

UN SISTEM PENTRU MANAGEMENTUL RISCULUI ÎN INVESTIȚII FINANCIARE, BAZAT PE MODELELE MARKOWITZ DE SELECȚIE A PORTOFOLIILOR

mat. Constanța Zoie Rădulescu

Institutul de Cercetări în Informatică

Rezumat: În lucrare sunt prezentate trei modele de selecția portofoliilor de tip Markowitz și anume modelele de minimizarea riscului, maximizarea profitului și medie dispersie. Modelele sunt considerate în variabilă continuă.

Se descrie structura și se ilustrează arhitectura unui produs software MARKPORT pentru managementul riscului în investiții financiare, bazat pe teoria selecției portofoliilor a lui Markowitz. Se descriu funcțiunile acestuia, domeniile de utilizare, intrările și ieșirile.

Cuvinte cheie: risc de investiție, modele de selecția portofoliilor, modele Markowitz cu variabila continuă, frontieră eficientă, funcția de risc-rentabilitate.

1. Introducere

Orice investiție implică un risc datorat cunoașterii insuficiente a tuturor condițiilor existente în economie. Este bine cunoscut faptul că profiturile mari nu pot fi obținute decât în condițiile unui nivel de risc ridicat, iar profiturile cu un grad sporit de siguranță (cu nivel scăzut de risc) sunt mici. O formulare matematică a acestei balanțe între risc și profit a fost făcută de către H. Markowitz în celebra sa lucrare [3] care mai târziu a devenit punctul de plecare al unei teorii matematice cu importante aplicații în economie, cunoscută sub numele de teoria selecției portofoliilor. Deși teoria a evoluat foarte mult de la apariția ei până în prezent, totuși modelele lui Markowitz rămân foarte populare. Ele constituie și în prezent sursa de inspirație a unui mare număr de produse software cu aplicabilitate practică în activitatea de investiții financiare.

În anul 1996, au demarat în Institutul de Cercetări în Informatică cercetări privitoare la analiza și evaluarea riscului în conducerea întreprinderilor mici și mijlocii [6], [7].

Lucrarea de față are ca scop prezentarea a trei modele Markowitz de selecție a portofoliilor cu variabilă reală și descrierea unui produs software, bazat pe acest tip de modele, realizat în [8]. Referințe bibliografice legate de modelele lui Markowitz pot fi găsite în [1] [5].

Lucrarea este organizată după cum urmează : în capitolul 2 sunt prezentate din punct de vedere teoretic cele trei modele Markowitz de selecție a portofoliilor, cu variabilă reală, în capitolul 3 este descris produsul MARKPORT - pentru managementul riscului de investiție, bazat pe acest

tip de modele, iar în capitolul 4 este descrisă structura acestui produs.

2. Modele Markowitz cu variabilă reală

Dintre modelele de optimizare stocastică, aplicabile în teoria modernă a finanțelor, modelele Markowitz de selecția portofoliilor sunt considerate modele clasice.

Prima lucrare asupra acestui subiect [2] a fost publicată în anul 1952, de către laureatul premiului Nobel în economie pe anul 1990, profesorul Harry Markowitz. Mai târziu, el și-a explicat mai amănunțit ideile în binecunoscuta sa carte [3] din anul 1959.

Să presupunem că un investitor dispune de o anumită sumă de bani, pe care dorește să o investească în titluri de valoare la n fonduri de investiție. Aceste titluri de valoare pot să reprezinte acțiuni ale societăților cotate la bursă sau pe piața extrabursieră, titluri de valoare la fonduri mutuale sau la societăți de investiții financiare, obligațiuni, valute, activități productive etc.

Fie x_j cantitatea de bani care se investește în fondul de investiții j , $j = 1, 2, \dots, n$.

Vom presupune că suma de bani de care dispune investitorul este o constantă pozitivă M .

Vectorul $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ descrie o anumită politică de investiții. El satisface, desigur, restricțiile:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n x_i = M \\ x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (1)$$

la care se pot adăuga practic și restricții impuse de o serie de alte considerente. Vectorul x va fi numit și portofoliu.

Un exemplu de astfel de restricții poate fi considerat următorul:

$$0 \leq x_j \leq u_j, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

unde $u_j, j = 1, 2, \dots, n$ sunt margini superioare fixate.

Vectorul $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ apare din motive de ordin legal, personal sau instituțional. Unele dintre componentele sale pot fi infinite. Componentele vectorului u poartă numele de coeficienți de diversificare.

Alte restricții pot să fie legate de faptul că suma investită în anumite fonduri de investiții nu poate lua orice valoare, ci numai valori aflate într-o mulțime dată. De multe ori, această mulțime este o mulțime discretă. Un exemplu în această direcție îl constituie un fond de investiții constituit din acțiuni la bursă de același fel. Este evident că, în acest caz, suma investită în acest fond nu poate fi decât un multiplu întreg al valorii unei acțiuni.

Fie ξ_j venitul obținut în ipoteza că o unitate monetară din suma disponibilă se investește în titluri de valoare la fondul j . Atunci venitul total corespunzător politicii de investiții x este:

$$V(x) = \sum_{j=1}^n \xi_j x_j \quad (3)$$

Dacă ξ_j sunt presupuse constante date, atunci determinarea politicii optime de investiții revine la o problemă clasică de programare liniară, constând în maximizarea venitului total (3) cu restricțiile (1) și (2). O astfel de soluție nu este satisfăcătoare deoarece, practic, ξ_j sunt variabile aleatoare să zicem de medii μ_j și matrice de covarianță $C = (c_{ij})$. Acești parametri pot fi estimați prin metodele statisticii matematice din datele furnizate de comportarea anterioară a cotației pe piață a titlurilor de valoare ale fondurilor de investiții considerate.

Valoarea medie a venitului total atașat portofoliului x este:

$$E(V(x)) = \sum_{j=1}^n \mu_j x_j, \quad (4)$$

iar dispersia sa este:

$$D^2(V(x)) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_i x_j, \quad (5)$$

H. Markowitz a propus în [3] ca riscul politicii de investiții $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ să fie calculat în termenii dispersiei venitului total. În teoria finanțelor, dispersia este numită volatilitate. În prezenta lucrare, nu vom folosi acest termen.

Problema selecției portofoliului optimal poate fi formulată ca o problemă de programare pătratică parametrică după cum urmează:

$$\begin{cases} \min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_i x_j \\ \sum_{j=1}^n \mu_j x_j \geq \rho M; \\ \sum_{j=1}^n x_j = M; \\ 0 \leq x_j \leq u_j, \quad j = 1, 2, \dots, n; \end{cases} \quad (P_1)$$

Parametrul ρ reprezintă rata venitului sperat, cerută de investitor. Problema (P_1) este cunoscută sub denumirea de modelul de minimizare a riscului.

Portofoliile care minimizează riscul pentru un anumit nivel dat al venitului sperat sau maximizează venitul sperat pentru un nivel dat al riscului le vom numi portofolii eficiente. Mulțimea tuturor portofoliilor eficiente este cunoscută sub denumirea de frontieră eficientă.

Prima restricție din problema (P_1) are loc, în general, cu semnul egal în cazul unei soluții pe care o vom numi portofoliu optimal. Acest lucru înseamnă că un portofoliu optimal este un portofoliu eficient deoarece, pentru un nivel dat al venitului sperat dispersia (riscul) nu poate fi diminuată, și, pentru un nivel dat al dispersiei (riscului) venitului sperat, nu poate fi crescut. O dată cu variația parametrului ρ pot fi obținute oricât de multe puncte dorim ale frontierei eficiente.

Portofoliile eficiente reprezintă în cazul problemei selecției portofoliilor cu n fonduri de investiții o suprafață în spațiul n -dimensional. Această suprafață mai este numită și frontieră eficientă. Ea constituie un element foarte important pentru investitori atunci când este elaborată o politică de investiție optimală. Desigur, sunt necesare considerații suplimentare atunci când este făcută selecția finală.

Rezolvarea practică a problemei necesită cunoașterea a $\frac{n(n+1)}{2}$ covarianțe care pot fi estimate cum am arătat mai sus din datele existente asupra evoluției anterioare a activităților fondurilor de investiții. În cazul $n=500$ trebuie calculat un număr de 125.250 de covarianțe, ceea ce necesită un mare efort de calcul. Rezolvarea numerică a problemei (P_1) devine extraordinar de dificilă când valorile lui n cresc peste marginea mai sus menționată.

Dacă dorim să determinăm structura (portofoliul) x a investițiilor astfel încât să maximizăm valoarea medie a venitului total și să minimizăm dispersia acestuia este util să considerăm următoarea funcție obiectiv:

$$f(x) = a \sum_{j=1}^n \mu_j x_j - b \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_i x_j = a\mu^T x - bx^T Cx, (*)$$

unde a și b sunt parametrii pozitivi a căror mărime relativă descrie importanța pe care o acordăm fiecăruia dintre cei doi termeni. Cu alte cuvinte, coeficienții a, b (se poate presupune că $a+b=1$) depind de atitudinea investitorului în fața riscului: $a=0$ și $b=1$ ar traduce, de exemplu, dorința acestuia de a obține un venit cât mai constant, scutit de fluctuații (dar care poate să aibă o valoare medie mică): $a=1$ și $b=0$ (corespunzător cazului cert) ar exprima, dimpotrivă, atitudinea unui investitor lipsit de teamă în fața riscului și dorind numai maximizarea venitului mediu (sperat).

Fie (P_2) problema care constă în maximizarea funcției obiectiv (*) cu restricțiile

$$\sum_{j=1}^n x_j = M, \quad 0 \leq x_j \leq u_j, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Această problemă este o problemă de programare convexă deoarece orice matrice de covarianță este pozitiv semidefinită. Soluția problemei are proprietatea că (odată aleși a și b) nu există o structură a investițiilor care, la aceeași dispersie, să dea un venit mediu (sperat) mai mare și nici la același venit mediu (sperat) să aibă o dispersie mai mică. Modelul corespunzător problemei (P_2) este cunoscut în literatura de specialitate sub denumirea de modelul medie dispersie.

Un alt mod de a formula problema selecției portofoliilor este următorul:

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \left(\sum_{j=1}^n \mu_j x_j \right) \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_i x_j \leq v; \\ \sum_{j=1}^n x_j = M; \\ 0 \leq x_j \leq u_j, \quad j = 1, 2, \dots, n \end{array} \right. \quad (P_3)$$

Problema (P_3) este cunoscută în literatura sub denumirea de modelul de maximizare al profitului. Ea are ca obiectiv găsirea portofoliului de profit maxim, care are un risc mai mic decât o valoare fixată v .

Includerea mai multor fonduri de investiții sau, altfel zis, diversificarea portofoliului conduce la o diminuare a riscului acestuia în raport cu așa numitele riscuri individuale, care corespund fondurilor de investiții componente. Afirmatia are un suport natural intuitiv.

Să ne reamintim că riscul portofoliului FORMULA este egal cu dispersia venitului total, adică:

$$D^2(V(x)) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_i x_j. \quad (5)$$

În cazul când x_1, x_2, \dots, x_n sunt considerate ca rapoarte între suma investită în fond și suma totală de care dispune investitorul, atunci avem evident:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1, \quad x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Prin urmare:

$$D^2(V(x)) \leq \max_{1 \leq i \leq n} (c_{ii}) = \max_{1 \leq i \leq n} (D^2(\xi_i)) \quad (6)$$

Dacă se consideră dispersia ca măsură a riscului, atunci inegalitatea (6) ne arată că riscul portofoliului este mai mic decât cel mai mare dintre riscurile fondurilor de investiții care îl compun.

2. MARKPORT – Sistem pentru managementul riscului de investiție, bazat pe modele Markowitz de selecție a portofoliilor

MARKPORT se definește ca un instrument software avansat (sub Windows) pentru managementul riscului în politica de investiții financiare pentru calculatoare de tip PC.

Produsul furnizează investitorului un instrument de alocare eficientă de fonduri bazat pe modele de optimizare din teoria portofoliilor. Aceste modele consideră că portofoliile eficiente pot fi create prin diversificarea investiției bazate pe analiza matematică a datelor istorice privind titlurile de valoare.

MARKPORT se bazează pe următoarele modele Markowitz de selecția portofoliilor:

- minimizarea riscului cu un profit satisfăcător;
- maximizarea profitului (rentabilității) cu un nivel de risc satisfăcător;
- modelul medie-dispersie.

Parametrii modelelor, furnizați de către investitor, sunt profitul dorit, nivelul de risc, coeficienții de diversificare care sunt impuși de diferite restricții legale, coeficientul de aversiune față de risc.

Produsul include un modul de optimizare pentru maximizarea profitului și minimizarea riscului unui portofoliu de acțiuni.

Presupunem că investitorii vor dori să investească într-un portofoliu eficient, acela pentru care nu există altul care să ofere un profit mai mare cu același risc sau risc mai mic, sau care oferă un risc mai mic pentru un profit așteptat același sau mai mare.

Sistemul analizează datele istorice și furnizează portofolii eficiente în concordanță cu opțiunile investitorului. În urma analizei acestora, investitorul ia decizii în contextul unei strategii sau plan de investiții. MARKPORT este un instrument de asistare a deciziei, și nu un sistem de investiție. Axioma care stă la baza teoriei pe care este construit produsul este că mersul datelor istorice din trecut va continua la fel și în viitor. Când este făcută o investiție diversificată, care să asigure o combinație de acțiuni în cadrul portofoliului, atunci profitabilitatea investiției tinde să confirme tendințele pieței, care pot să continue săptămâni, luni de-a rândul sau mai mult timp.

Diversificarea constă în combinarea într-un portofoliu a unei mulțimi de titluri de valoare astfel încât variațiile nefavorabile în profit a unui titlu de valoare să fie însoțite de variațiile favorabile ale altui titlu de valoare. Cu alte cuvinte, coeficientul de corelare a profitului pentru perechi de titluri de valoare este mic. Produsul optimizează procesul de diversificare maximizând profitul și minimizând riscul. Un portofoliu eficient va avea, în mod obișnuit, risc mai mic decât oricare dintre titlurile de valoare din care este format.

Produsul se adresează, în special, întreprinderilor de tip IMM, care nu dispun de sume foarte mari pentru investiții și pentru care numărul de componente ale portofoliului nu depășește 100. El poate fi folosit de către manageri, investitori sau analiști financiari venind în ajutorul procesului de decizie, legat de construirea unui portofoliu eficient.

MARKPORT poate fi folosit însă de orice investitor individual, brokeri, analiști financiari din cadrul societăților de valori mobiliare, fondurilor mutuale, fondurilor private de pensii, societăților de investiții financiare, societăților de asigurări etc. venind în sprijinul celor care caută să și investească disponibilitățile financiare în mod optim (cu un profit maxim și un risc minim).

MARKPORT se adresează investitorilor care:

- își alcătuiesc și își gestionează propriile lor portofolii, luând decizii asupra lor;
- doresc să obțină profit maxim în condițiile unui risc minim, printr-o diversificare și optimizare sistematică a portofoliului;
- au o strategie sau un plan de investiții pentru care folosesc MARKPORT;
- au o oarecare înțelegere a piețelor de valori mobiliare;
- acceptă responsabilitatea de a folosi un instrument care atrage după sine riscuri ca și profituri.

Avantajele utilizării MARKPORT:

- maximizează profitul și minimizează riscul investiției;
- arată care titluri de valoare din cadrul portofoliului sunt redundante (pot fi eliminate);
- elaborează o diversificare eficientă;
- include în portofoliu titluri de valoare cu profit mare și risc mare crescând profitul portofoliului și menținând în același timp riscul în limite acceptabile;
- estimează caracteristicile de risc și de profitabilitate ale portofoliilor compuse din titluri de valoare pentru care au fost elaborate statistici;
- recunoaște și confirmă tendințele pieței.

Intrările în acest sistem constau din:

1. o mulțime de societăți cotate la bursă (Bursa de Valori București sau Bursa secundară de Valori RASDAQ) printr-un număr de acțiuni;
2. cotația zilnică (săptămânală, lunară) pe piața de valori mobiliare, la bursă a acțiunilor societăților de la punctul 1;
3. parametrii specifici modelului de optimizare ales de utilizator;
4. restricții legale, legate de diversificarea limitată;
5. suma disponibilă pentru investiție.

Ieșirile din sistem constau în:

1. statistici asupra rentabilităților titlurilor de valoare luate în considerare la momentul investiției;
2. riscul și profitabilitatea portofoliului eficient selectat;
3. structura portofoliului eficient;

4. graficul funcțiilor risc- profit, profit – risc, medie dispersie;
5. matricile de covarianță și de corelație ale rentabilităților titlurilor de valoare;
6. vectorul rentabilităților medii ale titlurilor de valoare.

Utilizatorul își poate alege la un moment dat o submulțime de acțiuni din mulțimea de acțiuni existentă în sistem pentru care să poată folosi optimizarea. Aceste submulțimi pot fi alese pe baza informațiilor pe care investitorul le deține asupra evoluției pieței de capital precum și pe baza experienței proprii și a eventualelor recomandări ale unor experți sau analiști financiari.

Acestei submulțimi (numită set) utilizatorul îi asociază un număr, o denumire, precum și o valoare ce reprezintă suma de bani pe care utilizatorul dorește să o investească în mulțimea de titluri de valoare selectată.

Utilizatorul își poate construi un set sau mai multe seturi, selectând submulțimi ale mulțimii de acțiuni prezente în sistem.

Pentru fiecare element al unei submulțimi, investitorul menționează coeficientul său de diversificare, care reprezintă valoarea limită maximă, care se investește în aceasta. Existența acestor limite maxime rezultă de multe ori din motive legale. Ele contribuie la diversificarea investiției și, deci, la diminuarea riscului.

Odată definit un set, pe acesta se pot construi mai multe portofolii eficiente cu ajutorul **MARKPORT**, pornind de la diverse opțiuni ale utilizatorului.

Pentru modelul "Minimizarea riscului", investitorul trebuie să specifice profitul sperat. Acesta trebuie să se încadreze între profitul minim și profitul maxim, calculate de produs pentru submulțimea aleasă, suma alocată pentru investiție și coeficienții de diversificare specificați.

Dacă investitorul nu este mulțumit de profitul maxim care este furnizat de produs pe baza datelor istorice și a coeficienților de diversificare limitată, atunci el poate abandona optimizarea și poate opera modificări asupra coeficienților de diversificare limitată și/sau în structura submulțimii.

Pentru profitul sperat dat, prin optimizare se obține un portofoliu eficient (soluția problemei de minimizare), profitul portofoliului eficient și valoarea minimă a riscului. Acest portofoliu eficient arată investitorului cât din suma totală de investit să investească în fiecare din societățile din submulțimea aleasă. Pentru o altă valoare a profitului sperat se obține un alt portofoliu eficient.

Pentru o mulțime de valori ale profitului sperat se obține o mulțime de portofolii eficiente. Această mulțime de portofolii eficiente constituie **frontiera eficientă**. Cu ajutorul ei pot fi ilustrate grafic funcțiile risc –profit și profit - risc.

Pentru modelul "Maximizarea rentabilității", investitorul specifică riscul acceptat. Acesta poate fi ales între riscul minim și cel maxim, calculat de produs pe baza sumei alocate pentru investiție și a coeficienților de diversificare specificați. Pentru riscul acceptat specificat de investitor, prin optimizare se obține valoarea maximă a profitului și un portofoliu eficient (soluția problemei de maximizare). Acest portofoliu eficient arată investitorului cât din suma totală de investit să investească în fiecare din societățile din submulțimea aleasă. Pentru o altă valoare a riscului acceptat se obține un alt portofoliu eficient.

Pentru modelul "Medie-dispersie", investitorul specifică coeficientul de aversiune la risc. În urma optimizării, se obține portofoliul eficient, profitul și riscul corespunzător portofoliului eficient.

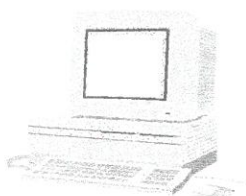
3. Structura și arhitectura sistemului MARKPORT

MARKPORT se constituie din următoarele module (figura 1):

- Modulul Baza de date asigură crearea, încărcarea și actualizarea fișierelor sistemului, organizate într-o bază de date. Informațiile din aceste fișiere au fost prezentate la intrări;
- Modulul Baza de modele cuprinde modelele de selecția portofoliilor puse la dispoziție de sistem și enumerate în capitolul precedent;
- Modulul Gestiune portofolii are ca funcțiune crearea, încărcarea și actualizarea fișierului cu informații privind seturile definite de utilizator:
 - Informații privind identificarea setului definit;
 - Componenta setului definit de utilizator;
 - Coeficienții de diversificare limitată;
 - suma disponibilă pentru investiție;
- Modulul **Selecție model** asigură controlul legăturilor cu modulele "Estimare parametri model", "Baza de date" și "Baza de modele" privind corectitudinea și completitudinea fluxului de date specifice fiecărui model;
- Modulul **Estimare parametri model** estimează parametrii modelului pe baza datelor de intrare. Parametrii estimați cuprind: vectorul

- rentabilităților medii, matricea/matricile de covarianță a rentabilităților și ale indicilor de

piață etc., pentru fiecare nou model ales de utilizator din "Baza de modele";



Investitor

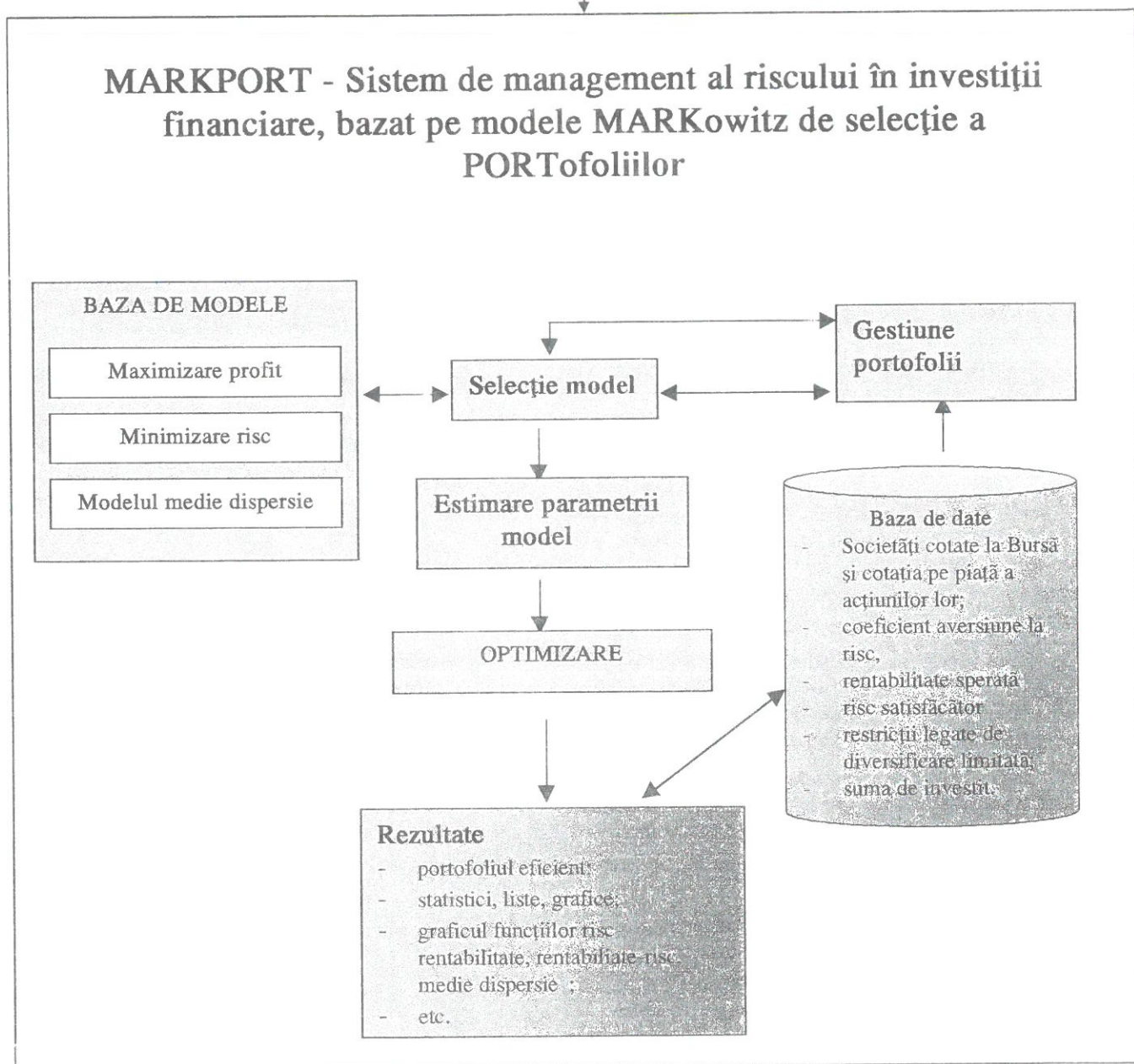


Figura 1. Arhitectura sistemului MARKPORT

- Modulul **Optimizare** realizează rezolvarea modelului selectat și furnizează soluția optimă;
- Modulul **Rezultate** furnizează liste, statistici și grafice privind setul definit, portofoliul eficient etc.

4. Concluzii

Produsul MARKPORT este un produs original, care reprezintă o noutate în domeniu, pe piața de software din țara noastră. Configurația minimă, necesară pentru utilizarea produsului, este reprezentată de un calculator IBM PC 486 cu 16 Mb RAM. Totuși, rezultate foarte bune pot fi obținute pe calculatoare de tip Pentium cu 32 Mb RAM, din cauza timpilor de răspuns ai modulului de optimizare.

O direcție de dezvoltare în viitor a produsului MARKPORT are în vedere elaborarea unui modul de optimizare discretă pentru modelele de tip Markowitz. O altă direcție de cercetare în domeniul elaborării de software pentru managementul riscului în investiții financiare constă în abordarea modelelor de selecție a portofoliilor de tip Sharpe [1], [9], în care un loc important în cadrul datelor de intrare îl dețin indicii de piață.

Se are în vedere elaborarea și a unui modul de analiză și de evaluare al unui portofoliu dat, care să estimeze probabilitățile de pierdere (respectiv câștig) ale investitorului.

Bibliografie

1. ALEXANDER, G., SHARPE, W.: Fundamentals of Investments, Prentice Hall, 1989.
2. MARKOWITZ, H. M.: Portfolio selection, The Journal of Finance, 12, 1952.

3. MARKOWITZ, H. M.: -Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments, John Wiley and Sons, New York, 1959.
4. RĂDULESCU, C-Z., RĂDULESCU, M., RĂDULESCU S.: Solutions to the Selection of portfolio Problem. În: 3-eme Colloque Franco-Roumain, Analyse et Modelisation, Cluj Napoca, 23-28 Septembrie 1996.
5. RĂDULESCU, C-Z., RĂDULESCU, M., RĂDULESCU S.: - Optimal Decision in the Selection of Portfolio Problem, Computer Science, The Proceedings of the 3 nd International Symposium of Economic Informatics, May 1997, INFOREC, Bucharest, pp. 622-627.
6. RĂDULESCU, C.-Z., MUNTEAN. I.: - Analiza și evaluarea riscului în conducerea IMM, Raport de cercetare la Tema A73, iunie 1996.
7. RĂDULESCU, C.-Z., SULARIA, M.: Analiza și evaluarea riscului în conducerea IMM. Modele discrete și algoritmi de analiza riscului în investiții. SSD pentru analiza și evaluarea riscului prin metoda Markowitz - Sharpe de selecție a portofoliilor - Specificații de definire, Raport de cercetare la Tema A99, iunie, noiembrie, 1997.
8. RĂDULESCU, C.-Z.: Analiza și evaluarea riscului în conducerea IMM. SSD pentru analiza și evaluarea riscului prin metoda Markowitz - Sharpe de selecție a portofoliilor, Raport de cercetare la Tema A79, iunie 1998.
9. SHARPE, W., ALEXANDER, G.: Investments, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1990.