $c_6=c_3$ ,  $c_7=c_8$ ,  $c_8=c_{12}$ , factorii de decizie au adoptat următoarele atribute:  $c_3, c_6, c_8, c_{10}, c_{12}, c_{14}, c_{17}, c_{19}$ .

Nivelurile de rezervare și de aspirație ale decidenților  $D_i$  pentru  $c_j$  sunt specificate în Tabelul 3.

Așa cum se observă în Tabelul 3, decizia luată de decidentul  $D_1$  arată că valoarea 9 este gradul nivelului de aspirație pentru atributul  $c_3$ .

Pe baza formulei de determinare a factorilor de pondere s-au calculat factorii de pondere  $g_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, 5$ ;  $j = 1, 2, \dots, 8$ ) pentru cele 8 atribute. Aceștia sunt prezentați în Tabelul 4.



**Figura 3.** Structura sistemului de atribute pentru studiul de caz de mai sus ( $C_0$  arată obiectivul instalării LAN)



**Tabelul 3: Funcția de realizare și factorii de pondere**

Alternative	Atributec <sub>1</sub>	c <sub>2</sub>	c <sub>3</sub>	c <sub>4</sub>	c <sub>5</sub>	c <sub>6</sub>	c <sub>7</sub>	c <sub>8</sub>	
A-LAN	Valoarea	4	6	5	9	8	7	7	8
B-LAN	obiectiv 8	6	5	6	7	5	6	8	
C-LAN		6	5	3	4	5	4	5	6
D <sub>1</sub>	y'	5	7	4	5	4	6	3	4
	y''	8	7	9	7	6	8	7	9
D <sub>2</sub>	y'	3	3	4	4	5	5	2	2
	y''	7	6	8	7	9	8	6	5
D <sub>3</sub>	y'	5	7	4	6	7	8	5	4
	y''	8	8	7	8	9	9	6	7
D <sub>4</sub>	y'	4	7	5	3	6	7	2	1
	y''	6	9	6	5	8	9	4	3
D <sub>5</sub>	y'	2	2	4	4	5	3	3	3
	y''	5	6	7	8	9	6	7	6

**Tabelul 4: Funcția de realizare și factorii de pondere**

A-LAN								
D <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	c <sub>2</sub>	c <sub>3</sub>	c <sub>4</sub>	c <sub>5</sub>	c <sub>6</sub>	c <sub>7</sub>	c <sub>8</sub>
Realizare	-0.2	-0.14	0.2	1.667	1.5	0.5	1	0.8
Pondere(r)	0.123	0.205	0.102	0.123	0.102	0.154	0.088	0.102
Pondere(a)	0.118	0.078	0.235	0.078	0.059	0.118	0.078	0.235
D <sub>2</sub>	c <sub>1</sub>	c <sub>2</sub>	c <sub>3</sub>	c <sub>4</sub>	c <sub>5</sub>	c <sub>6</sub>	c <sub>7</sub>	c <sub>8</sub>
Realizare	0.25	1	0.25	1.667	0.75	0.667	1.25	1.6
Pondere(r)	0.113	0.113	0.131	0.131	0.158	0.158	0.098	0.098
Pondere(a)	0.099	0.074	0.149	0.099	0.297	0.149	0.074	0.059
D <sub>3</sub>	c <sub>1</sub>	c <sub>2</sub>	c <sub>3</sub>	c <sub>4</sub>	c <sub>5</sub>	c <sub>6</sub>	c <sub>7</sub>	c <sub>8</sub>
Realizare	-0.2	-0.14	<b>0.333</b>	1.5	0.5	-0.13	1.25	1.333
Pondere(r)	0.093	0.155	0.078	0.116	0.155	0.233	0.093	0.078
Pondere(a)	0.113	0.113	0.075	0.113	0.226	0.226	0.057	0.075
D <sub>4</sub>	c <sub>1</sub>	c <sub>2</sub>	c <sub>3</sub>	c <sub>4</sub>	c <sub>5</sub>	c <sub>6</sub>	c <sub>7</sub>	c <sub>8</sub>
Realizare	0	-0.14	0	1.8	1	0	1.5	1.714
Pondere(r)	0.1	0.201	0.12	0.086	0.15	0.201	0.075	0.067
Pondere(a)	0.071	0.285	0.071	0.057	0.142	0.285	0.047	0.041
D <sub>5</sub>	c <sub>1</sub>	c <sub>2</sub>	c <sub>3</sub>	c <sub>4</sub>	c <sub>5</sub>	c <sub>6</sub>	c <sub>7</sub>	c <sub>8</sub>
Realizare	0.667	1	0.333	1.5	0.075	1.25	1	1.5
Pondere(r)	0.103	0.103	0.138	0.138	0.165	0.118	0.118	0.118
Pondere(a)	0.064	0.08	0.107	0.16	0.321	0.08	0.107	0.08

Tabelul 5: Rezultatele obținute aplicând integrala Fuzzy Choquet

Decident	Factor de ponderare	Alternative			Ordin de preferință 1-0.1
		A-LAN	B-LAN	C-LAN	
D <sub>1</sub>	Rezervă	1.269	0.942	0.527	A,B,C
	Aspirație	1.317	0.902	0.491	A,B,C
D <sub>2</sub>	Rezervă	0.964	1.060	1.038	B,C,A
	Aspirație	1.031	1.162	1.120	B,C,A
D <sub>3</sub>	Rezervă	1.209	1.201	0.838	A,B,C
	Aspirație	1.205	1.193	0.842	A,B,C
D <sub>4</sub>	Rezervă	1.488	1.402	1.400	A,B,C
	Aspirație	1.626	1.554	1.488	A,B,C
D <sub>5</sub>	Rezervă	0.679	0.972	0.941	B,C,A
	Aspirație	0.672	1.030	1.125	B,C,A
Grup	Rezervă	1.311	1.108	0.901	A,B,C
	Aspirație	1.171	1.145	0.956	A,B,C

Tabelul 6: Evaluările obținute folosind funcția de realizare

Decident	Factor de ponderare	Alternative			Ordin de preferință
		A-LAN	B-LAN	C-LAN	
D <sub>1</sub>	r=0	-0.200	-0.166	-0.333	B,A,C
	r=1	-0.232	0.178	-0.12	
D <sub>2</sub>	r=0	0.250	0	-0.250	A,B,C
	r=1	0.589	0.396	0.057	
D <sub>3</sub>	r=0	-0.200	-0.375	-0.500	A,B,C
	r=1	0.178	0.009	-0.290	
D <sub>4</sub>	r=0	-0.142	-0.285	-0.428	A,B,C
	r=1	0.295	0.220	-0.038	
D <sub>5</sub>	r=0	0.333	0.333	-0.250	A,B,C
	r=1	0.666	0.594	0.095	
Grup	r=0	0.008	-0.098	-0.352	A,B,C
	r=1	0.392	0.280	-0.060	

În mod similar, se determină factorii de pondere și funcția de realizare pentru alternativele B-LAN și C-LAN.

Valorile de evaluare pentru cele 3 alternative sunt calculate prin folosirea integralei Choquet fuzzy și a funcției de utilitate.

În Tabelul 5 sunt prezentate rezultatele folosirii integralei fuzzy Choquet, care permite integrarea tuturor atributelor și coordonarea evaluărilor factorilor de decizie. În Tabelul 6 sunt prezentate rezultatele folosirii funcției de utilitate. Pentru agregarea la nivel de grup s-a folosit media aritmetică a rezultatelor privind deciziile individuale.

Rezultatele obținute arată că soluția deciziei de grup constă în faptul că sistemul A-LAN este preferat celorlalte sisteme.

Rezultatele prezentate mai sus, ne sugerează că algoritmi descriși reprezintă o soluție rezonabilă pentru rezolvarea problemelor de luare a deciziilor

în evaluarea alternativelor atunci când în procesul de evaluare participă mai mulți decidenți cu expertize diferite, cu competențe diferite și statut social diferit

#### 4. Concluzii

Combinarea modelării structurale fuzzy cu teoria deciziilor multiatribut în vederea realizării unui instrument de tip "sistem suport de decizie", destinat evaluării alternativelor, conferă sistemului următoarele caracteristici:

- caracter dinamic;
- nivelurile de aspirație pot fi construite prin adaptări dacă este necesar;
- nivelurile de aspirație și funcțiile de evaluare sunt necesare în scopul găsirii coeficienților de pondere și a funcțiilor de utilitate, pentru aflarea mulțimii complete a soluțiilor eficiente;

- aranjarea alternativelor se află sub controlul decidentului și depinde de nivelurile de aspirație specificate;
- posibilitatea generării unor alternative adiționale în cursul luării deciziilor;
- prin evaluarea variantelor la care se renunță, metoda permite testarea fiecărei alternative singulare pentru a alege cea mai promițătoare alternativă;
- procedura de luare a deciziei, bazată pe sistemul SCADS recunoaște influența nivelurilor de aspirație, alocate pentru alegerea alternativei.
- Aceasta permite controlul șirului de sensibilități ale alternativei în aria de nesiguranță în alocarea valorilor atributelor.

Algoritmii propuși, experimentele realizate pe studiu de caz prezentat, conduc la concluziile următoare:

a) din punct de vedere a alegerii funcției de evaluare:

- dacă factorul de vot este egal cu 1, atunci evaluarea se face pe baza "funcției de utilitate";

- dacă se ia în considerație diferențierea dintre decidenți, de natură subiectivă, atunci evaluarea se bazează "pe măsuri fuzzy", respectiv integrala Choquet.

b) din punct de vedere al evaluării rezultatelor:

- în cazul deciziilor individuale, rezultatele evaluării nu coincid, pentru că sunt influențate de măsurile subiective dintre decidenți;

- în cazul deciziilor de grup, pentru studiul de caz considerat, rezultatele evaluării sunt aceleași pentru cele două cazuri, întrucât măsurile decidenților nu sunt direct reflectate în luarea deciziei de grup.

În planul cercetărilor aplicative, investigațiile efectuate până în prezent, conduc la ideea că studiul de caz prezentat poate fi extins și în alte domenii de activitate cum ar fi cele de planificare sau cele ingineresti (proiectarea sistemelor de control al proceselor).

În planul cercetării fundamentale, modelarea structurală fuzzy poate fi extinsă la generarea automată a ierarhizării conceptuale, necesară în organizarea și structurarea cunoștințelor în cadrul sistemelor expert și a SSD-urilor cu baze de cunoștințe.

## ANEXA

### 1. Conceptele utilizate și bazele teoretice ale modelării structurale fuzzy

Se vor prezenta pe scurt conceptele teoriei fuzzy, utilizată în modelarea structurală fuzzy.

#### 1.1. Definiția submulțimii fuzzy

- Submulțime fuzzy

Fie  $X$  o mulțime oarecare de referință (mulțimea numerelor reale, mulțimea numerelor întregi etc.) corespunzătoare unei variabile lingvistice care poate lua orice valori în mulțimea  $X$ .

Se consideră funcția de apartenență:

$f_F: X \rightarrow [0,1]$ , cu  $f_F(x) \in [0,1] (\forall) x \in X$ , care asociază oricărui element  $x \in X$ , gradul  $f_F(x)$  cu care "F" aparține lui F. Acest grad este cuprins în intervalul  $[0,1]$ .

Submulțimea F se numește *submulțimea fuzzy*, care corespunde lui X, iar funcția "F" exprimă gradul de apartenență  $f_F(x)$  a elementelor  $x \in X$  în submulțimea fuzzy.

Notății utilizate:

Dacă  $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ , atunci se spune că F este aditivă și se folosește următoarea notație:

$$F = \bigoplus_{i=1}^n f_F(x_i)/x_i \quad (1)$$

Dacă X este continuă, atunci se folosește notația:

$$F = \int_X f_F(x)/x \quad (2)$$

unde, simbolurile "⊕" și "∫" diferă de semnificația clasică.

- Complementarea unei submulțimi fuzzy

Complementarea  $\bar{F}$  a unei submulțimi fuzzy F este caracterizată de relația:

$$f_{\bar{F}} = (1 - f_F) / (1 + \lambda f_F), \text{ unde } -1 < \lambda < \infty \quad (3)$$



## 1.2 Operații cu mulțimi fuzzy

### 1.2.1. Relații fuzzy

O relație fuzzy este o submulțime a unui produs cartezian. Fie  $X_1, X_2, \dots, X_n$  mulțimi de referință pentru submulțimile fuzzy  $F_1, F_2, \dots, F_n$ .

Vom defini *produsul cartezian fuzzy*  $F = F_1 \times F_2 \times \dots \times F_n$  prin funcția de apartenență:

$$f_F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \min[f_1(x_1), f_2(x_2), \dots, f_n(x_n)] \quad (4)$$

#### • Relații fuzzy binare

O relație fuzzy binară se definește prin:

$$f_R: X_1 \times X_2 \rightarrow [0, 1] \quad (5)$$

Relațiile fuzzy binare pot fi utilizate pentru a descrie compararea elementelor care fac parte dintr-un sistem de obiecte. De exemplu, pentru a caracteriza factorii de decizie, care fac parte dintr-un comitet de vot, în funcție de competență și de statutul social în cadrul organizației, se pot utiliza relațiile fuzzy binare.

Exemple de relații binare pot fi date:

- "y mai degrabă superior lui x"

$$f_{>}(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{dacă } y - x \leq 2 \\ (y - x) - 2 & \text{dacă } 2 \leq y - x \leq 4 \\ 1 & \text{dacă } y - x \geq 4 \end{cases} \quad (6)$$

- "y superior lui x"

$$f_{<}(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{dacă } y \leq x \\ 1 & \\ \frac{1}{1 + (x - y)^2} & \text{dacă } y > x \end{cases} \quad (7)$$

- "y este aproximativ egal cu x"

$$f_{\approx}(x, y) = 1 / (1 + |x - y|) \quad (8)$$

Relațiile fuzzy binare au următoarele proprietăți:

$$\text{- simetrie: } (\forall) x, y, f_R(x, y) = f_R(y, x) \quad (9)$$

$$\text{- asimetrie: } (\forall) x, y, f_R(x, y) > 0, f_R(y, x) = 0 \quad (10)$$

$$\text{- reflexivitate: } (\forall) x, f_R(x, x) = 1 \quad (11)$$

$$\text{- tranzitivitate: } (\forall) x, y, z$$

$$f_R(x, y) \geq \max_y \{ \min f_R(x, y), f_R(y, z) \} \quad (12)$$

Relațiile reflexive și simetrice se mai numesc și *relații de asemănare*, iar  $f_R(x, y)$  este gradul de asemănare.

Relațiile fuzzy binare, care au proprietatea de reflexivitate, de simetrie și de tranzitivitate se mai numesc și *relații de similaritate* (similitudine).

Relațiile fuzzy binare pot fi folosite pentru a pune în evidență gradul de subordonare a elementelor componente ale unui sistem de obiecte. În acest context, este necesar să se introducă un parametru "p", numit *prag*, care arată că gradul de subordonare a elementelor este mai mare decât p. Acest parametru aparține intervalului (0, 1]. Proprietățile relațiilor fuzzy binare, definite mai sus, pot fi raportate la pragul "p" și, deci, definițiile 9-12 devin:

- *legea fuzzy simetrică*

$$(\forall) (x_i, x_j) \in X \times X, \text{ cu } i \neq j,$$

$f_R(x_i, x_j) \geq p$  și  $f_R(x_j, x_i) \geq p$ , iar relația este fuzzy simetrică. (9')

- *legea fuzzy asimetrică*

$$(\forall) (x_i, x_j) \in X \times X, \text{ cu } i \neq j,$$

$$f_R(x_i, x_j) \leq p \text{ sau } f_R(x_j, x_i) \leq p,$$

iar relația este fuzzy asimetrică. (10')

- *legea fuzzy reflexivă*

$$(\forall) (x_i, x_i) \in X \times X, f_R(x_i, x_i) \geq p,$$

iar relația se numește fuzzy reflexivă. (11')

- *legea fuzzy ireflexivă*

$$(\forall) (x_i, x_i) \in X \times X, f_R(x_i, x_i) < p,$$

iar relația este fuzzy ireflexivă. (11'')

- *legea fuzzy tranzitivă*

$$(\forall) (x_i, x_j, x_k) \in X \times X, \text{ cu } i \neq j \neq k,$$

$$f_R(x_i, x_k) > \max_{j} [ \min(f_R(x_i, x_j), f_R(x_j, x_k)) ],$$

iar relația este fuzzy tranzitivă. (12')

- *legea fuzzy semi-tranzitivă*

$$(\forall) (x_i, x_j, x_k) \in X \times X, \text{ cu } i \neq j \neq k,$$

$$f_R(x_i, x_k) \geq \bigvee_{j=1}^n (f_R(x_i, x_j)) \wedge f_R(x_j, x_k) \geq p,$$

iar relația este fuzzy tranzitivă. (12'')

#### • Relația fuzzy binară complementară

Relația binară fuzzy complementară  $f_{\bar{F}}$  este dată de relația:

$$f_{\bar{F}}: X_1 \times X_2 \rightarrow [0, 1]$$

$$f_{\bar{F}}(x_1, x_2) = (1 - f_R(x_1, x_2)) / (1 + \lambda f_R(x_1, x_2)) \quad (13)$$

Complementara relației de similaritate este relația de disimilaritate (de disimilitudine).

Între relația de similaritate și de disimilaritate există următoarea legătură:

$$f_R(x,y) = 1 - f_{\bar{R}}(x,y),$$

Dacă  $\bar{R}$  este reflexivă, simetrică și tranzitivă, atunci  $R$  este antireflexivă, simetrică și verifică:

$$f_R(x,y) \leq \min_y(\max_x(f_R(x,y), f_R(y,z))).$$

De exemplu, următoarea relație este o relație de disimilitudine:

$$f_R(x,y) = \begin{cases} 0, & \text{dacă } x=y \\ 1 - e^{-k*(y-1)}, & \text{dacă } y < x \\ 1 - e^{-k*(x+1)}, & \text{dacă } y > x, \text{ cu } k > 1 \end{cases} \quad (14)$$

#### • Compunerea relațiilor fuzzy

Există mai multe metode de a defini compunerea a două relații fuzzy. Cea mai frecvent utilizată este compunerea max-min definită astfel:

$$f_{R \circ R}(x,z) = \max_y(\min(f_R(x,y), f_R(y,z))) \quad (15)$$

### 1.2.2. Matrici fuzzy și operații cu matrici fuzzy

O matrice  $A$  de dimensiune  $n \times n$ , ale cărei elemente  $a_{ij} \in A$  iau valori în intervalul  $[0,1]$  se numește *matrice fuzzy pătrată*.

Fie  $A$  și  $B$  două matrici fuzzy de dimensiune  $n \times n$ , ale căror elemente  $a_{ij} \in A$  și  $b_{ij} \in B$  iau valori în intervalul  $[0,1]$ . Operațiile cu două matrici fuzzy se referă la:

- compunere;
- sumă logică;
- produs logic.

#### • Compunerea a două matrici fuzzy:

Compunerea fuzzy  $C = A \circ B$  este definită astfel:

$$c_{ij} = \bigvee_{k=1}^n (a_{ik} \wedge b_{kj}) \quad (16)$$

unde,

$c_{ij}$  sunt elementele matricii fuzzy compuse  $C$ .

#### • Suma logică a două matrici

Suma logică  $D = A \oplus B$  este definită astfel:

$$d_{ij} = a_{ij} \vee b_{ij} \text{ cu } i,j=1,2,\dots,n \quad (17)$$

#### • Produsul logic a două matrici fuzzy

Produsul logic  $E = A \otimes B$  a două matrici fuzzy este definit astfel:

$$e_{ij} = a_{ij} \wedge b_{ij} \quad (18)$$

#### • Matrice de subordonare fuzzy

Fie  $S = \{s_1, s_2, s_3, \dots, s_n\}$  un sistem compus dintr-un număr finit de obiecte.

O *matrice de subordonare fuzzy*, care corespunde sistemului  $S$ , este o matrice  $A = [a_{ij}]$ , cu  $i,j=1,2,\dots,n$ , în care elementele  $a_{ij}$  reprezintă relația de subordonare fuzzy dintre elementele lui  $S$ , construită pe baza relațiilor contextuale dintre elemente. Deci, elementele  $a_{ij}$  sunt de forma:

$$a_{ij} = f_R(s_i, s_j), \text{ cu } 0 \leq a_{ij} \leq 1 \text{ și } i,j=1,2,\dots,n \quad (19)$$

În matricea de subordonare fuzzy, fiecare element  $a_{ij}$  arată gradul cu care elementul  $s_i$  este subordonat lui  $s_j$ .

#### • Matrice semi-reachability fuzzy

O matrice de subordonare fuzzy, care satisface legea de semitransitivitate fuzzy, se numește *matrice semi-reachability fuzzy*.

În [11] este justificat algoritmul de construire a matricii semi-reachability fuzzy pornind de la matricea de subordonare fuzzy. De asemenea, în [11] sunt prezentate teoremele și propozițiile care stau la baza modelării structurale fuzzy.

## Bibliografie

1. BOUCHON MEUNIER, B.: La logique floue, Press Université de France, Paris, 1993.
2. DUBOIS, D., PRADE, H.: Fuzzy Sets and Systems Theory and Application, Academic Press, 1980.
3. FISHBEIN, M., AJZEN, I.: Belief, Attitude, Intention and Behaviour, An introduction to Theory and research, Addison-Wesley, Reading, MA, 1975.
4. GABUS, A., FONTELA, E.: DEMATEL Reports no.1 (1973), no.2 (1973) and no.3 (1975), Battelle J. Inst.
5. ISHII, K., SUGENO, M.: A Model of Human Evaluation Process Using Fuzzy Measures. În: International Journal Man-Machine Studies, Vol. 22, pp.19-39.
6. KAWAKITA J.: KJ Method (in Japanese) (Chuoh Kohron Shinsho, Tokyo).
7. KEEN, P., MORTON, W., MORTON, G., MORTON, S.: M.S. Decision Support System:

- an Organisational Perspective, Addison-Wesley Publishing Company, 1978.
8. LEVINE, P., POMEROL, J.-Ch.: Systèmes interactives d'aide a la Décision et Systèmes Experts, Ed. Hermes, Paris, 1990.
  9. LEVINE, P., POMEROL, J.-Ch.: An DSSs Problem Solvers, Cahiers du LAFORIA, Paris, 1993.
  10. LEWANDOWSKI, A., JOHNSON, S., WIERZBICKI, A.P.: Prototype Selection Committee Decision Analysis and Support System, SCADS : Theoretical Background and Computer Implementation.
  11. MOISE, M.: RAPORT DE CERCETARE GRANT 184/1995, vol.1, 60 pag., vol 2 34 pag., 1995.
  12. MOISE, M.: RAPPORT DE RECHERCHE sur : L'utilisation de la modelisation floue dans les decisions "multi-attribut", Journal du LAFORIA ,nr. 22, 64 pag., 1994.
  13. MOISE, M.: Sisteme bazate pe cunoștințe. În: Studii și Cercetări de Calcul Economic și Cibernetică Economică, nr.3-4, 1994.
  14. MOISE, M.: Sisteme expert în întreprindere (traducerea și adaptarea cărții "Systeme Experts dans l'Entreprise", Benchimol G., Levine P., Pomerol J.- Ch., Ed. Hermes, Paris, 1990.
  15. MOISE, M.: Reprezentarea și folosirea cunoștințelor "imperfecte". În: Revista Română de Informatică și Automatică, vol.3, nr.1, 1993, pp. 71-77.
  16. MOISE, M., POPA, V.: Modelling of Hybrid Control Systems, pentru IFSA'95, Sao Paolo, Brazilia.
  17. MUROFASHI, T., SUGENO, M.: An Interpretation of Fuzzy Measure and Choquet's Integral as an Integral with Respect to Fuzzy Measure.În: International Journal Fuzzy Sets and Systems, vol.20, 1989.
  18. ONISAWA T., SUGENO, M.: Fuzzy Measure Analysis of Public Attitude towards the Use of Nuclear-Energy, 1986.
  19. SEAN, B.E., SANG, M. L., JWA, K. K.: The Intellectual Structure of Decision Support. În: Decision Support Systems nr.10,1993.
  20. TAZAKI, E., AMAGASA, M.: Structural Modelling in a Class of Systems Using Fuzzy Sets Theory. În: Fuzzy Sets and Systems, nr.2, 1979.
  21. VLACIC, Lj.: Decision Support Systems in the Design of Process Control Systems.În: Information and Decision Tehhnologies, nr. 15, 1989.
  22. ZADEH,L.A.: Outline of a new Approach to Analysis of Complex System and Decision Process. În: IEEE Trans. Systems, Math. and Cybernetics, SMC-3, 1973.
  23. WARFIELD,J.N.: A Unified Systems Engineering Concept, Battelle M. Inst.
  24. WIERBICKI, A. P.: Multiple Criteria Games Theory and Applications, IIASA, Laxenburg, Austria, 1992.
  25. WIERBICKI, A. P.:Multi-Objective Modelling and Simulation for Decision Support, IIASA, Laxenburg, Austria, 1992.
  26. WILLIAMS, T.: Fuzzy Logic Simplifies Complex Control Problems.În: Computer Design, March, 1991, pp. 90-102.
  27. SPRAGUE, R.H.: Decision Support System in context. În: Decision Support Systems, 3, 1987.
  28. STABELL, C.B.: Decision Support Systems: Alternative Perspective and Schools. În: Decision Support Systems, 3, 1987.
  29. SIMA,V.: Metode noi în matematica aplicată, Editura științifică, 1992, București.



