

Ō METODĂ DE EVALUARE A ROBUSTEŢII REGULATOROARELOR

ing. Florina Ungureanu

Universitatea Tehnică "Gh. Asachi" Iaşi

Rezumat: În această lucrare, este studiată robusteŢea reguletoarelor convenŢionale PI și PID și se propune o metodă de evaluare a robusteŢii utilizând analiza globală de sensibilitate. Reguletorul este acordat optimal cu una din metodele clasice, pentru valorile considerate nominale ale parametrilor procesului. Apoi, se consideră variaŢia simultană și în domeniul relativ largi ($\pm 20\%$) a parametrilor procesului în jurul valorilor lor nominale, acoperind domeniul lor de incertitudine, și se evaluează efectul acestor variaŢii asupra performanŢelor buclei de reglare și a criteriilor integrale de calitate. Rezultatele obŢinute confirmă robusteŢea reguletoarelor PI și PID.

Cuvinte cheie: acordare, incertitudine, robusteŢe, varianŢă, sensibilitate globală, criterii de calitate.

1. Introducere

Reguletoarele PID și PI sunt cele mai răspândite. Acest fapt se datorează simplităŢii, eficienŢei și siguranŢei în funcŢionare. Mai mult, o parte din metodele moderne de analiză și sinteză a unor algoritmi de reglare evoluăți au condus la clasicul algoritim PID. O altă calitate a algoritmilor PI sau PID este robusteŢea, ceea ce înseamnă că performanŢele buclei de reglare nu se deteriorează semnificativ o dată cu modificarea parametrilor dinamici ai procesului. În cele ce urmează, ne propunem să analizăm cât de robuste sunt aceste reguletoare și să arătam cum se poate determina robusteŢea lor.

Proiectarea și acordarea reguletorului se face, în general, pentru valorile considerate nominale ale parametrilor procesului. Orice eroare de modelare sau de modificare a procesului afectează performanŢele buclei de reglare. Abbas propune ca metodă de apreciere a robusteŢii reguletoarelor, studiul sensibilităŢii locale a buclei de reglare, în raport cu parametrii procesului [1]. Această metodă este prezentată în continuare.

Se consideră bucla de reglare prezentată în figura 1, unde $G_R(s)$ este funcŢia de transfer a reguletorului și $G_P(s)$ este funcŢia de transfer a procesului.

Unul dintre cele mai întâlnite modele utilizate pentru reprezentarea comportării dinamice a unui proces, este cel al unui element de ordin I cu timp mort. FuncŢia de transfer a procesului considerat este

$$G_P(s) = \frac{K_P e^{-T_m s}}{T_P s + 1}, \quad (1)$$

iar pentru reguletor, funcŢia de transfer poate avea una din formele

$$G_R(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right) \quad \text{PI}$$

$$G_R(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad \text{PID}$$

Abbas propune evaluarea robusteŢii reguletoarelor PI și PID, utilizând sensibilitatea locală a parametrului reglat și a performanŢelor buclei de reglare, în raport cu parametrii procesului consideraŢi a fi varianŢi în timp sau a căror valori sunt afectate de incertitudine. În acest scop, reguletorul se acordează optimal pentru valorile considerate nominale ale parametrilor procesului. Dacă se recurge la mai multe metode de acordare a reguletorului pentru aceeași buclă de reglare, valorile optime ale parametrilor reguletorului sunt diferiŢi de la o metodă la alta. Mai mult, în cele ce urmează se arată că robusteŢea reguletorului depinde de metoda de acordare utilizată. Pentru bucla de reglare considerată, metodele alese pentru

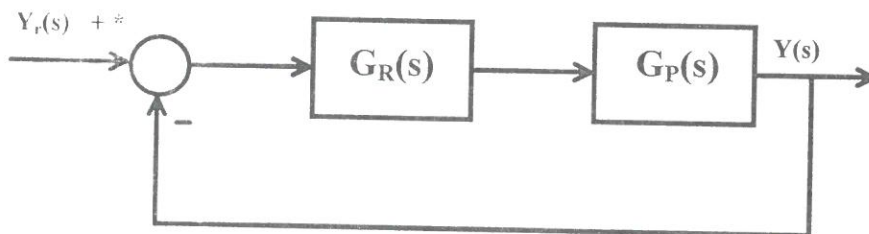


Figura 1. Schema bloc a unui SRA

acordare sunt: Ziegler-Nichols (ZN), Cohen-Coon (CC) și Brambilla (AB) [2].

Sensibilitatea performanțelor buclei de reglare în raport cu timpul mort

Valorile nominale ale parametrilor procesului sunt $T_p=1$ s, $T_m=1$ s și $k_p=1$. Pentru fiecare din cele trei metode de acordare utilizate, se consideră variații pozitive și negative ale T_m față de valoarea sa nominală, apoi se trasează graficele evoluțiilor în timp pentru parametrul reglat și pentru diferite criterii de calitate, la modificarea în treaptă a mărării de referință. Pentru un regulator PID acordat ZN s-au obținut următoarele valori ale parametrilor dinamici: $k_R=1.356$, $T_I=1.548$ și $T_D=0.387$. În figurile 2 și 3, sunt reprezentate variațiile criteriului ITAE în raport cu modificările procentuale ale timpului mort. Pentru cazurile în care regulatorul a fost acordat prin metodele AB și ZN, sensibilitatea criteriului ITAE în raport cu variațiile timpului mort sunt foarte mici. În schimb, în cazul acordării prin metoda CC, sensibilitatea este destul de mare mai ales dacă variația timpului mort depășește 30% față de valoarea sa nominală, și astfel se atinge limita de instabilitate. Graficele obținute pentru alte valori nominale ale parametrilor dinamici ai procesului, conduc la aceleași observații.

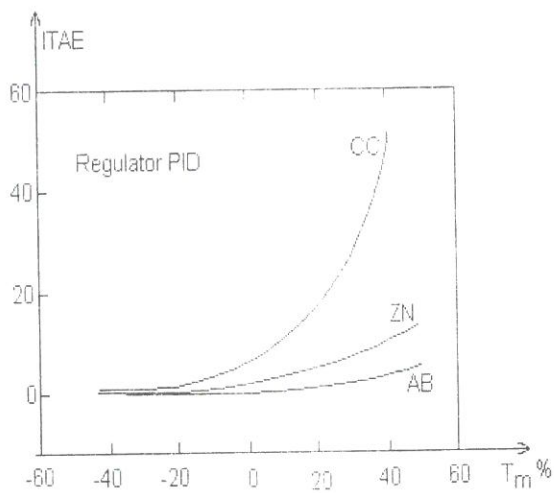


Figura 2. Variația criteriului ITAE în raport cu variațiile timpului mort pentru un regulator PID

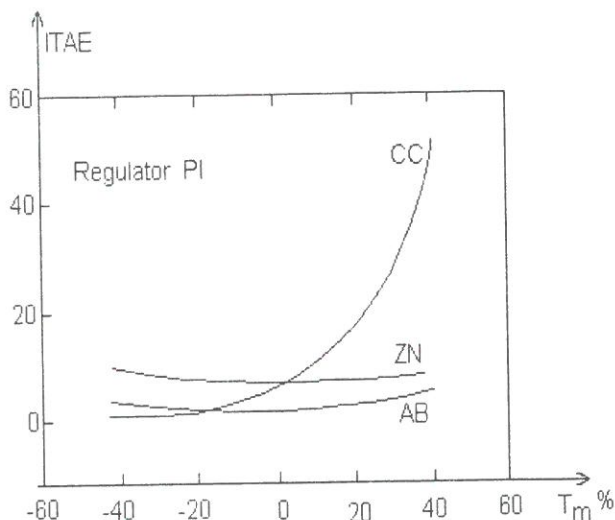
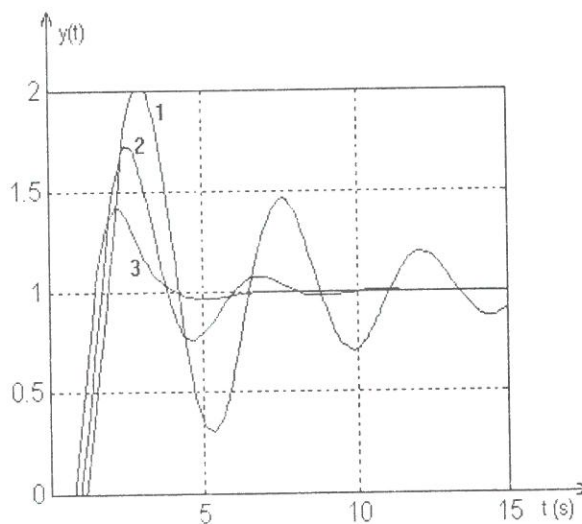
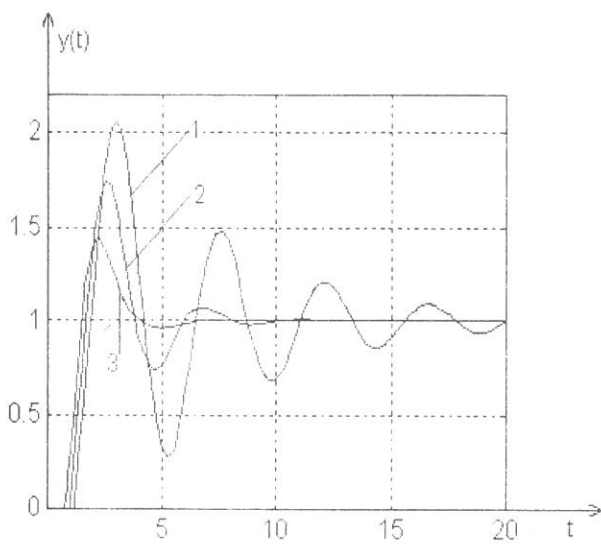


Figura 3. Variația criteriului ITAE în raport cu variațiile timpului mort pentru un regulator PI

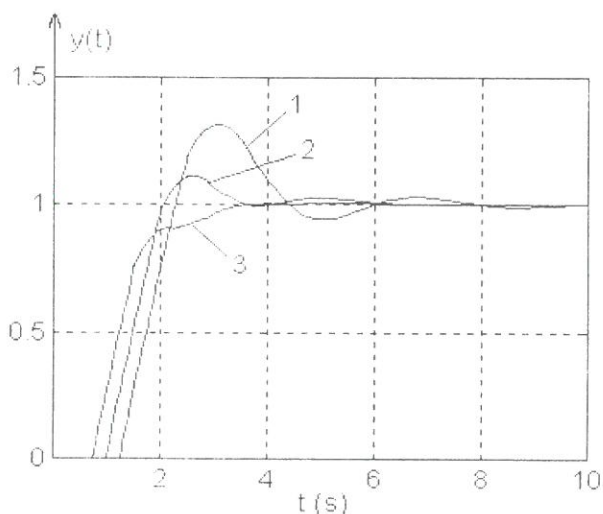
Graficele din figura 4 reprezintă variațiile în timp ale parametrului reglat pentru cazul valorii nominale a timpului mort (curba 2) și pentru erori de +20% (curba 1) și -20% (curba 3). Apar modificări (așteptate de altfel) în ceea ce privește suprareglarea și durata regimului tranzitoriu. Dar nu apar probleme în ceea ce privește stabilitatea procesului de reglare. La aceleași concluzii se ajunge și în cazul în care parametrul ce se modifică este k_p sau T_p .



a) metoda ZN



b) metoda CC



c) metoda AB

Figura 4. Variațiile în timp ale parametrului reglat pentru diferite metode de acordare

Doar modificări ale parametrilor de peste 50% față de valorile lor nominale conduc la modificări esențiale ale performanțelor criteriilor integrale de calitate și pot afecta stabilitatea buclei de reglare.

Concluzie: regulatoarele PI și PID sunt mai robuste dacă metoda de acordare este AB sau ZN decât CC. Acest fapt era previzibil, deoarece metoda CC este cunoscută prin oscilații mari pe durata regimului tranzitoriu a buclei de reglare.

În cele ce urmează, se studiază sensibilitatea globală a buclei de reglare, metodă neabordată până în prezent.

2. Analiza sensibilității globale a unui sistem dinamic

Spre deosebire de analiza sensibilității locale, care ia în considerare doar abateri relativ mici și individuale ale fiecărei variabile independente a sistemului considerat, analiza sensibilității globale ține cont de efectul modificărilor **simultane** și în **domenii largi** ale mărimilor independente asupra sistemului [3,4,5]. Dintre toate metodele de calcul, cunoscute în analiza globală de sensibilitate, cea mai des utilizată este metoda FAST (The Fourier Amplitude Sensitivity Test) pe care o prezint în continuare.

Se consideră modelul matematic al unui sistem, exprimat în termeni de observabile și de parametri, sub forma sistemului de ecuații diferențiale

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial t} = \bar{f}(\bar{\sigma}, \bar{p}) \quad (2)$$

$$\bar{\sigma}(t_0) = \bar{\sigma}_0$$

în care vectorul observabilelor, $\bar{\sigma}$, are "n" elemente, iar cel al parametrilor generali, \bar{p} , "m" elemente. Problema care trebuie soluționată constă în determinarea sensibilității fiecărei observabile σ_i , $i=1,2, \dots, n$, la **variația simultană**, într-un domeniu cunoscut, a tuturor parametrilor p_l , $l=1,2, \dots, m$. Dacă p_l sunt variabile aleatoare, atunci soluțiile σ_i ale ecuației (2) sunt de asemenea aleatoare.

Dacă valorile nominale ale parametrilor sunt $\underline{p}_1 \dots \underline{p}_m$ și se cunosc limitele (inferioare și superioare) lor de variație, se definește un domeniu de incertitudine al parametrilor în planul $\underline{p}_1 - \underline{p}_m$, care are drept rezultat un interval de incertitudine pentru orice observabilă σ_i [4]. Pentru evaluarea sensibilității globale, valabile în întreg domeniul de incertitudine al parametrilor se pleacă de la cunoașterea distribuțiilor de probabilitate a parametrilor, $P_l(p_l)$ și $P_m(p_m)$ pe baza cărora se poate calcula distribuția de probabilitate $P(\sigma_i)$ a observabilei σ_i . Valoarea medie, de ansamblu, a observabilelor σ_i , în cazul general, este dată de ecuația

$$\langle \mathcal{O}_i(t) \rangle = \underbrace{\int \dots \int \mathcal{O}_i(t; p_1, p_2, \dots, p_m) P(p_1, p_2, \dots, p_m) dp_1 dp_2 \dots dp_m}_{m \text{ integrale}} \quad (3)$$

Aici, $\mathcal{O}_i(t; p_1, p_2, \dots, p_m)$ sunt soluții ale ecuației (2), iar $P(p_1, p_2, \dots, p_m)$ este densitatea de probabilitate m -dimensională a parametrilor. Ideea principală care stă la baza metodei FAST este transformarea integralei m -dimensionale (3) într-o integrală unidimensională echivalentă. În acest scop se practică transformarea

$$p_l = G_l(\sin(\omega_l h)), l=1, 2, \dots, m, \quad (4)$$

unde:

$G_l, l=1, 2, \dots, m$ - set de funcții cunoscute;

$\omega_l, l=1, 2, \dots, m$ - set de frecvențe;

h - variabilă scalară.

Prin această transformare, variațiile celor " m " parametri sunt traduse în variațiile unei singure variabile scalare, h . Printr-o alegere adecvată a setului de funcții $G_l, l=1, 2, \dots, m$, care transformă densitatea de probabilitate $P(\underline{p})$ în spațiul h , valoarea medie de ansamblu $\langle \mathcal{O}_i \rangle$ este egală cu valoarea medie în timp $\underline{\mathcal{O}}_i$

$$\langle \mathcal{O}_i \rangle = \underline{\mathcal{O}}_i = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \mathcal{O}_i(t; p_1(h), p_2(h), \dots, p_m(h)) dh \quad (5)$$

Transformarea (4) are ca rezultat o curbă de căutare care eșantionează spațiul parametrilor într-o manieră corespunzătoare descrierii statistice de către probabilitatea $P(p_1, \dots, p_m)$. Curba parametrică definită de relația (4) este denumită *curbă de căutare*, iar h - *variabilă de căutare*. O dată cu variația lui h , curba generată trebuie să acopere tot spațiul parametrilor. Datorită periodicității funcțiilor de căutare, orice observabilă \mathcal{O}_i este periodică și, în plus, fiind integrabilă se poate dezvolta în serie Fourier. Utilizarea frecvențelor întregi în ecuația (4) face ca parametrii $p_l, l=1, 2, \dots, m$ să fie funcții periodice de h pe intervalul finit $[-\pi, \pi]$. În care caz, ecuația (5) devine

$$\langle \mathcal{O}_i \rangle = \underline{\mathcal{O}}_i = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathcal{O}_i(t; p_1(h), p_2(h), \dots, p_m(h)) dh \quad (6)$$

Variația observabilei \mathcal{O}_i este dată de

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathcal{O}_i^2(t; p_1(h), p_2(h), \dots, p_m(h)) dh - \underline{\mathcal{O}}_i^2 \quad (7)$$

Dar, ținând cont de egalitatea (6),

$$\sigma_i^2 = \langle \mathcal{O}_i^2 \rangle - \langle \mathcal{O}_i \rangle^2 \quad (8)$$

Evaluarea lui σ_i^2 se face utilizând dezvoltarea în serie Fourier a observabilelor \mathcal{O}_i și astfel varianța devine

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \{A_j^{(i)^2} + B_j^{(i)^2}\} - A_0^{(i)^2} = 2 \sum_{j=1}^{\infty} \{A_j^{(i)^2} + B_j^{(i)^2}\} \quad (9)$$

Dacă coeficienții Fourier $A_j^{(i)}, B_j^{(i)}$ sunt evaluați pentru frecvențele fundamentale ale transformării (4) sau pentru armonicile ei, atunci $j=r\omega_l, r=1, 2, \dots$ și varianța (9) devine

$$\sigma_{\omega_l}^{(i)^2} = 2 \sum_{r=1}^{\infty} [A_{r\omega_l}^{(i)^2} + B_{r\omega_l}^{(i)^2}] \quad (10)$$

Variația $\sigma_{\omega_l}^{(i)^2}$ este o parte din varianța totală σ_i^2 , a observabilei \mathcal{O}_i , și anume acea parte care desemnează efectul incertitudinii (sau variației) parametrului p_l .

Sensibilitatea observabilei \mathcal{O}_i în raport cu parametrul p_l , în condițiile variației tuturor parametrilor, este dată, cantitativ de raportul

$$S_{\omega_l}^{(i)} = \frac{\sigma_{\omega_l}^{(i)^2}}{\sigma_i^2} \quad (11)$$

numită varianță parțială.

De remarcat că varianța parțială $S_{\omega_l}^{(i)}$ are forma unei sensibilități normalizate astfel încât poate fi luată drept criteriu pentru a ierarhiza parametrii după influența pe care o au asupra fiecărei observabile. Evaluarea sensibilității globale se face cu varianța parțială, ecuația (11), pentru $i=1, 2, \dots, n$ și $l=1, 2, \dots, m$. Mărimile relative ale celor " m " variante parțiale pentru fiecare observabilă reflectă influența relativă a fiecăruia dintre cei " m " parametri asupra observabilei respective. Variantele

parțiale sunt calculate cu relația (11) ca raportul celor două varianțe σ_{oi}^2 și σ_i^2 , determinate cu ecuațiile (9) și (10). Acest calcul implică mai întâi evaluarea coeficienților Fourier care, la rândul ei cere soluționarea sistemului de ecuații (2) al modelului matematic, în care s-a înlocuit p_i cu relația (4) pentru un număr suficient de mare de valori ale lui h astfel încât integralele (9) să fie obținute cu o precizie acceptabilă. Un element esențial în metoda FAST este deci, alegerea numărului de valori N_h pentru variabila scalară h [5].

3. Sensibilitatea globală a unei buclei de reglare a unui proces fără timp mort

Se consideră bucla de reglare din figura 1, în care

$$G_R(s, \bar{p}) = K_R \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$$

este funcția de transfer a regulatorului;

$$G_P(s, \bar{p}) = \frac{K_P}{T_P s + 1}$$

este funcția de transfer a procesului

Dacă valorile parametrilor procesului nu sunt cunoscute cu exactitate (există incertitudine) sau se modifică în timp, între anumite limite precizabile, funcția de transfer a procesului trebuie rescrisă astfel încât să reflecte faptul că aceasta reprezintă o familie de procese, și nu unul singur. O astfel de rescriere este

$$G_P(s, \bar{p}) = \frac{p_1}{p_2 s + 1} \Rightarrow G_P(s, p) = \frac{[p_1^- \cdot p_1^+]}{[p_2^- \cdot p_2^+] s + 1} \quad (12)$$

unde \bar{p} este vectorul parametrilor

$$\bar{p} = [p_1, p_2] = [k_P, T_P],$$

iar $[p_i^-, p_i^+]$ reprezintă limitele intervalului de variație a parametrului "i" ($p_i^- \leq p_i \leq p_i^+$) [1].

Funcția de transfer echivalentă a buclei de reglare considerată este

$$G_{OR}(\bar{p}, s) = \frac{G_R(\bar{p}, s) \cdot G_P(\bar{p}, s)}{1 + G_R(\bar{p}, s) \cdot G_P(\bar{p}, s)} \quad (13)$$

și, ținând cont de funcțiile de transfer ale regulatorului și ale procesului, aceasta devine

$$G_{OR}(s, \bar{p}) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \quad (14)$$

cu

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{k_R k_P}{k_R k_P T_I T_D + T_I T_P} \\ a_1 &= \frac{k_R k_P T_I + T_I}{k_R k_P T_I T_D + T_I T_P} \\ b_0 &= \frac{k_R k_P}{k_R k_P T_I T_D + T_I T_P} \\ b_1 &= \frac{k_R k_P T_I}{k_R k_P T_I T_D + T_I T_P} \\ b_2 &= \frac{k_R k_P T_I T_D}{k_R k_P T_I T_D + T_I T_P} \end{aligned} \quad (15)$$

Folosind variabilele generalizate Lur'e drept variabile de stare, funcția de transfer (14) are drept corespondent ecuația vectorială de stare (16):

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = \bar{A}(\bar{p}) \cdot \bar{x} + \bar{B}(\bar{p}) \cdot \bar{u} \\ \bar{y} = \bar{C}(\bar{p}) \cdot \bar{x} + \bar{D}(\bar{p}) \bar{u} \end{cases} \quad (16)$$

unde:

$$\bar{x} = [x_1 \quad x_2]^T$$

$$\bar{u} = y_R$$

$$\bar{p} = [k_R \quad T_I \quad T_D \quad k_P \quad T_P]^T$$

$$\bar{A}(\bar{p}) = \begin{bmatrix} 0 & -a_0(\bar{p}) \\ 1 & -a_1(\bar{p}) \end{bmatrix}$$

$$\bar{B}(\bar{p}) = [b_0(\bar{p}) \quad b_1(\bar{p}) \quad b_2(\bar{p})]^T$$

Modelul matematic devine

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -a_0 x_1(t) - a_1 x_2(t) + y_R \\ y(t) = (b_0 - b_2 a_0) x_1(t) + \\ (b_1 - b_2 a_1) x_2(t) + b_2 y_R \end{cases} \quad (17)$$

La modelul matematic (17) se adaugă criteriile integrale de calitate a procesului de reglare:

- Integrala pătratului abaterii (ISE - Integral of the Square of the Error):

$$ISE \triangleq \int_0^{\tau} \Delta y^2(\tau) d\tau; \quad (18)$$

- Integrala valorii absolute a abaterii (IAE - Integral of the Absolute Value of the Error):

$$IAE \triangleq \int_0^{\tau} |\Delta y(\tau)| d\tau \quad (19)$$

- Integrala pătratului abaterii ponderate în timp (ITSE - Integral of the Time-weighted Square Error):

$$ITSE \triangleq \int_0^{\tau} \Delta y^2(\tau) \tau d\tau \quad (20)$$

- Integrala abaterii absolute ponderate în timp (ITAE - Integral of the Time-weighted Absolute Error):

$$ITAE \triangleq \int_0^{\tau} |\Delta y(\tau)| \tau d\tau \quad (21)$$

Acordarea optimă a regulatorului prin minimizarea criteriului ISE a condus la următoarele valori pentru parametrii acestuia: $k_R=20$, $T_I=1.5$ și $T_D=0.9$.

Pentru analiza de sensibilitate globală a parametrului reglat, y , și a celor patru criterii integrale de calitate în raport cu cei doi parametri ai procesului, se consideră variații simultane de $\pm 20\%$ ale acestora, în jurul valorilor lor nominale:

$$p_1 \equiv k_p \rightarrow p_{1no\ min\ al} = 0.35$$

$$p_1^- = 0.28 \quad p_1^+ = 0.42$$

$$p_2 \equiv T_p \rightarrow p_{2no\ min\ al} = 10$$

$$p_2^- = 8 \quad p_2^+ = 12$$

Frecvențele alese sunt $\omega_1=3$ respectiv $\omega_2=5$ iar $N_H=21$, astfel încât valorile întregi ale variabilei h aparțin intervalului $[1, 21]$ [5]. Variațiile parametrilor în domeniile lor de incertitudine sunt considerate de tip aditiv.

Pentru rezolvarea modelului matematic (17) s-a utilizat metoda de integrare Runge-Kutta, cu pas de integrare mic (0.001) pe durata regimului tranzitoriu ($t \in [0, 15]$ s) și cu pas de integrare mai mare (0.05) în rest. Pentru sensibilitățile globale ale parametrului reglat și ale criteriilor de calitate în

raport cu parametrii procesului au fost trasate graficele de evoluție în timp. De asemenea, au fost trasate graficele evoluției în timp ale parametrului reglat și ale criteriilor, pentru toate perechile de valori considerate ale parametrilor, din domeniile lor de variație, în scopul evidențierii limitelor zonelor de variație ale acestora.

- Variațiile parametrilor procesului au o influență scăzută atât asupra suprareglării, cât și a duratei regimului tranzitoriu (figura 5), limitele zonei de variație a parametrului reglat fiind destul de apropiate de $y_{nominal}$. În schimb, se remarcă faptul că toate variațiile lui y sunt foarte apropiate pentru $t \approx 4$ s și $t \approx 11$ s, deoarece dispersia lor este foarte mică în acele puncte. Acest fapt explică forma oscilatorie a sensibilităților globale ale parametrului reglat, sensibilități care tind la valori foarte mici pentru $t \approx 4$ s, $t \approx 11$ s etc. (figura 6).
- Dacă se trasează înfășurătorile celor două variații oscilatorii din figura 6, se observă că amândouă sensibilitățile globale ale parametrului reglat, în raport cu cei doi parametri dinamici ai procesului, tind spre valori constante cuprinse în intervalul $[0.2; 0.4]$, dar într-un interval de timp mult mai mare decât durata regimului tranzitoriu. Se observă că $S_{k_p}^Y > S_{T_p}^Y$. În zona primului maxim, sensibilitățile globale sunt aproximativ egale și mai mari decât valorile finale.
- În figurile 7-8 sunt reprezentate limitele zonelor de variație pentru criteriile de calitate ISE, respectiv ITAE. Se remarcă faptul că cele patru criterii de calitate sunt mult mai puternic influențate de variația simultană și în limite largi ale parametrilor procesului decât parametrul reglat. În general, valoarea limitei superioare a domeniului este de 2-3 ori mai mare decât valoarea limitei inferioare.
- Din graficele sensibilităților globale ale criteriilor de calitate ISE și ITAE în raport cu parametrii dinamici ai procesului (figurile 9-10) reiese că, în cazul variațiilor simultane și în limite largi, parametrul k_p are o influență mai mare decât T_p ($S_{k_p}^{criteriu} > S_{T_p}^{criteriu}$). Sensibilitățile globale oscilează numai pe durata regimului tranzitoriu.

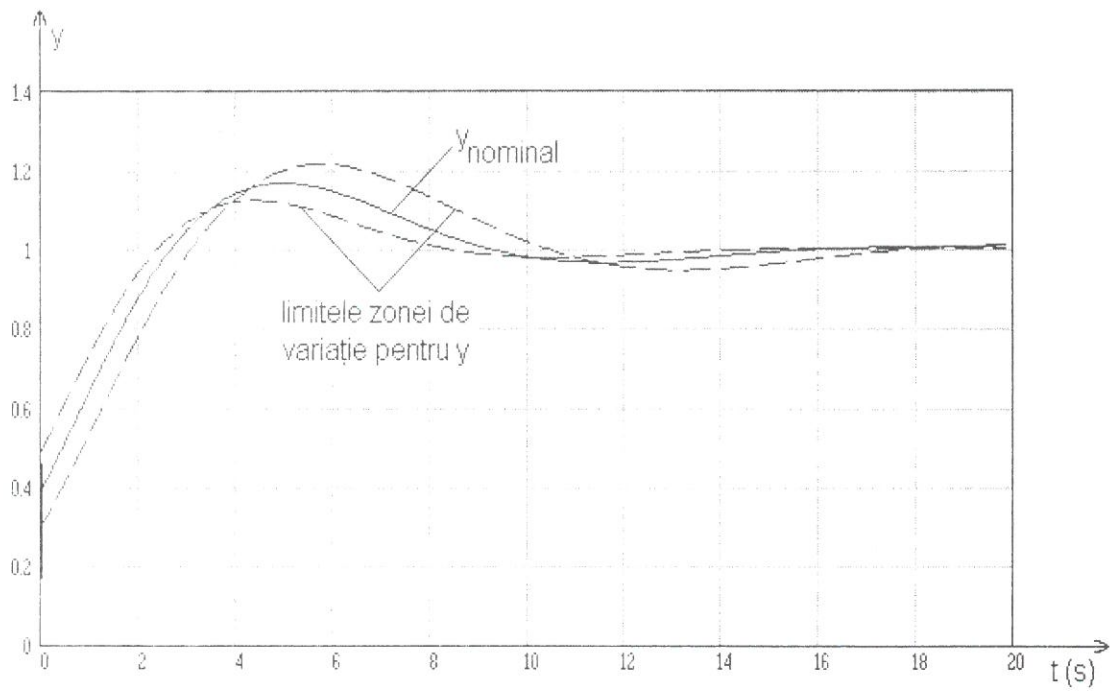


Figura 5. Limitele zonei de variație a parametrului reglat

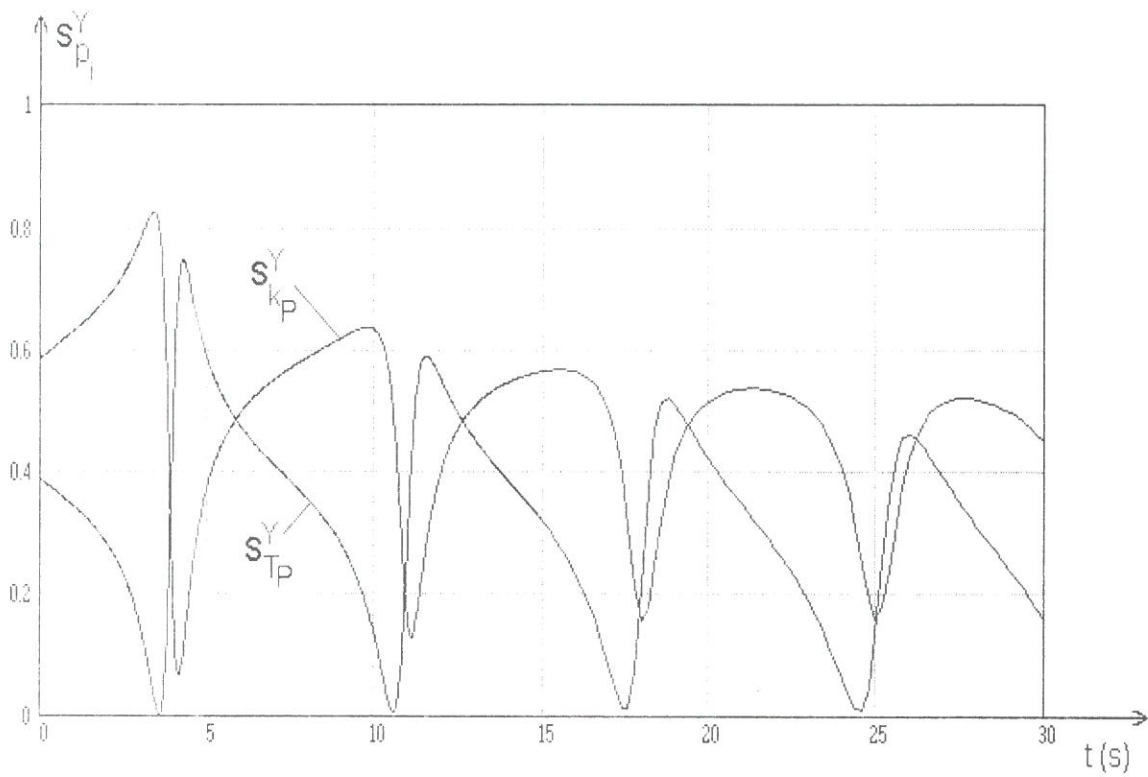


Figura 6. Sensibilitățile globale ale parametrului reglat în raport cu parametrii procesului, k_p și T_p

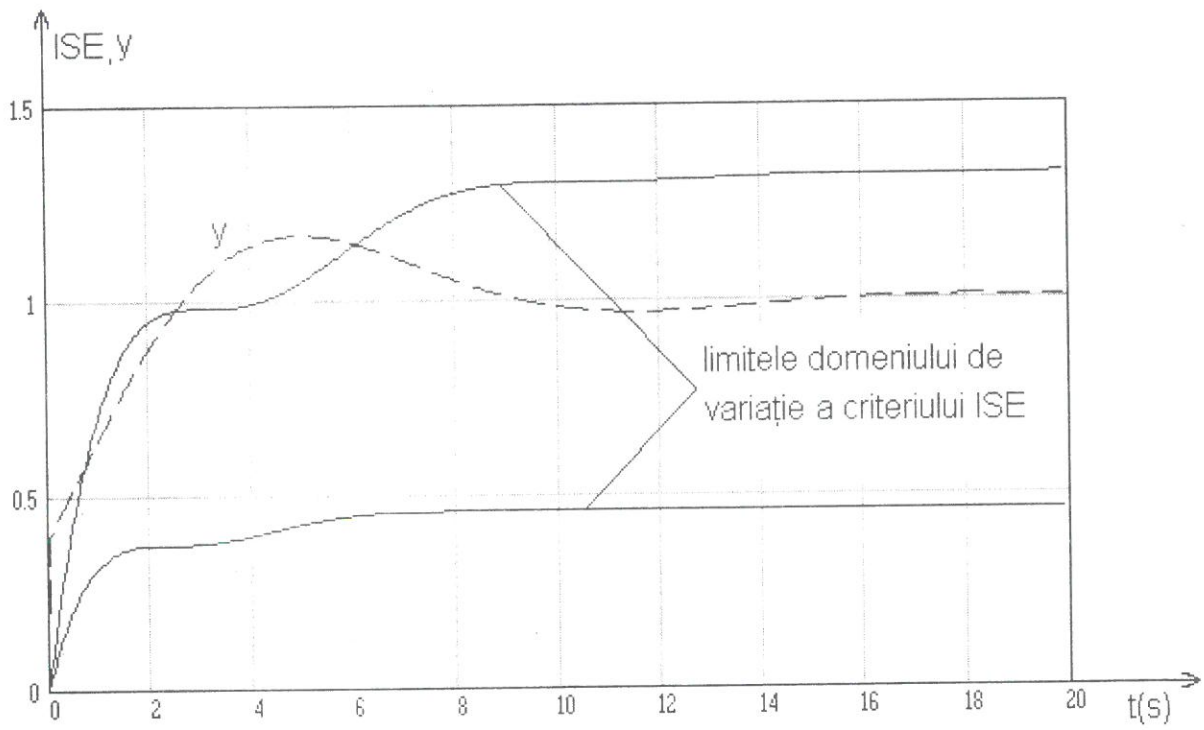


Figura 7. Criteriul ISE și limitele sale de variație

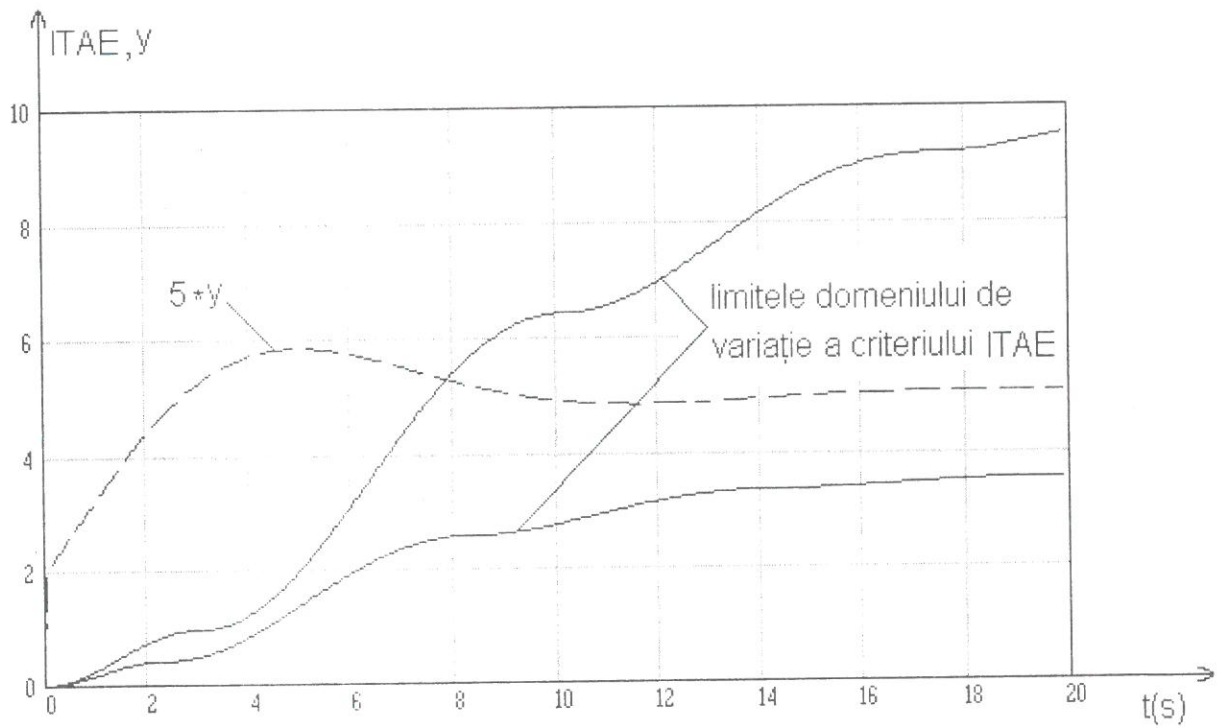


Figura 8. Criteriul ITAE și limitele sale de variație

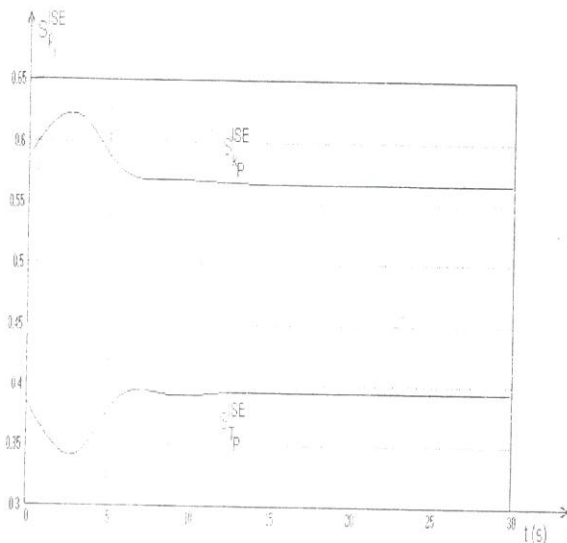


Figura 9. Sensibilitatea globală a criteriului ISE

Concluzie

Analiza de sensibilitate globală evidențiază robustețea regulatorului PID acordat prin minimizarea criteriului integral ISE. Pentru variații simultane de până la 20 % în jurul valorilor nominale ale parametrilor dinamici ai procesului nu se pune problema atingerii limitei de instabilitate și nici nu se modifică esențial durata regimului tranzitoriu sau suprareglarea. Sensibilitățile globale ale parametrului reglat tind spre valori mai mici de 0.5 (considerate mici în teoria sensibilității globale) ceea ce evidențiază robustețea regulatorului PID.

$p_1 = T_m$	$p_{1nom} = 2.5$	$p_1^- = 2.25$	$p_1^+ = 2.75$	$\omega_1 = 1$
$p_2 = T_p$	$p_{2nom} = 9$	$p_2^- = 8.1$	$p_2^+ = 9.9$	$\omega_2 = 9$
$p_3 = k_R$	$p_{3nom} = 0.08$	$p_3^- = 0.072$	$p_3^+ = 0.088$	$\omega_3 = 11$

4. Robustețea regulatorului PID în cazul reglării unui proces cu timp mort

Se consideră modelul matematic al unui proces de ordinul I cu timp mort

$$G_P(s) = \frac{k_P \cdot e^{-T_m s}}{T_P s + 1} \quad (22)$$

Parametrii procesului au următoarele valori numerice, considerate nominale:

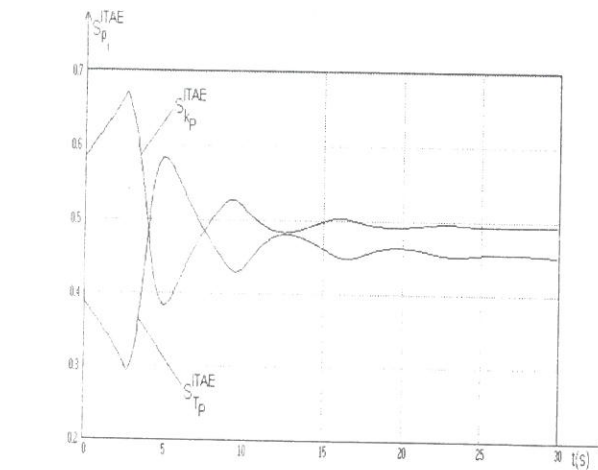


Figura 10. Sensibilitatea globală a criteriului ITAE

$k_P = 0.08$, $T_m = 2.5$ min și $T_p = 9$ min.

Acordarea ZN a condus la următoarele valori ale parametrilor regulatorului:

$k_R = 60.24$, $T_I = 5.7$, $T_D = 0.95$.

Mai departe, se analizează robustețea buclei de reglare, utilizând analiza de sensibilitate globală. Pentru analiza sensibilității globale a buclei de reglare considerate se aleg variații aditive de $\pm 10\%$ în jurul valorilor nominale ale celor trei parametri dinamici ai procesului, ca în tabelul de mai jos.

Funcția de transfer echivalentă a buclei de reglare în raport cu referința, ținând cont de funcțiile de transfer ale regulatorului și procesului este:

$$G_{OR}(s) = \frac{(b_2 + b_1 s^{-1} + b_0 s^{-2}) e^{-T_m s}}{1 + a_1 s^{-1} + (b_2 + b_1 s^{-1} + b_0 s^{-2}) e^{-T_m s}}$$

cu

$$a_0 = 0 \quad a_1 = \frac{1}{T_P} \quad (23)$$

$$b_0 = \frac{k_R k_P}{T_P T_I} \quad b_1 = \frac{k_R k_P}{T_P} \quad b_2 = \frac{k_R k_P T_D}{T_P}$$

Modelul matematic al buclei de reglare devine

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -a_1 x_2(t) - b_0 x_1(t - T_m) - \\ \quad b_1 x_2(t - T_m) - b_2 \dot{x}_2(t - T_m) + y_r(t) \\ y(t) = b_0 x_1(t - T_m) + b_1 x_2(t - T_m) + \\ \quad b_2 \dot{x}_2(t - T_m) \end{cases} \quad (24)$$

La modelul matematic (24) se adaugă criteriile integrale de calitate ale procesului de reglare: IAE, ISE, ITAE, ITSE.

largi în acest caz, fapt ce se datorează timpului mort. Variația simultană a parametrilor procesului, în sens crescător, conduce la un regim tranzitoriu oscilant și mult mai mare față de $y_{nominal}$. În cazul proceselor cu timp mort, regulatorul PID acordat ZN nu mai este suficient de robust, se poate atinge relativ ușor limita de instabilitate și se impune alegerea unor noi metode de acordare.

De asemenea, criteriile de calitate și domeniile lor de variație sunt mult mai mari (figurile 12,13). Sensibilitățile globale ale criteriilor de calitate IAE și ISE (figurile 14, 15) în raport cu k_p și T_p sunt mult mai mici (sub 0,3) față de sensibilitatea

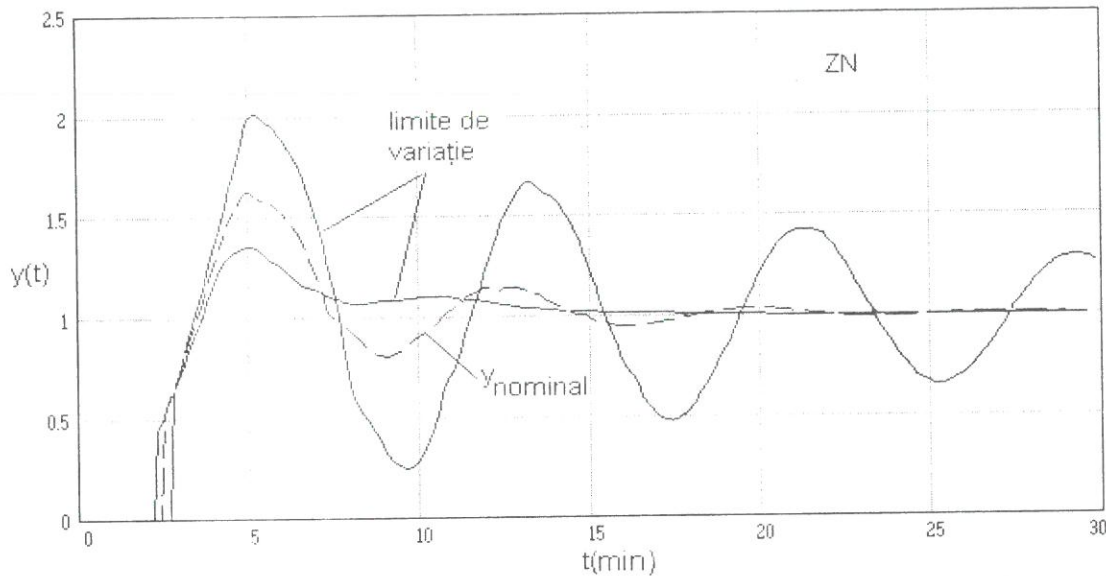


Figura 11. Limitele de variație ale parametrului reglat pentru un proces de ordin I cu timp mort

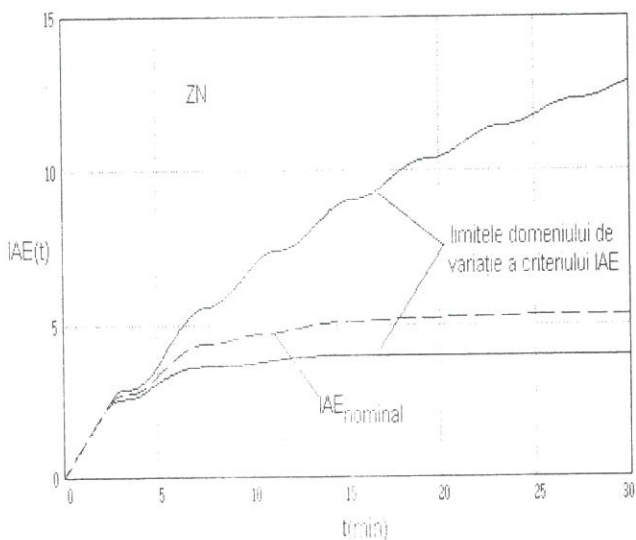


Figura 12. Limitele de variație ale criteriului IAE pentru un proces de ordin I cu timp mort

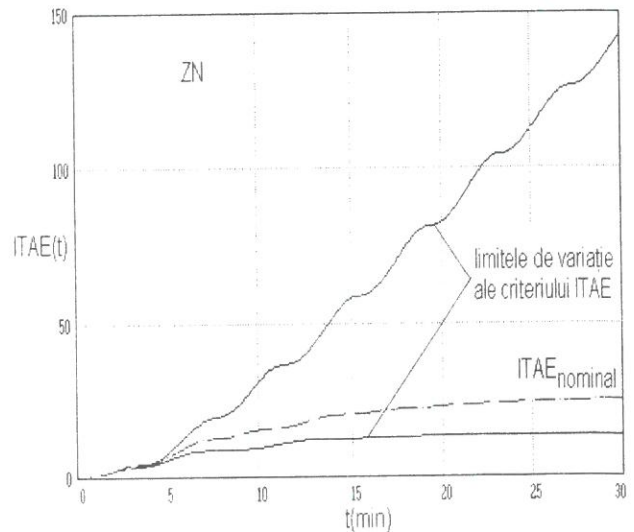


Figura 13. Limitele de variație ale criteriului ITAE pentru un proces de ordin I cu timp mort

Concluzii

În figura 11 sunt reprezentate limitele de variație ale parametrului reglat, care sunt mult mai

globală în raport cu T_m care este foarte mare. Incertitudinea parametrului T_m al procesului determină diminuarea semnificativă a robusteții buclei de reglare.

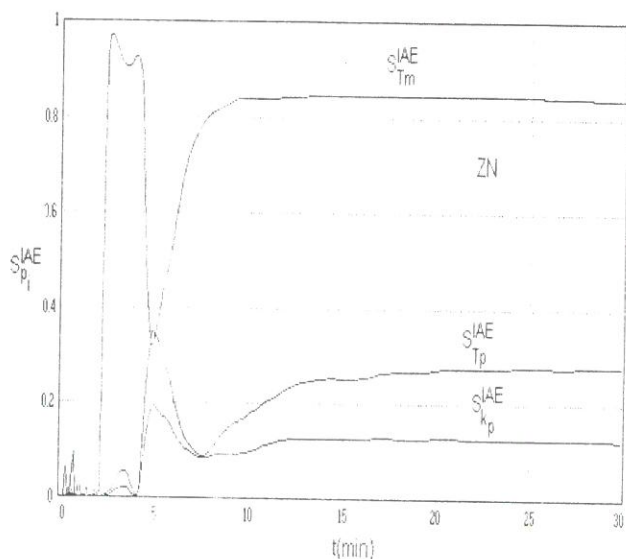


Figura 14. Sensibilitatea globală a criteriului IAE pentru un proces de ordin I cu timp mort

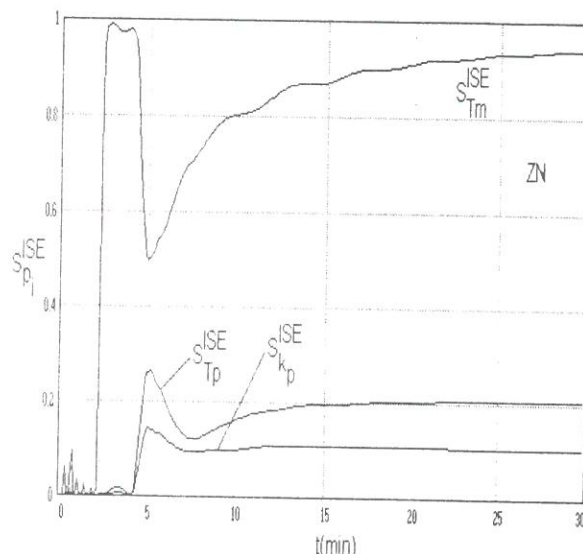


Figura 15. Sensibilitatea globală a criteriului ISE pentru un proces de ordin I cu timp mort

Bibliografie

1. **ABBAS, A.:** How Robust are PID Control Algorithms?, Hung. J.Ind.Chem., Vol.23, p. 189, 1995.
2. **BRAMBILLA, A., S. CHEN, C. SCALI:** Robust Tuning of conventional controllers, Hydrocarbon Processing, No. 11, p. 53, 1990.
3. **MCRAE, G., J. TILDEN, J. SEINFELD:** Global Sensitivity Analysis - A Computational Implementation of the FOURIER Amplitude Sensitivity Test (FAST). Comp.Chem.Eng., 6, 1, pp.15-25, 1982.
4. **UNGUREANU, ȘT., FL. UNGUREANU:** Analiza sensibilității globale a sistemelor dinamice. Metode de abordare, Revista Română de Informatică și Automatică. vol.4, nr. 4, 1994.
5. **UNGUREANU, ȘT., FL. UNGUREANU:** Analiza sensibilității globale a unui reactor chimic prin metoda FAST (The Fourier Amplitude Sensitivity Test), Revista Română de Informatică și Automatică. vol.5, nr.3, 1995.

Lista simbolurilor

a_i, b_i - parametrii unei funcții de transfer;

$A_j^{(i)}, B_j^{(i)}, A_0^{(i)}$ - coeficienți Fourier;

$\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}, \underline{D}$ - matrici din ecuația vectorială de stare;

$G_p(s)$ - funcția de transfer a procesului;

$G_R(s)$ - funcția de transfer a regulatorului;

$G_{OR}(s)$ - funcția de transfer a buclei de reglare;

$G_l, l=1,2, \dots, m$ - set de funcții cunoscute;

h - variabilă scalară;

k_p - factorul de amplificare al procesului;

k_R - factorul de amplificare al regulatorului;

\underline{O} - vectorul observabilelor;

$\langle \underline{O}_i \rangle$ - valoarea medie de ansamblu;

\underline{O}_i - valoare medie în timp;

\underline{p} - vectorul parametrilor;

$P_i(p_i)$ - distribuția de probabilitate a parametrului p_i ;

p_i^-, p_i^+ - limitele de variație ale parametrului p_i ;

r - variabilă întregă;

$S_{\omega_l}^{(i)}$ - sensibilitatea globală a observabilei \underline{O}_i în raport cu parametrul p_i ;

T_I, T_D - timpul de derivare și integrare a unui regulator PID;

T_p, T_m - constanta de timp și timpul mort al procesului;

\underline{u} - vectorul mărimilor de intrare;

\underline{x} - vectorul de stare;

y - parametru reglat;

y_r - referință;

σ_i^2 - varianța totală a observabilei \underline{O}_i ;

$\sigma_{\omega_l}^{(i)2}$ - parte din varianța σ_i^2 totală datorată

incertitudinii parametrului p_i ;

$\omega_l, l=1,2, \dots, m$ - set de frecvențe.