O NOUĂ METODĂ DE FUZZIFICARE ŞI APLICAŢII ÎN CONTROLUL FUZZY

ing. Cezar Ionescu

Institutul de Cercetări în Informatică

Rezumat: Articolul prezintă o metodă de determinare a gradului de apartenență a unei variabile crisp la o mulțime fuzzy. Prima secțiune analizează critic modul clasic de determinare a gradelor de apartenență și proiectarea regulatoarelor fuzzy. În a doua secțiune este prezentată noua metodă de fuzzificare prin intermediul unui exemplu concret: determinarea gradelor de apartenență a înălțimilor la mulțimea fuzzy, descrisă de variabila lingvistică "înălțime medie", precum și o comparație cu metode similare, propuse anterior. A treia secțiune analizează relevanța metodei de fuzzificare în contextul controlului fuzzy. Ultima secțiune prezintă concluziile articolului.

Cuvinte cheie: mulțimi fuzzy, control fuzzy.

1. Determinarea clasică a gradelor de apartenență și controlul fuzzy

Determinarea gradelor de apartenență a variabilelor crisp la o mulțime fuzzy descrisă lingvistic este prima etapă în proiectarea unei aplicații bazată pe logica fuzzy. Ea revine la a specifica, printr-o formulă analitică sau printr-o tabelă de valori, funcția fuzzy respectivă.

Ideea regulatoarelor fuzzy este: "identificarea expertului uman". Ca atare, atunci când se încearcă găsirea funcției fuzzy, rezultatul este un model al modului în care expertul uman foloseste variabila lingvistică respectivă.

Un exemplu tipic ar fi acela că expertul determină ca pentru o anumită aplicație este valabilă regula următoare:

DACĂ distanța este mică, ATUNCI viteza trebuie să fie mare.

Variabilele lingvistice sunt "mică" și "mare"; prima se referă la o distanță, pe care o putem presupune măsurată în metri, a doua - la o viteză, măsurată în metri/secundă.

Problema constă atunci în determinarea funcției fuzzy, descrisă de variabila "mică", funcție definită pe o mulțime de distanțe măsurate în metri cu valori în intervalul [0, 1], și a funcției fuzzy "mare", definită pe mulțimea vitezelor posibile în contextul dat (măsurate în metri/secundă).

Metoda clasica constă în a interoga expertul asupra unor valori "reprezentative". Se cere de la expert o exprimare de genul: "O distanță de 2m nu este mică. O distanță de 1m este mică. O distanță de 1.5m poate fi considerată mică, dar nu sunt convins."

Dată fiind această descriere, proiectantul regulatorului fuzzy alege o formă pentru funcția fuzzy "distanță mică", formă, în general, trapezoidală sau triunghiulară, ideea fiind cea de interpolare prin funcții liniare pe porțiuni ale punctelor stabilite de expert. În figura de mai jos, este prezentat rezultatul tipic al unei astfel de interpolări:

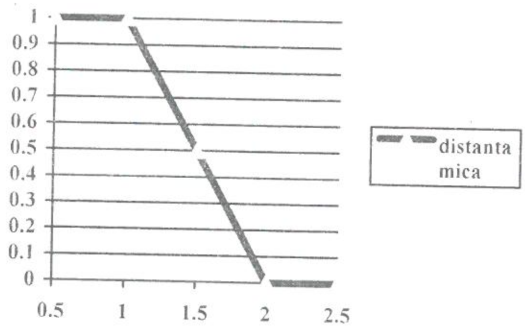

Figura 1: Mulțimea fuzzy "distanță mică"

În mod analog, se stabilește și mulțimea fuzzy pentru "viteza mare".

Odată definite cele două mulțimi, proiectantul regulatorului trece la implementarea regulii. După ce se implementează toate regulile, regulatorul se prezintă ca o schemă de calcul care, dându-se intrările (în cazul nostru, distanța) găsește iesirea necesară pentru menținerea unui proces în anumite limite (în cazul nostru, ieșirea este o viteză).

Determinarea funcțiilor în acest mod are în ea o anumită doză de arbitrar. Acest lucru devine evident prin faptul că, în general, un regulator fuzzy proiectat ca mai sus nu funcționează: sistemul rezultat este instabil.

Se trece atunci la "ajustarea" funcțiilor, prin diverse tehnici (foarte populară fiind utilizarea rețelelor neuronale, de exemplu [3]). În urma acestor ajustări, regulatorul fuzzy ajunge să dea rezultate foarte bune, dar, în general, funcțiile fuzzy rezultate în urma ajustării nu mai pot fi în nici un fel interpretate ca descrise de variabile lingvistice. Ca atare, legătura cu expertul uman s-a pierdut. Deși s-a obținut un regulator funcțional, se poate spune că scopul inițial, identificarea expertului, nu a fost atins.

2. O metodă de determinare a gradelor de apartenență

Să considerăm variabila lingvistică "de înalțime medie", definită pe o mulțime de înălțimi variind între 1m și 2m. În tratarea acestei variabile, dificultatea provine din imposibilitatea alegerii unor praguri a și b între 1 și 2 astfel încât pentru oricare $x \in [1, 2]$ să fie îndeplinită condiția: "dacă $x \in [a, b]$ atunci x e de înălțime medie, iar dacă $x \notin [a, b]$, atunci x nu e de înălțime medie.", și să existe o concordanță cu experiență. Granițele dintre "înălțime medie" și "înălțime mică" sau dintre "înălțime medie" și "înălțime mare" sunt vagi, nedefinite.

Această ambiguitate este imediat pusă în evidență de următorul experiment. Fie o discretizare a intervalului [1, 2], cuanta de discretizare fiind sub pragul la care un observator uman poate sesiza diferența dintre două înălțimi. Considerând pragul de 1mm, rezultă următoarea mulțime de înălțimi: X = {1.000, 1.001, 1.002,... , 1.999, 2.000 }. X are, în aceste condiții, 1001 elemente.

Corespunzător acestei mulțimi, se confecționează o mulțime de bastoane, astfel încât înălțimile bastoanelor să fie între 1m și 2m, pentru fiecare element din X să avem un baston și numai unul de înălțimea respectivă. Fie $\{x_1,..., x_{1001}\}$ elementele mulțimii de bastoane, ordonate după înălțime în sens crescător.

Se prezintă expertului bastoanele pe rând, rugându-l să indice de la care baston încep cele de înălțime medie și la care se termină.

Cu aceasta, experimentul ia sfârșit. Dacă se mai efectuează o dată, expertul va indica, în general, alte limite în care se încadrează bastoanele de înălțime medie.

Analiza acestui experiment și a rezultatelor sale poate fi făcută în mai multe moduri. Întâi, se poate socoti că rezultatul experimentului este o pereche ordonată de numere naturale între 1 și n=1001, notate k, respectiv l, care reprezintă primul baston din seria celor de înălțime medie, respectiv ultimul (astfel că x_k și x_l au fost considerate de expert ca fiind de înălțime medie, la fel ca și bastoanele x_i cu $k<i<l$, în timp ce x_j cu $j < k$ sau $j > l$ nu au fost considerate de înălțime medie).

Experimentul considerat nu are un rezultat determinist, ci aleator. Spațiul Ω al evenimentelor este mulțimea de perechi ordonate (k, l), cu k și l numere naturale între 1 și n, cu $k \leq l$. Sigma algebra asociată este $S = \mathbf{P}(\Omega)$. Presupunând că se efectuează experimentul de N ori și că rezultă perechile $(k_1, l_1),... , (k_N, l_N)$ se poate estima în mod natural probabilitatea unui element din Ω în felul următor:

$$P\{(k,l)\} = \frac{\sum_{j=1}^{N} \delta_{(k,l)}(k_j, l_j)}{N}$$

unde δ este simbolul Kronecker.

Media variabilei aleatoare (k, l), estimată de $((k_1+...+k_N)/N, (l_1+...+l_N)/N)$ ar reprezenta intervalul "mediu" în care se înscriu înălțimile medii.

Un alt mod de a analiza experimentul este de a considera rezultatele sale ca fiind șiruri binare de n elemente, în care elementul i este egal cu 1 dacă bastonul x_i a fost inclus printre elementele de înălțime medie, și 0 în caz contrar. (Cu alte cuvinte, cu notațiile de mai sus, $k \leq i \leq l$).

Un rezultat posibil al experimentului este deci un șir de forma (0, 0,..., 0, 1,..., 1, 0,... , 0), în care primul 1 apare pe poziția k, iar ultimul pe poziția l. Există $\frac{n(n+1)}{2} + 1$ astfel de șiruri (incluzându-le și pe cele ce conțin numai unități sau numai zerouri). Fie Ω mulțimea tuturor șirurilor de acest tip, mulțimea rezultatelor posibile ale experimentului. Sigma algebra asociată este $\mathbf{P}(\Omega)$.

Fie $s_1, s_2,..., s_N$ rezultatele a N experimente. Se poate estima probabilitatea unui element s din Ω în mod natural:

$$P(s) = \frac{\sum_{j=1}^{N} \delta_s(s_j)}{N}$$

Variabila aleatoare s are o medie estimată în modul următor: $F=E\{s\} \approx (s_1+s_2+...+s_N)/N$. Vectorul F are componente între 0 și 1; valoarea componentei i indică procentul în care x_i a fost inclus printre bastoanele de înălțime medie în cele N încercări.

Componenta i poate, de aceea, fi interpretată ca "gradul de apartenență" al lui x_i la mulțimea de bastoane de înălțime medie, iar vectorul ca tabelă de valori ce definește funcția fuzzy "înălțime medie". Prin această interpretare, avem o metodă obiectivă de determinare a funcției de interes.

Metoda propusă aici are anumite similarități cu cele susținute anterior de alți cercetători, în particular cu cea a lui Dinh Xuan Ba ([5]) și cea a lui Zhang Nanlun ([6]). În cele ce urmează, se va face o scurtă comparație cu aceste metode.

Dinh Xuan Ba determină funcția de apartenență a unei mulțimi fuzzy, folosind o matrice

$A = (a_{ij})$ $i = 1, 2, ..., n$, $j = 1, 2, ...,$ n unde n reprezintă cardinalul universului de discurs. Matricea este furnizată de expert, elementul a_{ij} reprezentând "nota" dată de expert pentru raportul dintre gradul de apartenență a elementului i și gradul de apartenență a elementului j. Aceasta presupune, în contextul articolului de față, ca expertul ar putea da o notă care să exprime cât de 'de înălțime medie' este un baston în raport cu altul. Nu este evident că expertul uman poate face aceastaă cu o precizie satisfăcătoare (atât pentru necesitățile de calcul ale lui Xuan Ba, cât și pentru expert însuși). De asemenea, nu este evident de ce ar fi mai ușor pentru expert să dea aceste note, decât să precizeze, de la bun început, funcția de apartenență a mulțimii fuzzy considerate.

Zhang Nanlun prezintă un experiment similar cu cel prezentat aici. El interogheaza 129 de subiecți asupra limitelor de vârstă între care trebuie să se situeze cineva pentru a fi, în opinia subiectului respectiv, 'tânăr'. În contextul articolului de față, aceasta s-ar traduce prin efectuarea experimentului cu bastoane de N = 129 de ori, dar folosind de fiecare dată *un alt expert*. Statistica rezultată are apoi interpretarea funcției de apartenență a mulțimii fuzzy 'înalt' în viziunea unei populații de experți. 'Filosofia' experimentului lui Zhang Nanlun este deci că noțiunile fuzzy apar datorită conflictelor de opinii dintre mai mulți experți. Pentru un singur expert, o noțiune cum este cea de 'înălțime medie' sau de 'tânăr', este bine determinată, și nu necesită pentru a fi descrisă recurgerea la alt instrument în afara teoriei clasice a mulțimilor. Acest punct de vedere este diferit de cel adoptat aici, în sensul că un același expert are, în general, opinii diferite de la un experiment la altul.

3. Determinarea funcției de apartenență și reglarea fuzzy

Modul în care sunt determinate funcțiile fuzzy influențează alegerea schemei de calcul pentru regulatorul fuzzy.

Din modul în care au fost determinate gradele de apartenență rezultă următoarea observație: gradul de apartenență al unui element la o mulțime fuzzy descrisă de o variabilă lingvistică poate fi interpretat ca probabilitatea ca expertul "identificat" să folosească variabila lingvistică respectivă pentru acel element.

Din aceste motive, este posibil ca metode utilizate în mod tradițional în regulatoarele fuzzy să nu mai dea rezultate corespunzatoare atunci când operează cu funcții, fuzzy determinate ca mai sus. În particular, este de așteptat ca cea mai frecvent folosită metodă, cea a centrului de greutate, să nu mai fie aplicabilă în acest caz.

(Se reamintește că metodele de defuzzificare aleg un element "reprezentativ" al unei mulțimi fuzzy, metoda centrului de greutate alegând abscisa centrului de greutate al graficului funcției fuzzy, abscisa ce poate corespunde unui element al cărui grad de apartenență la mulțimea de defuzzificat este nul.)

O posibilă metodă de defuzzificare, consistentă cu metoda de determinare a funcției de apartenență, ar putea fi următoarea. Pe mulțimea valorilor x_i ce alcătuiesc suportul mulțimii fuzzy se construiește o distribuție de probabilitate ce asigrează fiecărui element x_i o probabilitate proporțională cu gradul său de apartenență la mulțimea fuzzy respectivă. De exemplu:

$$P(x_i) = \frac{F(i)}{\sum_{j=1}^{n} F(j)}$$

Alegerea elementului "reprezentativ" se face apoi aleator, după această distribuție de probabilitate.

4. Concluzii

S-a prezentat o metodă de stabilire a gradelor de apartenență pentru o mulțime fuzzy, descrisă de o variabilă lingvistică, prin "identificarea expertului". Orice identificare experimentală presupune postularea a priori a unor proprietăți ale procesului de identificat. În cazul de față, s-a considerat că expertul se comportă ca un mecanism stocastic. În această ipoteză, metoda propusă oferă o estimare obiectivă a parametrilor acestui proces stocastic. Rezultatele astfel obținute ar putea fi eventual validate printr-o altă metodă, ca cea propusă de Paul Dunn în [7], bazată pe viteza de reacție a subiectului la interogări de genul: "este bastonul acesta înalt?".

Logica experimentului are implicații și în etapele de inferență și defuzzificare ce folosesc rezultatele obținute. Din punct de vedere teoretic, pierderea defuzzificării prin centrul de greutate este, poate paradoxal, cea mai promițătoare consecință a metodei.

Bibliografie

1. **KOSKO, B.**: Neural Networks and Fuzzy Systems. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1992

2. **BUCKLEY, J. J.**: Fuzzify. În: Fuzzy Sets and Systems 73, 1995

3. **MORAGA, CL.**: Neural Networks. Comunicare prezentată la Şcoala de Vară cu tema Soft Computing, organizată de BSU, septembrie 1995.

4. * * * Lucrările seminarului "Mulţimi fuzzy: teorie şi aplicaţii", ICI, 1996.

5. **DINH XUAN BA.**: A Method for Estimating the Membership Function of a Fuzzy Set. BUSEFAL, nr. 19, 1984, pp.68-82.

6. **ZHANG N.**: A Preliminary Study of the Theoretical Basis of the Fuzzy Set. BUSEFAL, nr. 19, 1984, pp. 58-67.

7. **DUNN, P.**: A Paradigm for Validating Membership Functions. BUSEFAL, nr. 37, pp. 95-106.