

# ANALIZA STABILITĂȚII UNUI SISTEM DE REGLARE FUZZY A TURAȚIEI UNUI MOTOR DE CURENT CONTINUU

ing. Constantin Voloșencu

Universitatea Politehnică Timișoara

**Rezumat:** Această lucrare prezintă un studiu al stabilității unui sistem de reglare fuzzy a turației motoarelor de curent continuu. Pentru un regulator fuzzy cu o bază cu 9 reguli, care utilizează metoda de inferență sumă-produs și metoda de defuzificare cu centrul de greutate, se demonstrează proprietățile algebrice de comutativitate, existența elementului neutru și a elementelor simetrizabile. Aceste proprietăți permit reprezentarea regulatorului fuzzy cu două variabile de intrare ca un sistem neliniar, cu o singură variabilă de intrare, obținută în urma unei transformări liniare de coordonate, amplificarea neliniară depinzând de variabilele de stare. Forma caracteristicilor și proprietățile regulatorului sugerează utilizarea criteriului cercului în analiza stabilității și anume varianta particulară a lui, pentru cazul în care cercul trece într-o dreaptă verticală. Pentru asigurarea stabilității sistemului de reglare, coeficientul de compensare a amplificării sistemului trebuie astfel ales încât hodograful părții liniare a sistemului, conform criteriului cercului, să fie situat într-un sector aflat la dreapta liniei verticale. Metoda poate fi utilizată pentru analiza stabilității și a altor sisteme, în componența cărora se află regulatoare fuzzy, care îndeplinesc proprietățile algebrice, precizate în lucrare.

**Cuvinte cheie:** logică fuzzy, sisteme de reglare a turației, motoare de curent continuu, criteriul cercului de analiză a stabilității.

## 1. Introducere

În ultimii ani, au apărut tot mai multe lucrări științifice care prezintă diverse sisteme de conducere a acționărilor electrice în care reglarea turației se face pe baza logicii fuzzy [2,8]. Astfel, apare tot mai necesară stabilirea unei metode precise de analiză a stabilității acestor sisteme de conducere a acționărilor electrice, bazate pe regulatoare fuzzy. În literatura de specialitate, există diverse criterii de analiză a stabilității sistemelor neliniare, exprimate pentru cazuri generale [7,9,10,16,17,18]. Sistemele de reglare, bazate pe logică fuzzy pot avea anumite proprietăți care să permită, în particular, utilizarea criteriilor de

continuu, la care ca regulator de turație se utilizează un regulator fuzzy PI cu integrare la ieșire. Pentru regulatoarele fuzzy se prezintă anumite proprietăți algebrice, care permit utilizarea criteriului cercului în analiza stabilității sistemelor de reglare în care aceste regulatoare sunt utilizate.

Structura sistemului de reglare a turației motoarelor de curent cu regulator de turație bazat pe logică fuzzy se prezintă în figura 1.

În această structură de conducere, conform figurii 1, motorul de curent continuu (MCC) este alimentat în îndus cu un convertizor electronic de putere (CONV), prevăzut cu un sistem de reglare a curentului, realizat cu un regulator de curent PI liniar (RG-i) și un traductor de curent (Ti). Se presupune că fluxul de excitație al motorului este constant. Turația motorului se măsoară cu un traductor de turație (Tw). Regulatorul fuzzy se implementează numeric, ceea ce necesită utilizarea unui convertor analogic-numeric (CAN) și a unui convertor numeric-analogic (CNA). Ca regulator bazat pe logică fuzzy, se utilizează un regulator devenit deja clasic și anume un regulator fuzzy cu integrare la ieșire (RF-w-IE). Se observă că această structură de reglare a turației seamănă cu structura de reglare convențională în cascadă a turației și a curentului motorului de curent continuu, în care se utilizează ca regulator de turație un regulator PI liniar [12]. Modificarea, în acest caz, constă în faptul că în structura de reglare din figură, în locul unui regulator de turație PI liniar, se utilizează un regulator PI fuzzy (RF-w-IE).

Regulatorul de turație, bazat pe logică fuzzy (RF-w-IE), este realizat cu un un regulator fuzzy propriu-zis (RF). În cadrul regulatorului fuzzy (RF)

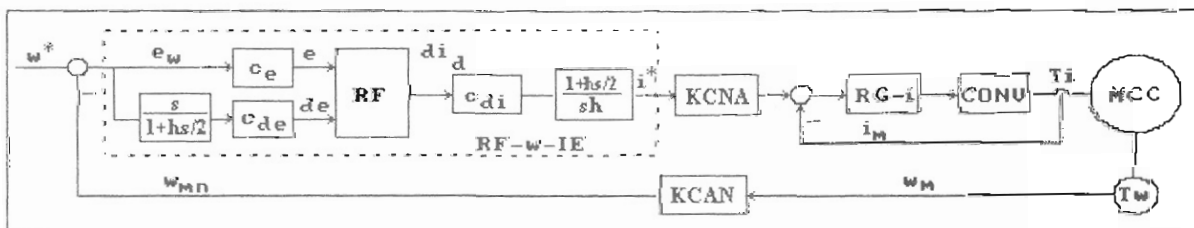


Figura 1. Structura de reglare a turației motorului de curent continuu cu regulator fuzzy

stabilitate general valabile pentru clase largi de sisteme neliniare. În această lucrare, se prezintă o metodă pentru analiza stabilității sistemelor de reglare a turației acționărilor cu motoare de curent

se realizează fuzificarea, inferența și defuzificarea [3,11,12,20]. Regulatorul fuzzy (RF) are două mărimi de intrare  $e$  și  $de$  și o mărime de ieșire  $di$ . Cele două mărimi de intrare sunt respectiv eroarea

de turație și derivata ei. Mărimile de intrare sunt scalate cu doi coeficienți  $c_e$  și  $c_{de}$ . Mărirea de ieșire a regulatorului fuzzy (RF) este incrementul prescris pentru curentul motorului. Regulatorul fuzzy RF are care are un caracter static, reprezentat prin caracteristica statică neliniară  $d_i=f(e,de)$ . La ieșirea regulatorului fuzzy se utilizează un element de integrare (însușire). Ieșirea regulatorului fuzzy de turație (RF-w-IE) se amplifică cu un coeficient  $c_{ia}$ , cu care se compensează amplificarea în buclă deschisă a sistemului de reglare a turației și implicit amplificarea întregului sistem. Valoarea acestui coeficient de compensare se ia astfel încât să se asigure stabilitatea sistemului de reglare într-o plajă largă. După integrare se obține valoarea prescrisă a curentului motorului  $i^*$ .

Alegerea universurilor de discurs pentru mărimile regulatorului fuzzy se face în modul următor. Incrementul de curent se consideră în domeniul  $di \in [-I_M, I_M]/I_N$ , unde  $I_M$  este valoarea maximă a curentului admis de motor, iar  $I_N$  este curentul nominal. Eroarea de turație se consideră în domeniul  $e \in [-2\Omega_b, 2\Omega_b]/\Omega_b$ , unde  $\Omega_b$  este turația de bază (sau nominală) și derivata erorii de turație se consideră în domeniul  $de \in [-M_M/J, M_M/J]/(M_N/J)$ , unde  $M_N$  și  $M_M$  sunt respectiv valorile nominale și maximă în regim tranzitoriu ale cuplului electromagnetic, generat de mașină, iar  $J$  este momentul de inerție al arborelui motorului.

Pentru coeficienții de scalare, de la intrarea regulatorului fuzzy, s-au ales următoarele valori:  $c_e=2/\Omega_b$ , și  $c_{de}=1/(MM/J)$ . Această alegere a fost făcută luându-se valorile din caracteristicile cuplurație ale mașinii și din expresia legii a doua a dinamicii mișcării de rotație a rotorului.

Sistemul de reglare a curentului este dimensionat pe baza criteriului modului, în varianta Kessler, metodă larg utilizată în acest caz [6,13,19]. Regulatorul de curent este de tip PI liniar.

Pentru modelarea motorului s-au luat ecuațiile liniare, date în [13] sau [6]:

$$u_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + k\Omega, \quad J \frac{d\Omega}{dt} = k_i i_a - k_f \Omega - M_s \quad (1)$$

în care semnificația notațiilor se consideră cunoscută.

Pentru sistemul de reglare s-au ales parametrii după cum urmează. Motorul are puterea nominală  $P_N=1$  kW, turația nominală  $n_N=3000$  rot/min, tensiunea de alimentare nominală  $u_{aN}=220$  V, curentul nominal  $I_N=5$  A, curentul maxim admisibil  $I_M=10,8$  A, cuplul electromagnetic nominal  $M_N=3,1$  Nm, cuplul maxim de regim tranzitoriu  $M_M=3,4$  Nm, rezistența rotorului  $R_s=2,01 \Omega$  și inductanța

rotorului  $L_a=27$ mH [6]. Pentru convertizor s-a ales o funcție de transfer de ordinul întâi de forma:  $H_{conv}(s)=22/(1+0,001s)$  [1]. Pentru traductorul de curent s-a ales o funcție de transfer de forma:  $H_{Tc}(s)=1/(1+0,005s)$  [13]. Pentru traductorul de turație s-a ales:  $H_{T\omega}(s)=0,1/\pi(1+0,01s)$  [6]. Conversiunile numerice au coeficienții de amplificare:  $K_{CAN}=2^{11}/10=1/K_{CNA}$ . De asemenea, s-a ales o valoare a pasului de eșantionare, care poate fi realizată practic în acționările electrice moderne și anume  $h=0,003$  s [5,8,15]. Regulatorul de curent are parametrii:  $K_{Ri}=0,5$  and  $T_{Ri}=14$  ms. [19].

Simulările s-au efectuat cu ajutorul programelor Matlab 4.2 și Simulink 1.2, utilizându-se biblioteca de sisteme fuzzy [4,14,15].

## 2. Caracteristicile regulatorului fuzzy

Pentru regulatorul fuzzy RF se alege o bază de reguli simplă, cu numai 9 reguli, se utilizează metoda de inferență sumă-produs și metoda de defuzificare cu centrul de greutate [3,11,12,20]. Acesta este un regulator care ar putea fi denumit "regulator de bază". Se poate spune că baza de reguli împreună cu universurile de discurs și Funcțiile de apartenență au fost alese, conform teoriei din reglarea fuzzy, pe baza așa numitelor "cunoștințe de operare" cu mașina de curent continuu. Pentru regulatorul de bază demonstrăm proprietățile algebrice de comutativitate, existența elementului neutru și a elementelor simetrizabile. Aceste proprietăți se pot demonstra și pentru regulatoarele mai complexe, care utilizează baze de reguli mai mari (cu 25 sau 49 de reguli), alte metode de inferență și alte metode de defuzificare. Proprietățile regulatorului se ilustrează cu ajutorul caracteristicilor grafice ale regulatorului.

$di_d$		$e$		
		NB	ZE	PB
$de$	NB	NB	NB	ZE
	ZE	NB	ZE	PB
	PB	ZE	PB	PB

Figura 2. Baza cu 9 reguli

Pentru regulator fuzzy de bază se alege baza cu 9 reguli, prezentată în figura 2, numită și bază de reguli 3-3 sau bază de reguli primară.

Funcțiile de apartenență alese se prezintă în figura 3.

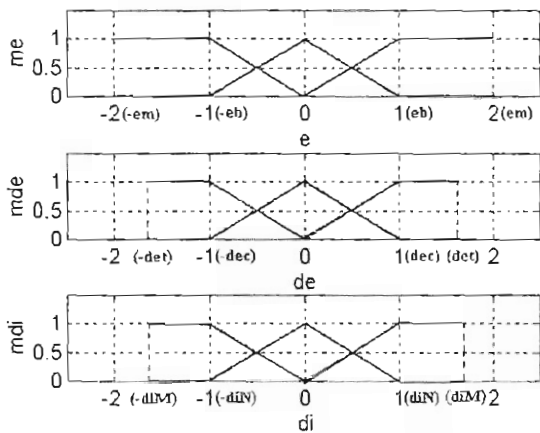


Figura 3. Funcțiile de apartenență pentru regulatorul de bază

Pentru regulatorul fuzzy de bază se demonstrează următoarele proprietăți:

1. comutativitatea bazei de reguli;
2. existența elementului neutru la baza de reguli;
3. existența elementelor simetrizabile la baza de reguli;
4. comutativitatea regulatorului fuzzy propriu-zis;
5. existența elementului neutru la regulatorul fuzzy;
6. existența elementelor simetrizabile la regulatorul fuzzy.

Aceste proprietăți vor fi folosite ulterior în analiza stabilității sistemului de reglare în care este utilizat acest regulator fuzzy.

### 2.1. Proprietăți algebrice ale bazei de reguli

Baza de reguli a regulatorului fuzzy are două variabile de intrare fuzzy: eroarea de turație  $e$  și derivata erorii de turație  $de$  și o variabilă de ieșire fuzzy, incrementul de curent  $di$ .

Variabilele fuzzy sunt definite pe următoarele mulțimi de definiție:

$$e \in E, de \in D_e, di \in D_i \quad (2)$$

Vom lua în considerare numai cazul când aceste mulțimi sunt egale:

$$E = D_e = D_i = U \quad (3)$$

Mulțimea fuzzy  $U$  are, în cazul bazei cu 9 reguli, următoarele 3 valori:

$$U_3 = \{NB, ZE, PB\} \quad (4)$$

Pe această mulțime se definește aplicația

$$f : U \times U \rightarrow U, (e, de) \rightarrow f(e, de) \quad (5)$$

pe care o numim lege de compoziție fuzzy, definită pe mulțimea  $U$ . Elementul unic, definit  $di = f(e, de) \in U$  cu aplicația  $f$  îl numim compusul lui  $e$  cu  $de$  prin legea de compunere  $f$ . Legea de compunere  $f$  este descrisă de o tabelă de compoziție, care în cazul nostru este chiar tabela bazei de reguli din figura 2.

În continuare, vom demonstra câteva proprietăți algebrice ale bazei de reguli.

Utilizăm simbolul  $*$  pentru legea de compoziție fuzzy  $f$ :

$$U \times U \rightarrow U, (e, de) \rightarrow e * de \quad (6)$$

#### 1. Comutativitate:

$$e * de = de * e, \forall e, de \in U \quad (7)$$

Comutativitatea se verifică pe tabela de reguli din figura 2. Elementul  $e * de$  de la intersecția liniei  $e$  cu coloana  $de$  este egal cu elementul  $de * e$  de la intersecția liniei  $de$  cu coloana  $e$ , pentru orice  $e, de \in U$ . Aceasta este echivalent cu proprietatea că baza de reguli este simetrică.

#### 2. Elementul neutru

Definiție: Un element  $o \in U$  se numește element neutru pentru o lege de compoziție  $U \times U \rightarrow U, (e, de) \rightarrow e * de$  dacă:

$$o * x = x * o = x, \forall x \in U \quad (10)$$

Elementul neutru este unic. Se observă că, pentru baza de reguli, elementul neutru este valoarea fuzzy  $ZE$ :  $ZE * x = x * ZE = x$ .

#### 3. Elemente simetrizabile

Definiție: Un element  $x \in U$  se numește element simetrizabil prin legea de compoziție  $U \times U \rightarrow U, (e, de) \rightarrow e * de$ , (cu element neutru) dacă există elementul  $x' \in U$  cu proprietatea:

$$x' * x = x * x' = o \quad (11)$$

Atunci  $x' \in U$  se numește simetricul lui  $x$ .

Se observă că elementul simetric este elementul opus:  $NB * PB = PB * NB = ZE$ .

## 2.2. Proprietăți ale regulatorului fuzzy

Regulatorul fuzzy are două variabile de intrare reale  $e$  și  $de$  și o variabilă de ieșire reală  $di_d$ . El este implementat utilizând inferența sumă-produs și defuzificarea cu metoda centrului de greutate. Acestui regulator i se atașează următoarea aplicație:

$$di_d = f(e, de) \quad (12)$$

Variabilele  $e$ ,  $de$  și  $di_d$  iau valori reale pe următoarele universuri de discurs:  $E$ ,  $D_e$  și respectiv  $D_d$ . Considerăm un univers de discurs scalat, general valabil:  $E=D_e=D_d=U=[-1, 1]$ . Aplicația  $f$  va fi definită pe produsul cartezian  $U \times U$  cu valori în  $U$ :

$$f : U \times U \rightarrow U, (e, de) \rightarrow f(e, de) \quad (13)$$

și ea va fi numită lege de compoziție pe  $U$ .

Elementul unic  $di_d = f(e, de) \in U$  definit prin aplicația  $f$  se numește compusul lui  $e$  și  $de$  prin legea de compoziție  $f$ .

Un univers de discurs extins al universului de discurs scalat de bază  $U=[-1, 1]$  poate fi mulțimea  $U=[-a, a]$ , cu  $|a| > 1$ .

Ținând cont că regulatoarele fuzzy se implementează numeric, universurile de discurs  $E$ ,  $D_e$ ,  $D_d$  sunt  $U$  mulțimi discrete. Un univers de discurs discret  $U$  are un număr finit de elemente  $u_i \in U, i=1, \dots, n; U=\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ .

O lege de compoziție care descrie un regulator fuzzy poate fi reprezentată printr-o suprafață tridimensională.

Simbolizăm legea de compoziție atașată regulatorului fuzzy cu  $\circ$ :

$$U \times U \rightarrow U, (e, de) \rightarrow e \circ de \quad (14)$$

Regulatorul fuzzy are următoarele proprietăți algebrice:

### 4. Comutativitate:

$$e \circ de = de \circ e, \forall e, de \in U \quad (15)$$

Comutativitatea poate fi demonstrată pe suprafața regulatorului fuzzy. Pentru regulatorul de bază definit mai sus se prezintă suprafața tridimensională  $di_d = f(e, de)$  în figura 4, trasată pe universul de discurs normat  $[-2, 2]$

Elementul  $e \circ de$  de la intersecția liniei coordonatei  $e$  cu linia coordonatei  $de$  este egal cu cu elementul  $de \circ e$  de la intersecția liniei coordonatei  $e=de$  cu linia coordonatei  $de=e$ , pentru orice  $e, de \in U$ . Astfel, suprafața regulatorului este simetrică.

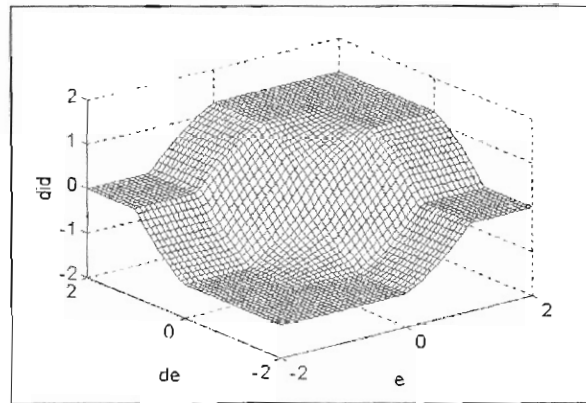


Figura 4. Suprafața regulatorului fuzzy de bază

Vom demonstra proprietatea de comutativitate și analitic, determinând astfel și condițiile pe care trebuie să le îndeplinească universurile de discurs și Funcțiile de apartenență ale regulatorului.

Aplicația  $f$  este compusă dintr-o operație de inferență, notată cu  $f_i$  și o operație de defuzificare, notată cu  $d$ . Aceste funcții se definesc după cum urmează.

Funcția inferență:

$$di = f_i(e, de), e, de \in [-1, 1] \quad (16)$$

unde  $di$  rezultă ca o mulțime fuzzy de elemente  $di_i \in [0, 1], i=1, \dots, n; di=\{di_1, di_2, \dots, di_n\}$ . Valorile  $di_i$  sunt grade de apartenență, rezultate după inferența cu cele  $n$  valori ale universului de discurs al variabilei  $di$ .

Funcția defuzificare este unic definită astfel:

$$di_d = d(di), di = \{di_i\}, i = 1, \dots, n, di_d \in U \quad (17)$$

Prin componerea celor două funcții  $f_i$  și  $d$  regulatorul fuzzy rezultă ca și o funcție compusă:

$$di_d = d(f_i(e, de)), e, de, di_d \in U \quad (18)$$

Inferența se definește la regulatorul de bază, utilizând operațiile de bază de însumare (mediere) și produs. Pentru baza de reguli 3-3 se scriu următoarele relații:

$$di = \{ \{m_{NB}(e) \wedge m_{NB}(de)\} \wedge di_{NBi} / i=1, \dots, n \} \vee \{ \{m_{ZE}(e) \wedge m_{ZE}(de)\} \wedge di_{ZEi} / i=1, \dots, n \} \vee \dots \vee \{ \{m_{PB}(e) \wedge m_{PB}(de)\} \wedge di_{PBi} / i=1, \dots, n \} \quad (19)$$

unde

$$di_{NB} = \{ di_{NBi} = m_{NB}(di_{di}) \mid di_{di} \in U, i = 1, \dots, n \}, \\ di_{ZE} = \{ di_{ZEi} = m_{ZE}(di_{di}) \mid di_{di} \in U, i = 1, \dots, n \}, \\ di_{PB} = \{ di_{PBi} = m_{PB}(di_{di}) \mid di_{di} \in U, i = 1, \dots, n \} \quad (20)$$

iar  $m_{NB}, m_{ZE}, m_{PB}$  sunt funcțiile de apartenență  $m: U \rightarrow [-1, 1]$ .



În relațiile de mai sus, simbolul  $\wedge$  a fost folosit pentru operația produs, iar simbolul  $\vee$  a fost folosit pentru operația sumă. Concluziei i-a fost asociat simbolul pentru sumă. Se observă că, pentru a exista proprietatea de comutativitate, trebuie ca funcțiile de apartenență să fie egale:

$$\begin{aligned} m_{NB}(e) &= m_{NB}(de), \\ m_{ZE}(e) &= m_{ZE}(de), \\ m_{PB}(e) &= m_{PB}(de), \text{ pt. } \forall e = de \in U \end{aligned} \quad (21)$$

Dacă funcția de defuzificare  $d$  este univoc definită, atunci pentru aceeași mulțime fuzzy de ieșire  $di$  rezultă o valoare defuzificată unică  $di_s$  și  $di_s = d(f_i(e, de)) = d(f_i(de, e))$ .

### 5. Elementul neutru

Definiție: Numim un element  $o \in U$  neutru pentru o lege de compoziție fuzzy  $U \times U \rightarrow U$ ,  $(e, de) \rightarrow e \circ de$ , dacă

$$o \circ x = x \circ o = x, \forall x \in U \quad (22)$$

Elementul neutru este unic definit.

Elementul neutru al regulatorului fuzzy de bază este numărul real 0. Această proprietate se demonstrează în mod grafic. Se observă de pe caracteristicile regulatorului fuzzy  $di_s = f(e)$ , cu  $de$  parametru din figura 5 că există proprietatea  $f(x, 0) = f(0, x) = x$ . Caracteristicile  $di_s = f(de)$ , cu  $e$  parametru sunt identice cu cele din figura 5. Această proprietate se poate observa și pe suprafața din figura 4.

### 6. Elemente simetrizabile

Definiție: Un element  $x \in U$  se numește simetrizabil în raport cu legea de compoziție fuzzy (cu element neutru)  $U \times U \rightarrow U$ ,  $(e, de) \rightarrow e \circ de$ , dacă există  $x' \in U$  astfel încât

$$x' \circ x = x \circ x' = o \quad (23)$$

Atunci, elementul  $x' \in U$  cu proprietatea  $x \circ x' = x' \circ x = o$  se numește simetricul lui  $x$ , relativ la operația  $\circ$ .

Se poate observa că elementul simetric este elementul opus.

Demonstrarea acestei proprietăți se poate face grafic, trasând caracteristicile funcției  $f(x, -x)$  pe universul de discurs normat, obținându-se o dreaptă care se suprapune peste axa absciselor.

### 7. Continuitate

O altă proprietate a regulatorului fuzzy este aceea că Funcția compusă, atașată lui, este continuă.

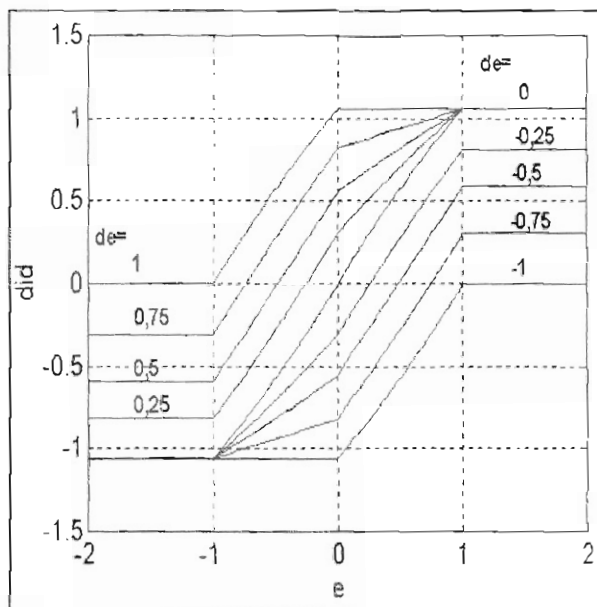


Figura 5. Caracteristicile regulatorului de bază

Funcția inferență  $f_i$ , rezultată din compunerea funcțiilor sumă și produs, care sunt continue pe universul de discurs, este o funcție continuă pe universul de discurs  $U$ . Funcția defuzificare  $d$  este, de asemenea, continuă. Astfel, funcția compusă  $d(f_i(e, de))$  este continuă. Proprietatea de continuitate a unei funcții este, de obicei, înfirmată prin existența unor puncte de discontinuitate, în care funcția respectivă nu este continuă. Ori, în cazul de față nu există astfel de puncte de discontinuitate și din analiza graficelor funcției se poate observa că aceasta este continuă.

### 2.3. Reprezentarea caracteristicilor neliniare ale regulatorului fuzzy pentru criteriul cercului

În continuare, se prezintă proprietatea principală la care doream să ajungem, proprietate care permite utilizarea criteriului cercului în analiza de stabilitate.

Regulatorul fuzzy are caracteristica neliniară:

$$di_d = f(e, de), e, de, di_d \in U \quad (24)$$

Putem să găsim pentru această caracteristică, pe baza proprietăților demonstrate mai sus, următoarea relație interesantă:

$$\begin{aligned} di_d &= K_R(e, de)(e + de), \text{ cu} \\ 0 &< K_R(e, de) < K_{\max} \end{aligned} \quad (25)$$

Acest mod de exprimare a legii de compoziție  $f$  îndeplinește următoarele proprietăți:

1.  $f(e, de) = f(de, e)$ , corespunzător comutativității.
2.  $f(x, 0) = f(0, x) = 0$ , corespunzător existenței elementului neutru,
3.  $f(x, -x) = f(-x, x) = 0$ , corespunzător existenței elementelor simetrizabile.

Aceste relații descriu principala proprietate pe care am dorit să o prezentăm pentru o anumită clasă de regulatoare fuzzy.

Proprietăți ilustrate în lucrare pot fi întâlnite și la alte regulatoare, mai complexe decât regulatorul de bază. Este vorba de regulatoare cu un număr mai mare de reguli - 25 sau 49, având 5-5 sau 7-7 valori fuzzy, care folosesc alte metode de inferență, de exemplu max-min, sau altă metodă de defuzificare, de exemplu metoda maximumului din mijloc.

Pentru a utiliza principala proprietate ilustrată anterior facem o transformare liniară de coordonate a variabilelor de stare ale sistemului de reglare, adică facem o transformare liniară a variabilelor de la intrarea regulatorului fuzzy. Vectorul mărimilor de intrare transformate  $x_i = [x_{i1}, x_{i2}]'$  se exprimă în funcție de vectorul variabilelor de la intrare  $x_e = [e, de]'$  astfel:

$$\begin{aligned} x_i &= [x_{i1} \ x_{i2}]' = T x_e = [e \ de]' = \\ &= [e + de \ 0]' , x_e = T^{-1} x_i \end{aligned} \quad (26)$$

Transformarea liniară dă:

$$\begin{aligned} di_d &= K_R [1 \ 1] x_e = K_R [1 \ 1] T^{-1} x_i = \\ &= K_R \bullet (e + de) = K_R x_{i1} \end{aligned} \quad (27)$$

Dacă se impune proprietatea:

$$[1 \ 1] T^{-1} = [1 \ 0] \quad (28)$$

pentru matricea de transformare liniară  $T$  poate rezulta, de exemplu:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

Acum, caracteristica neliniară a regulatorului fuzzy se poate exprima după cum urmează:

$$di_d = K_R(x_{i1}) x_{i1} \quad (30)$$

respectiv, ca produsul dintre o funcție neliniară de variabile de stare ale sistemului și o singură variabilă de intrare  $x_{i1}$ .

Funcția neliniară se poate calcula din răspunsul regulatorului fuzzy  $di_d$  și din intrarea transformată  $x_{i1}$ , care este suma celor două intrări, cu relația:

$$K_R = f(x_{i1}) = \frac{di_d}{x_{i1}} = \frac{di_d}{e + de} \quad (31)$$

Pentru regulatorul de bază în figurile 6 și 7 se reprezintă caracteristicile  $di_d = f(x_{i1})$  și respectiv  $K_R = K_R(x_{i1}) = di_d/x_{i1}$ , alegându-se de ca și parametru. Valorile utilizate pentru  $de$  ca parametru sunt -1, -0,75, -0,5, -0,25, 0, 0,25, 0,5, 0,75 și 1, aceleași ca și la caracteristicile din figura 5. Caracteristicile din figura 6 s-au obținut prin translatarea caracteristicilor din figura 5, prin translatarea axei  $e$  cu valoarea parametrului  $de$ . Caracteristicile din figura 7 s-au obținut din caracteristicile din figura 6, cu relația (31).

Din analiza formelor, caracteristicilor neliniare ale regulatorului fuzzy de bază din figurile 5 și 6 și ale caracteristicilor amplificării  $K_R$  din figura 7 se poate spune că amplificarea  $K$  a regulatorului de bază variază între 0 și o valoare pozitivă:  $0 < K < K_{max}$ . Din figura 7 se alege  $K_{max} \cong 1,7$ .

Astfel de caracteristici au fost trasate și pentru regulatoare mai complexe, dar care nu se prezintă în lucrare numai din motive de limită de spațiu.

Toate caracteristicile translatare obținute prezintă proprietatea că se află doar în cadranul I și III. De asemenea, din caracteristicile amplificării neliniare rezultă că aceasta are numai valori  $K$  pozitive și  $0 < K < K_{max}$ .

Pentru sistemele de reglare, bazate pe

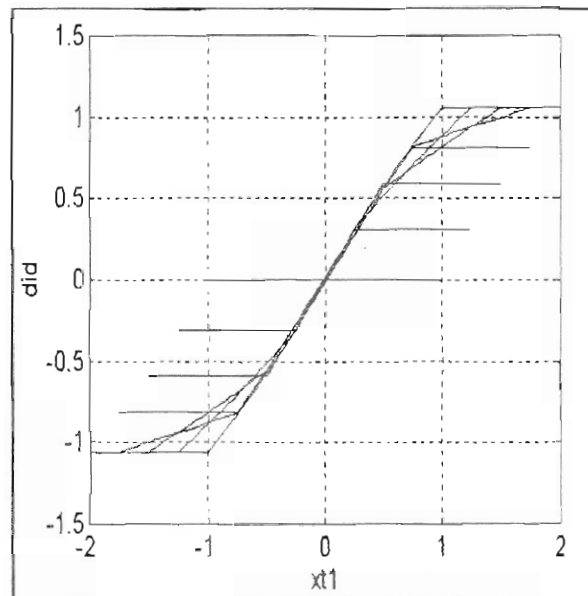


Figura 6. Caracteristicile translatare ale regulatorului fuzzy de parametru

regulatoare fuzzy, care au proprietățile de mai sus

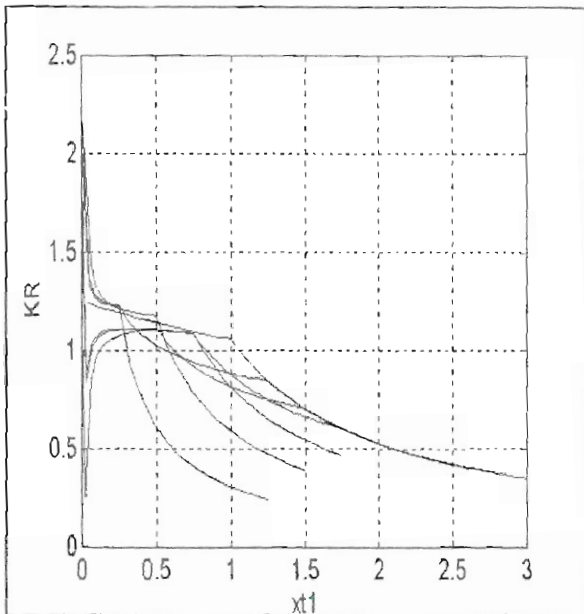


Figura 7. Caracteristicile amplificării de parametru

se poate aplica în analiza de stabilitate criteriul cercului. Acest criteriu permite analiza stabilității sistemelor de reglare neliniare a căror neliniaritate are o singură variabilă de intrare, iar funcția neliniară depinde de mărimile de stare ale sistemului și amplificarea variază între două limite cunoscute, pozitive sau negative. De asemenea, pe baza criteriului cercului se poate dezvolta o metodă de alegere a coeficientului  $c_{di}$  de compensare a amplificării în buclă deschisă a sistemului de reglare

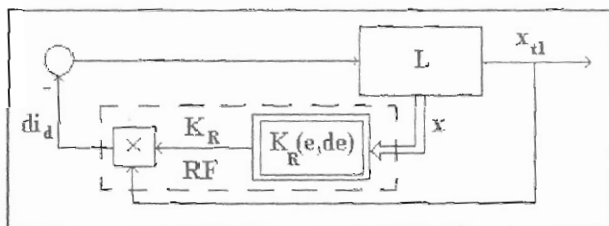


Figura 8. Schema bloc de reglare fuzzy conform criteriului cercului

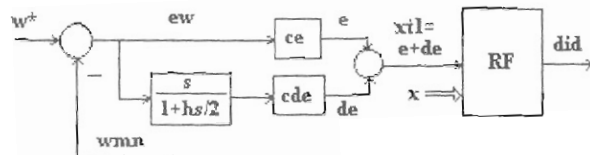
cu regulator fuzzy, care să asigure o stabilitate într-o plajă largă.

### 3. Analiza de stabilitate

După analiza caracteristicilor regloatoarelor fuzzy putem spune că acestea au un caracter neliniar, pentru orice tip de bază de reguli, metodă de inferență, funcții de apartenență sau metodă de defuzificare. De aceea, în analiza stabilității sistemelor bazate pe regloatoare fuzzy se caută să se utilizeze metode deja existente pentru sisteme neliniare [7,9,10,15,16,17]. O metodă propusă în

[3] utilizează forma liniarizată a regulatorului fuzzy. Această metodă nu este valabilă decât dacă sunt îndeplinite anumite condiții de utilizare a analizei stabilității în primă aproximație [10,16,17]. Pentru analiza stabilității sistemelor de reglare, care au în componența lor regloatoare fuzzy ale căror caracteristici seamănă cu caracteristicile prezentate anterior și îndeplinesc proprietățile algebrice

Figura 9. Structura modificată la intrarea regulatorului fuzzy



menționate, se propune utilizarea criteriului cercului. Criteriul cercului este o metodă de analiză a stabilității sistemelor de reglare neliniare, a căror neliniaritate depinde de variabilele de stare, și are o singură mărime de intrare [10]. Acest criteriu este relativ precis, dând o zonă în care stabilitatea este garantată. El se bazează pe caracteristicile de frecvență ale sistemului în buclă deschisă, care sunt ușor de trasat, utilizând metodele de analiză în frecvență ale programul Matlab.

Pentru a aplica criteriul cercului, transformăm structura din figura 1 într-o structură adecvată acestui criteriu, care să corespundă cu structura de bază a criteriului cercului dată în [18]. Transformarea se face tocmai pe baza principalei proprietăți, prezentată anterior. Structura sistemului de reglare cu regulator fuzzy (RF), care corespunde criteriului cercului se prezintă în figura 8. Ea are o parte liniară  $L$  și o parte neliniară  $K_R(e, de)$ . Partea neliniară depinde de variabilele de stare  $e$  și  $de$  (respectiv  $x_a$  și  $x_o$ ). Structura corespunzătoare intrării regulatorului fuzzy, corespunzătoare acestei transformări se prezintă în figura 9. În schema bloc din figura 9, trecem blocurile de amplificare și de derivare înaintea punctului de însumare. Obținem, la intrarea regulatorului fuzzy, structura din figura 10. Ieșirea neliniarității se obține ca un produs dintre variabila de intrare  $x_1$  și amplificarea neliniară  $K_R$ , care depinde de mărimile de stare.



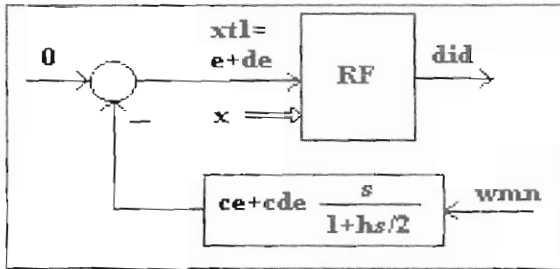


Figura 10. Structura de la intrarea regulatorului corespunzătoare criteriului cercului

Dacă partea liniară are variabilele de stare  $x$ , atunci  $e$  și  $de$  sunt două dintre ele, iar celelalte nu afectează amplificarea neliniarității.

Analiza de stabilitate se face pentru  $w=0$ . Pentru trasarea caracteristicilor de frecvență ale părții liniare se alege la început  $c_w=1$ .

Comparând schemele bloc din figurile 1, 8 și 10 se poate determina ușor care sunt blocurile care compun partea liniară  $L$ . Această parte liniară are funcția de transfer  $H(s)$ :

$$H(s) = c_{di} \frac{1+hs/2}{hs} K_{CNA} H_i(s) k_m \frac{1}{Js+k_f} H_{Tw}(s) K_{CAN} \left( c_e + c_{de} \frac{s}{1+hs/2} \right) = \frac{1+hs/2}{hs} H_i(s) \frac{k_m}{Js+k_f} H_{Tw}(s) \left( c_e + c_{de} \frac{s}{1+hs/2} \right) \quad (32)$$

în care  $K_{CAN} = 1/K_{CNA}$  și  $c_w=1$ .  $H(s)$  este funcția de transfer echivalentă a buclei de reglare a curentului. Se observă că funcția de transfer a părții liniare are un pol în origine, datorat caracterului PI introdus în dinamica regulatorului fuzzy.

Funcția neliniară  $K_R(e, de)$  are proprietatea:

$$0 < K_R(e, de) < K_m \quad (33)$$

În acest caz, se folosește forma particulară a criteriului cercului, când cercul se transformă într-o dreaptă.

**Teoremă [18]:** Sistemul neliniar cu structura din figura 8, în care partea liniară are funcția de transfer  $H(s)$  și partea neliniară are ecuațiile(25), are punctul de echilibru  $x_{ii}=0$  global asimptotic stabil dacă funcția

$$F(s) = \frac{K_2 H(s) + 1}{K_1 H(s) + 1} \quad (34)$$

este real pozitivă.

În cazul de față,  $K_1=0$ ,  $K_2=K_m$  și  $F(s)$  devine  $F(s)=K_m H(s)+1$ . Deci se folosește un caz particular al criteriului cercului.

**Definiția funcției real pozitive [18]:** O funcție rațională  $F(s)$  este real pozitivă dacă:

1. ea nu are nici un pol în semiplanul  $Re s > 0$ ;
2. polii de pe axa imaginară (dacă ei există) sunt simpli și reziduurile corespunzătoare sunt real pozitive;
3.  $Re F(j\omega) \geq 0$  pentru orice  $\omega \geq 0$ .

Din a treia condiția definiției de mai sus obținem:

$$Re\{K_m H(s) + 1\} > 0 \quad (35)$$

Substituim  $H(s)=v(\omega)+w(\omega)$  și obținem:

$$K_m v + 1 \geq 0, \text{ sau } v \geq -1/K_m \quad (36)$$

Din punct de vedere geometric, în planul complex ( $v, w$ ), această inecuație reprezintă un sector situat la dreapta liniei verticale, care trece prin punctul de abscisă  $-1/K_m$ .

Condițiile 1 și 2 din definiția funcției real pozitive pot fi înlocuite cu condiția ca polinomul  $P(s)+Q(s)$  să fie un polinom Hurwitz, unde  $F(s)=P(s)/Q(s)$ . Zerourile acestui polinom sunt polii următoarei funcții raționale:

$$\frac{H(s)}{\frac{1}{K_m} + H(s)} \quad (37)$$



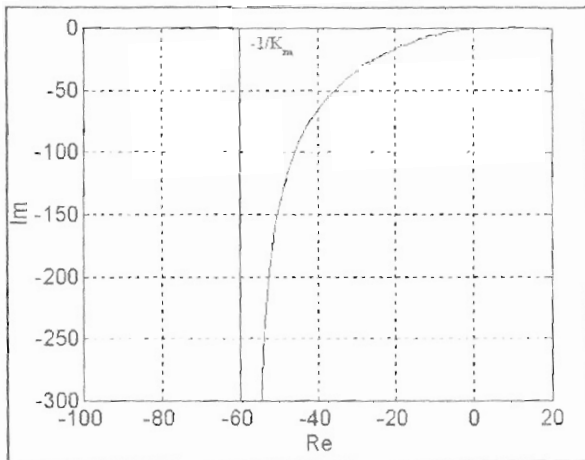


Figura 11. Hodograful  $H(j\omega)$  și dreapta verticală în planul complex

În acest caz, se poate utiliza doar hodograful  $H(j\omega)$ . În cazul sistemului de reglare a turației motoarelor de curent continuu, funcția  $H(s)$  nu are poli în semiplanul  $\text{Re } s > 0$ , deci  $n_1=0$  și are un pol pe axa reală a  $\text{Re } s=0$ , adică  $n_0=1$ . În cazul de față, hodograful  $H(j\omega)$  trebuie să fie complet la dreapta liniei verticale.

Pentru efectuarea analizei de stabilitate trebuie luată valoarea amplificării maxime  $K_m$  din caracteristicile amplificării neliniare  $K_R=f(x_{11})$  ale regulatorului respectiv. Se trasează dreapta verticală, care trece prin punctele de abscisă  $-1/K_m$ . În figura 11 se prezintă modul în care trebuie să se situeze dreapta verticală, în raport cu hodograful părții liniare  $H(j\omega)$ , pentru a se asigura stabilitatea sistemului de reglare a turației motorului de curent continuu, cu regulator fuzzy de turație.

#### 4. Calculul amplificării în buclă deschisă

Pentru a alege valoarea factorului de compensare  $c_{dt}$  se sugerează următorul procedeu. Se consideră că acest coeficient influențează amplificarea neliniară a regulatorului fuzzy. Deci, amplificarea maximă a regulatorului neliniar în bucla de reglare se consideră înmulțită cu  $c_{dt}$ . Când caracteristicile neliniare ale amplificării  $K_R$  prezintă maximumul  $K_{Rm}$ , atunci, în bucla deschisă, amplificarea care a fost luată în considerare mai sus în utilizarea criteriului cercului este  $K_m=c_{dt}K_{Rm}$ .

Se recomandă următoarea procedură de alegere a coeficientului de compensare a amplificării în buclă deschisă:

1. Se trasează hodograful  $H(j\omega)$  a părții fixe liniare a sistemului de reglare a turației motorului de curent continuu. Acest hodograf

nu depinde de tipul regulatorului fuzzy ales. El este valabil pentru orice regulator fuzzy (RF) utilizat.

2. Pentru un anumit tip de regulator fuzzy, se alege valoarea  $K_{Rm}$  de pe caracteristicile coeficientului de amplificare  $K_R=f(x_{11})$ .
3. Se trasează în planul hodografului  $H(j\omega)$  dreptele verticale în semiplanul stâng. Valoarea coeficientului  $c_{dt}$  se alege astfel încât hodograful  $H(j\omega)$  să fie la dreapta unei linii verticale, care trece prin punctele de abscisă  $(-1/K_m, 0j)$ , cel mult tangent la ea. Coeficientul de compensare a amplificării în buclă deschisă se alege astfel încât să se asigure o stabilitate pentru variații relativ mari ale amplificării în buclă deschisă, cu un factor de siguranță. Astfel amplificarea introdusă de regulatorul fuzzy trebuie să fie mai mică decât valoarea maximă admisibilă cu un anumit coeficient de siguranță  $f_s$ :

$$K_o \leq f_s K_m, \text{ unde } K_m = f_s c_{dt} K_{Rm}.$$

Conform procedurii descrisă mai sus, din caracteristica amplificării regulatorului de bază din figura 7 se ia  $K_{Rm}=2,2$ . Din analiza hodografului  $H(j\omega)$  din figura 10 rezultă că acesta admite o asimptotă verticală în cadranul 3. Se poate lua aproximativ  $-1/K_m \leq -60$ . Deci, pentru coeficientul de compensare a amplificării, rezultă o valoare  $c_{dt} \leq 1/(60 \cdot K_{Rm})$ , adică  $c_{dt} \leq 0,0076$ .

#### 5. Concluzii

În această lucrare, se prezintă o metodă de analiză a stabilității sistemelor de reglare a turației motoarelor de curent continuu, care au ca regulator de turație un regulator bazat pe logică fuzzy. De asemenea, se prezintă o metodă de calcul a amplificării în buclă deschisă a acestor sisteme de reglare, pentru asigurarea stabilității într-o plajă largă.

În lucrare, s-au demonstrat anumite proprietăți algebrice pentru un regulator fuzzy cu o bază cu 9 reguli, care utilizează metoda de inferență sumă-produs și defuzificarea cu metoda centrului de greutate. Aceste proprietăți sunt: comutativitatea, existența elementului neutru și existența elementelor simetrizabile. Pe baza acestor proprietăți se arată că acest regulator are o caracteristică neliniară, specifică utilizării criteriului cercului pentru analiza stabilității.

În cazul acestui regulator fuzzy, se utilizează cazul particular al criteriului și anume cazul când cercul se transformă într-o dreaptă. Pentru asigurarea stabilității sistemului de reglare a turației motorului de curent continuu, care are ca regulator

de turație un regulator fuzzy, hodograful părții liniare a sistemului, conform criteriului cercului, trebuie să fie situat într-un sector aflat la dreapta liniei verticale, care trece în planul complex prin punctele de abscisă  $-1/K_m$ , unde  $K_m$  este amplificarea maximă a neliniarității introduse de regulator.

Valoarea coeficientului de compensare a amplificării sistemului se poate alege astfel încât hodograful părții liniare a sistemului să fie situat într-un sector care să asigure stabilitatea cu un coeficient de siguranță impus.

Regulatele fuzzy cele mai des întâlnite în practică prezintă adesea aceste proprietăți și deci criteriul cercului este o metodă care poate fi larg utilizată în analiza stabilității sistemelor de reglare, bazate pe regulate fuzzy.

## Bibliografie

- BOSE, B.K.: Power Electronics and AC Drives, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., S.U.A., 1986.
- BOSE, B.K.: Expert Fuzzy System, Fuzzy Logic and Neural Network Application in Power Electronics and Motion Control. În: Proc. of the IEEE, Aug., 1984.
- BUHLER, H.: Reglage par logique floue, Presses Polytechniques et Universitaire Romandes, Lausanne, 1994.
- CHEKOWAY, C.: Simulink User's Guide, The Matworks Inc., Natick, S.U.A., 1992.
- COSTA, A.; DE GLORIA, A.: Hardware Solutions for Fuzzy Control. În: Proc. of the IEEE, No. 3, March, 1995.
- DUMITRACHE, I.: Tehnica reglării automate, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1980.
- GIBSON, J.E.: Nonlinear Automatic Control, McGraw Hill, New York, 1963.
- GUILLEMIN, P.: Fuzzy Logic Applied to Motion Control. În: IEEE Trans. on Ind. Applic., No.1, 1996.
- HAHN, W.: Stability of Motion, Springer-Verlag, Berlin, 1967.
- HALANAY, A.: Teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale, Ed. Academiei, București, 1963.
- HELLENDORN, H.: Fuzzy Logic an Fuzzy Control, A Report of Siemens Intelligent Control Systems Lab., Germania, 1992.
- HELLENDORN, H.; THOMAS, C.: On Defuzification in Fuzzy Controllers, A Report of Siemens Intelligent Control Systems Lab., Germania, 1993.
- LEONARD, W.: Control of Electrical Drives, Springer-Verlag Berlin, 1985.
- LOTFI, A.: Fuzzy Inference Systems Toolbox for Matlab, Mathworks, Inc., USA, 1995.
- MOHAN, N.: Simulation of Power Electronic and Motion Control Systems - An Overview. În: Proc. of IEEE, Aug., 1994.
- POPOV, V.M.: Hiperstabilitatea sistemelor automate, Ed. Academiei, București, 1966.
- RĂSVAN, V.: Teoria stabilității, Ed. Științifică și Enciclopedică, București, 1987.
- VOICU, M.: Tehnici de analiză a stabilității sistemelor automate, Ed. Tehnică, București, 1986.
- VOLOȘENCU, C-TIN.: A Simulation of a DC Motor Control System, Bul. Șt. și Tehnic, Univ. "Politehnica" Timișoara, 1995.
- VOLOȘENCU, C-TIN.: Reglare fuzzy și neuronală, cu simulări în Matlab, Ed. Eurobit, Timișoara, 1997.

## Lista simbolurilor folosite în text

- MCC -motor de curent continuu;  
 RG-i -regulator de curent;  
 PI -element proporțional-integrator;  
 Ti -traductor de curent;  
 CONV -convertizor electronic de putere;  
 Tw -traductor de turație;  
 CAN, CNA -convertoare analogic-numeric și numeric-analogic;  
 RF-w-IE -regulator de turație, bazat pe logică fuzzy, cu integrare la ieșire;  
 RF -regulator bazat pe logică fuzzy;  
 $w^*$  -valoarea prescrisă a turației;  
 $e$  -eroarea de turație, scalată, intrare a regulatorului fuzzy;  
 $de$  -derivata erorii de turație, scalată, intrare a regulatorului fuzzy;  
 $c_e$  -coeficient de amplificare, de scalare a erorii de turație la intrarea regulatorului fuzzy;  
 $c_{de}$  -coeficient de amplificare, de scalare a derivatei erorii de turație la intrarea regulatorului fuzzy;

$di_d$  -incrementul de curent prescris, mărime de ieșire a regulatorului fuzzy, defuzificată;

$c_{di}$  -coeficient al amplificării sistemului de reglare în buclă deschisă;

$i'$  -valoarea prescrisă a curentului motorului;

$K_R$  -amplificarea regulatorului fuzzy;

$I_M$  -valoarea maximă admisibilă a curentului motorului;

$I_N$  -valoarea nominală a curentului motorului;

$\Omega$  -turația momentană a motorului (exprimată în rad/s);

$\Omega_0$  -turația de bază a motorului;

$M_{Mt}$  -cuplul maxim în regim tranzitoriu al motorului;

$M_N$  -cuplul nominal al motorului;

$J$  -momentul de inerție al motorului;

$P_N$  -puterea nominală a motorului;

$n_N$  -turația nominală a motorului, (exprimată în rot./min.);

$u_{2N}$  -tensiunea de alimentare nominală a motorului;

$R_s$  -rezistența înfășurării de alimentare a motorului;

$L_s$  -inductanța înfășurării de alimentare a motorului;

$H_{conv}(s)$  -Funcția de transfer a convertizorului;

$H_{tr}(s)$  -Funcția de transfer a traductorului de curent;

$H_{tw}(s)$  -Funcția de transfer a traductorului de turație;

$s$  -variabilă complexă;

$K_{CAN}$ ,  $K_{CNA}$  -coeficienți de amplificare ai convertoarelor analogic-numeric și numeric-analogic;

$K_{Ri}$  -coeficientul de amplificare al regulatorului de curent;

$T_{Ri}$  -constanta de timp a regulatorului de curent;

$h$  -pasul de eșantionare;

$x_1$  -vectorul mărimilor de intrare ale regulatorului fuzzy rezultate în urma transformării liniare;

$x_2$  -vectorul mărimilor de intrare ale regulatorului fuzzy;

$T$  -matricea de transformare liniară a mărimilor de intrare ale regulatorului fuzzy;

$x_n$  -prima mărime de intrare a regulatorului fuzzy, translatată;

$H_L(s)$  -funcția de transfer a sistemului de reglare în buclă deschisă;

$Re$  -partea reală a unei mărimi complexe;

$Im$  -partea imaginară a unei mărimi complexe;

$u, w$  -coordonatele planului complex;

$\omega$  -pulsatia la caracteristicile de frecvență;

$f_s$  -coeficient de siguranță.