O APLICAȚIE A PROGRAMĂRII DINAMICE CU COEFICIENȚI FUZZY ÎN SISTEMELE INFORMAȚIEI GEOGRAFICE

Prof. dr. Ion Macri

Facultatea de Geodezie,
Universitatea Tehnică de Construcții București

Rezumat: Articolul prezintă un model clasic de transport, neliniar, aplicat în condiții montane care face apel la elemente ale informației geografice adică la parametrii preluați din modelul digital al terenului - distanțe, diferențe de nivel, impedanțe etc . Acești parametri permit prin extensiile lor fuzzy modelarea efortului fiziologic depus în procesul mișcării.

Cuvinte cheie: programare dinamică, optimizare, funcții recurente, transport montan, model digital al terenului, coeficienți fuzzy, pointeri.

Introducere

Aplicația se ocupă de interconectarea unui model matematic cu un sistem informațional geografic (SIG).

Există o valoroasă experiență în domeniul programarii matematice care s-a acumulat în cursul ultimilor cinci decenii în șiruri lungi de volume dedicate rezolvării aproape a tuturor problemelor care implică noțiunea de maxim sau de minim, cu un cuvânt de optimizare, a unei funcții reprezentând cantitativ sau calitativ costul unui proces. Aceasta este pusă fie sub numele de pionerat în domeniu, de atunci, al Cercetărilor Operaționale, fie sub numele generic de Programare Matematică. Totuși această prodigioasă activitate de cercetare nu a putut fi utilizată în mod curent, lipsind fie efortul de analiză pe care problemele îl cer într-o situație reală, fie, în cazul când acest efort a fost făcut, o bază de date de unde algoritmul de rezolvare să-și poate lua datele. Astfel, programarea matematică a început să apară ca un domeniu mai mult teoretic, livresc, chiar desuet.

Apariția în acest ultim deceniu al secolului al XX-lea a Sistemelor Informației Geografice - Geographical Information Systems, care cuprind un concept de bază de date în care informația se află pe straturi de interes, interconectate, creează premisa reluării vechilor algoritmi în contextul SIG. Acestea sunt capabile să satisfacă cererile de analiză și de date ale modelelor matematice care, adaptate, pot deveni eficiente.

Apare dificil și costisitor și impunând echipe de cercetare specializate atât în SIG, cât și în modelare matematică, dar rezultatele vor merita efortul.

1. O problemă de transport

Fie **m** orașe pe o vale și **n** cabane sus în munți. Căutăm un algoritm de transport optim al unei resurse - de exemplu hrana - de la cele m orașe la cele n cabane. Cu alte cuvinte, problema de optim se poate formula astfel: care ar fi distribuția cea mai puțin costisitoare ca efort, în mod generic, în condițiile când drumurile care leagă orașele de cabane sunt cunoscute și posibile, iar cantitățile de resursă cerute de cabane nu depășesc capacitățile de satisfacere ale orașelor. Fie un exemplul numeric într-o regiune turistică din munții Bucegi. Distanțele între fiecare oraș și fiecare cabană variază între 3-20Km, iar diferențele de nivel între orașe și cabane sunt de până la 1800m.

2. Un model matematic

Problema enunțată aparține importantei clase a problemelor de distribuție care a fost studiată asiduu în trecut astfel că acum există metode de rezolvare puternice și ingenioase, datorate lui Dantzig, Flood, Ford și Fulkerson, în condiții de linearitate și datorate lui Richard Bellman și Stuart Dreyfus, în condiții de nelinearitate.

Pentru exemplificare s-a ales, din această panoplie de modele, un model de programare dinamică Bellman și, cu sprijinul facilitaților de analiză și calcul al parametrilor modelului oferit de un SIG ca PC Arc/Info System or IDRISI/versiunea Windows, se va încerca abordarea realității așa cum este ea.

Se denumește centru, locul unde o resursă este situată în oraș și cerere de resursă, locul unde s-a făcut cererea de resursă, la cabană.

Păstrând notațiile lui Bellman:

c_i, $i = 1,2,...,m$ resursa disponibilă la centrul i ;

r_k, $k = 1,2,...,n$ cererea de resursă formulată de cabana k.

Se presupune că totalul resurselor este cel puțin egal cu totalul cererilor de resursă.

Cazul totalului de resurse mai mare decât totalul cererilor poate fi soluționat prin aceeași metodă și este interesant din punct de vedere al costului global. Cazul opus este o problemă de necesitate, și nu de optim.

Astfel: $\sum_1^m c_i = \sum_1^n r_k$

Funcțiile cost ale distribuției sunt:

$$g_{ik}(x_{ik}) = a_{ik}x_{ik} + b_{ik}x_{ik}^2 + c_{ik}$$

unde:

x_{ik} este *cantitatea* de resursă distribuită de la orașul i către cabana k.

a_{ik} este coeficientul *cost*, proporțional cu *distanța* pe ruta de la i la k, ales dintre eventualele rute variante pe modelul digital al terenului

b_{ik} este coeficientul *impedanța* care măsoară rezistența la mișcare. Rezultă din analiza rutelor de transport cu funcția Varcost din IDRISI. În cazul de față, reprezintă efortul fiziologic depus în deplasare; se prezintă, de asemenea, ca un *cost*.

$$b_{ik} = \lambda \sum_j | p_j | l_j$$

unde:

λ - coeficient de conversie
p_j - panta terenului
l_j - lungimea drumului, $j=1,2,..j_{ik}$.

În anumite situații, de exemplu pentru condiții meteorologice grele, b_{ik} poate fi considerat un număr fuzzy, care dă posibilitatea de a modela în mod adecvat dificultățile fizice din procesul transportului.

Astfel, se poate modela acest aspect al problemei în trei variante:

1. b_{ik} număr fuzzy:

   Un număr fuzzy finit $\tilde{b}$ = {b, b1, b2} unde b este un interval mediu al lui $\tilde{b}$, b1 este extensia stângă a lui b, iar b2 este extensia dreaptă a lui b, conduce la calculul cu intervale. [2],[6]. În [4] este dat un exemplu de calcul cu numere fuzzy în domeniul programării producției, iar în [7] se află fundamentarea teoretică pentru aplicarea procedurilor de calcul în domeniul programării liniare dinamice. Astfel, funcțiile g_{ik} se desfac în perechi de funcții pentru valorile extreme ale coeficientului b_{ik}.

2. b_{ik} mulțime fuzzy.

   Fie b_{ik} o mulțime fuzzy $\tilde{b}_{ik} : \mathbf{R} \rightarrow [0,1]$ satisfăcând următoarele condiții:

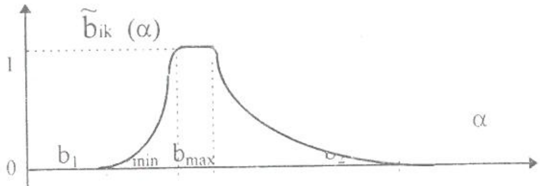

Figura 1. Graficul funcției de apartenență

(1) $\tilde{b}_{ik}(\alpha) = 1$, $\forall \alpha \in \mathbf{I} = [b_{min}, b_{max}]$, interval în jurul valorii medii a lui b_{ik},

(2) $\tilde{b}_{ik}(\alpha) = 0$, $\forall \alpha \in (\leftarrow, b_1] \cup [b_2, \rightarrow)$ unde $b1 < b_{min} \leq b_{max} < b_2$,

$\tilde{b}_{ik}$ este strict crescătoare pe intervalul $[b_1, b_{min}]$ și strict descrescătoare pe intervalul $[b_{max}, b_2]$.

Criteriul după care se poate face alegerea expre-siei funcției de apartenență este performanța calcu-lelor numerice implicate. O definiție simplă pentru $\tilde{b}_{ik}$ pe intervalele $[b_1, b_{min}]$ și $[b_{max}, b_2]$ este următoarea:

$$\tilde{b}_{ik}(\alpha) = \frac{\alpha - b_1}{b_{min} - b_1}, \quad \forall \alpha \in [b_1, b_{min}]$$

$$\tilde{b}_{ik}(\alpha) = \frac{b_2 - \alpha}{b_2 - b_{max}}, \quad \forall \alpha \in [b_{max}, b_2].$$

3. b_{ik} funcție deterministă. Având în vedere faptul că familia valorilor (p_j, l_j) este cunoscută din modelul digital al terenului, reprezentând caracteristicile terenului, fundamentarea lui b_{ik} se bazează pe esti-marea factorului de conversie λ care dă posibilitatea de a introduce în calcul, în mod interactiv, o apreciere, în funcție de clasificarea efortului fiziologic pe o anumită rută. [5] Astfel, într-un caz concret, se cosideră $\lambda \in [0, \lambda_{max}]$ și fixat, printr-o serie de reguli de genul: " dacă temperatura este *t* și vântul are viteza *v* și vremea are caracte-ristica *ninsoare*, atunci $\lambda = \lambda_j$". Cazul $\lambda = 0$ ar corespunde unui transport ipotetic prin cablu, aici desigur cu $c_{ik} \neq 0$ -reprezentând taxa de teleferic. Aceste reguli se pot concretiza fie în funcții tabel ca prim pas spre găsirea unei funcții analitice, fie într-o rețea de inferențe.

c_{ik} este un coeficient numit *comision* care are valoare unei taxe, fiind aplicat dacă transportul are loc și este 0 altfel.

Ecuația funcțională a programării dinamice

$$f_k(x_1) = \min \{g_{1k}(x_{1k}) + g_{2k}(x_{2k}) + f_{k-1}(x_1 - x_{1k})\},$$

cu $x_1 = 0...c_1$; $x_{1k} = 0...x_1$;

$x_{2k} = r_k - x_{1k}$ și $f_0(x_1) = 0$,

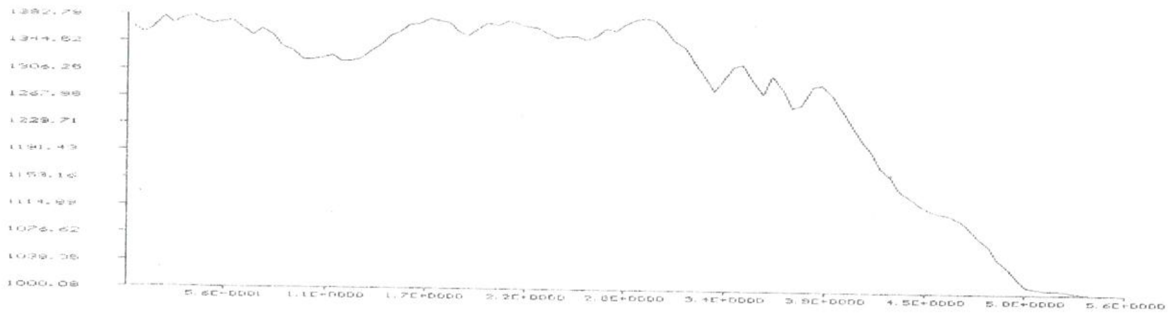

Figura 2. Profilul rutei care leagă cabana Diham de oraşul Azuga

este o funcţie de minimizare recursivă a funcţiilor cost g_{ik}, scrisă pentru cazul unidimensional a 2 centre şi **n** cereri de resursă. În [1] acest exemplu, este tratat în detaliu. Pentru cazul general, **m** centre şi **n** cereri de resursa, deoarece ecuaţia funcţională are m-1 dimensiuni şi **m** poate fi mare, se poate utiliza o metodă de aproximaţii succesive, având ca nucleu de optimizare ecuaţia funcţională scrisă mai sus. Cum remarca Bellman, această metodă se dovedeşte a fi întodeauna unul din cele mai puternice instrumente de lucru în analiza matematică - dar şi în calculul numeric.

dată, pentru celelalte m-2 centre, repartiţia anterioară de resursă spre cabane, până ce se obţin valori stabile în două cicluri succesive. Se memorează costul distribuţiei.

A doua şi următoarele soluţii. Se procedează în acelaşi mod ca mai sus, dar pornind în procedura de optimizare de la altă pereche de centre. Numărul total de combinaţii de perechi este dat de C_m^2. Se va memora de fiecare dată costul distribuţiei.

Varianta cu cel mai mic cost este cea care va da soluţia problemei de distribuţie.

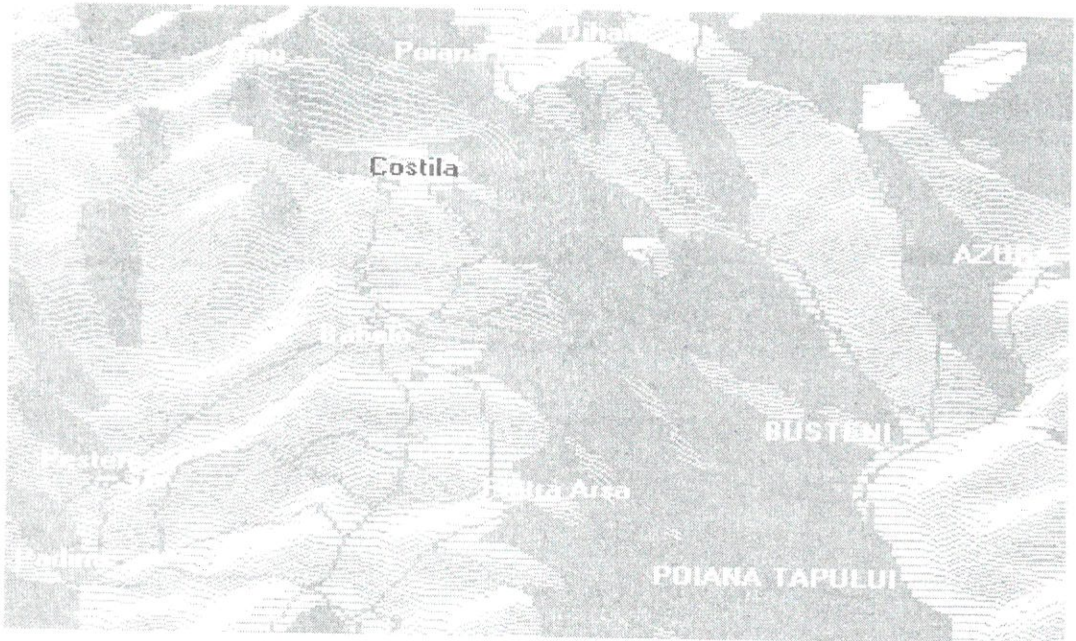

Figura 3. Imagine 3-D a rutelor din zona studiată

3. Algoritmul de calcul

Prima soluţie. Se porneşte cu prima pereche de centre (1,2) în procedura de optimizare, anulând pentru celelalte m-2 centre cantitatea lor de resursă printr-o repartiţie uniformă către cabane şi, evident, descrescând corespunzător cererile cabanelor. Se continuă optimizarea pornind cu următoarele perechi de centre, pe rând, şi stabilind, de fiecare

4. Programul de calcul şi modelul digital al terenului (DTM)

Algoritmul a fost transcris într-un program în limbajul Pascal utilizând, pentru perechile de centre în procedura de optimizare, pointerii, într-o Listă Circulară Legată.

Modelul digital al terenului a fost obținut prin digitizarea unei hărți turistice folosind softwer-ul Arc/Info. Analiza traseelor s-a facut cu softwer-ul IDRISI pentru Windows, [3],[5] în vederea obținerii coeficienților a și b. Între program și modelul digital al terenului s-a proiectat o interfață. Astfel, coeficienții a și b se citesc dintr-un fișier ASCII, produs la analiza modelului digital, și se rescriu în mod interactiv într-un alt fișier ASCII alături de coeficientul c, cantitățile de resurse la centre, cererile la cabane și eventual b fuzificat.

S-a lăsat astfel posibilitatea de a modifica unii parametri până în ultimul moment.

Un exemplu de calcul cu editarea rezultatelor pentru 5 centre și 12 cabane durează câteva secunde pe un PC 486 la 66MHz.

5. Concluzii

Exemplul de mai sus a deschis pentru noi perspectiva integrării modelelor de Programare Matematică în Sistemele Informației Geografice. Descrierea corectă a spațiului, folosind un evantai larg de parametri, îmbunătățește cunoașterea noastră asupra comportarii fenomenelor distribuite și, ținând cont de acest tip de fenomene, se poate face o evaloare realistă acolo unde sunt implicate potențiale investiții de eforturi și de bani.

Bibliografie

1. **BELLMAN R.E.,DREYFUS S.E.:** Dynamic Programming, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1957.
2. **BERTI, S.:** Aritmetica Intervalelor, Editura Academiei Romane, București România, 1977.
3. **IONESCU, C.:** Hydrographic basin model simulation, based on D.T.M., including the extraction of the basin draining network, to be used on PC., Meteorology and Hydrology, Vol. 22, 1, 1992, pp.35 - 42.
4. **MACRI, I.:** Informatics of Industrial Enterprises Production Programming, Editura Academiei Române, București, România, 1989.
5. **MACRI, I., RUS, T., BRÂNDUȘ, C., TURCU, L., IONESCU, C.:** A Model of Bellman Dynamics in GIS, Joint European Conference and Exhibition on Geographical Information, Proceedings, Utrecht The Netherlands, 1997.
6. **MOORE, R. E.:** Interval analysis, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, 1966.
7. **NEGOIȚĂ, C.V.:** Asupra considerării impreciziei în programarea liniară dinamică. În: Studii și Cercetări de Cibernetică Economică nr.3, București, România, 1976.