

# SECOMBCF: SISTEM EXPERT FUZZY DE CONDUCERE A PROCESELOR TEHNOLOGICE

dr. ing. mat. Vasile Mazilescu

Universitatea "Dunarea de Jos", Galați

**Rezumat:** Prezenta lucrare se situează în câmpul sistemelor simbolice de inteligență artificială, aplicate în conducerea proceselor tehnologice. Caracteristica fundamentală a sistemului expert SECOMBCF o reprezintă procesarea cunoștințelor factorizate fuzzy, implicate în sinteza unor decizii. Sunt evidențiate raporturile dintre conducerea convențională și cea inteligentă prin prisma sistemelor de planificare, modelul și analiza calitativă a sistemului expert de conducere, caracteristicile sistemului SECOMBCF precum și un studiu de caz, relativ la echilibrarea sarcinilor. Justificăm astfel capacitatea sistemului expert de conducere pentru rezolvarea corectă a problemei.

**Cuvinte cheie:** planificare, sistem expert fuzzy, conducerea proceselor, decizie fuzzy

## 1. Introducere

În ultimii ani, a crescut considerabil interesul față de sistemele formale logice, cu aplicații în sistemele simbolice de inteligență artificială. Este cazul logicilor fuzzy și temporale, care permit înțelegerea mai aprofundată a mijloacelor matematice ce sprijină conceperea de sisteme de inteligență artificială, utilizate în luarea de decizii, în situații în care informațiile despre procesul condus sunt parțial cunoscute, incomplete și variabile în timp. Aplicațiile de timp real, bazate pe tehnici de inteligență artificială, necesită cooperarea unor procese elaborate de raționament. Punctul esențial în integrarea aspectelor cognitive/reactive îl reprezintă modelarea relațiilor dintre evoluția unui proces cu anumite metode inferențiale, care să permită sistemului în buclă închisă să aibă o serie de performanțe impuse. La sfârșitul funcționării sale, sistemul expert de conducere pune la dispoziție decidentului uman posibile acțiuni, în condiții specifice problemei.

Sistemele bazate pe cunoștințe cu funcționare în timp real posedă caracteristici pe care majoritatea sistemelor clasice nu le au: raționamentele sunt evolutive și nemonotone din cauza caracterului dinamic al aplicației, iar evenimentele pot schimba starea sistemului expert de conducere. Arhitecturile de conducere, bazate pe tehnici simbolice, dobândesc caracteristici specifice domeniului problemei și tipului de sistem expert, înglobat în structura de conducere.

## 2. Analiza sistemului expert de conducere SECOMBCF

### 2.1 Caracteristici de planificare

Un sistem de planificare realizează fire de raționament pornind dintr-o stare inițială cunoscută, determină și execută o secvență de acțiuni care vor conduce la o stare finală dorită. Rezolvitoarele de probleme pot fi convenționale sau de inteligență artificială. Sistemele convenționale de rezolvare a problemelor sunt bazate pe algoritmi numerici, sunt inflexibile din anumite puncte de vedere și se bazează pe teoria dezvoltată a ecuațiilor. Aceste sisteme pot fi studiate folosind o serie de tehnici de modelare, analiză și proiectare bine puse la punct. Sistemele de control sunt un exemplu în acest sens. Sistemele de rezolvare a problemelor, bazate pe tehnici de inteligență artificială, sunt sisteme simbolice, flexibile, cu degradări nuanțate ale performanțelor și se bazează pe formalisme care încă nu sunt suficient de elaborate. Când comparăm caracteristicile unui sistem convențional în raport cu cele ale unui sistem de inteligență artificială, se pot face următoarele observații:

- rata deciziei în sistemele convenționale este tipic mai mare decât în cazul sistemelor de inteligență artificială;
- caracterul de abstractizare și de generalitate a modelelor utilizate în sistemele de inteligență artificială este mai mare în comparație cu granularitatea fină a modelelor utilizate în sistemele convenționale;
- nivelul de sinteză a deciziilor și proprietăți de învățare există în sistemele de inteligență artificială la un grad mult mai ridicat decât la cele convenționale. Rezultatul este un înalt nivel de autonomie ce există în cadrul sistemelor neconvenționale [Sta93].

Sistemele de planificare, bazate pe tehnici de inteligență artificială, utilizează *modele specifice* pentru domeniul problemei, numite reprezentări ale problemei și *modele logice* de raționament. Sistemele expert actuale au multe caracteristici comune, în raport cu sistemele de planificare (reprezentarea cunoștințelor, strategii euristice de



inferență), concepute în mod specific pentru comunicarea cu exteriorul, în timp ce sistemele expert convenționale sunt puternic încapsulate. Sistemele de planificare execută acțiuni în mod dinamic pentru a produce modificări în starea domeniului problemei. Planificatorul monitorizează domeniul problemei pentru obținerea progresivă a informațiilor utile în sinteza deciziilor. Se traversează o buclă explicită între acțiunile executate de planificator, domeniul problemei, ieșirile măsurate și planificatorul ce utilizează ieșirile, pentru a decide acțiunile de control, în vederea atingerii scopului. În cadrul sistemelor expert există o buclă asemănătoare: baza de cunoștințe reprezintă domeniul problemei, în timp ce motorul de inferență reprezintă planificatorul.

Sistemele expert au în mod inerent un scop: diagnoză, conducere, configurarea unui sistem de calcul. Anumite sisteme expert au mai multe elemente de planificare decât altele. Un sistem de planificare, bazat pe modele specifice inteligenței artificiale, constă dintr-un planificator, domeniul problemei, interconexiunile dintre ele și intrările exogene. Ieșirile planificatorului sunt intrări pentru domeniul problemei, reprezentând acțiunile de control. Ieșirile domeniului problemei sunt intrările pentru planificator. Ele sunt măsurate de către planificator și sunt folosite pentru a determina evoluția în procesul de rezolvare a problemei. În plus, există intrări exogene, nemăsurabile pentru domeniul problemei (perturbații), care reprezintă incertitudinea aferentă acestuia. Intrarea exogenă măsurată a planificatorului o reprezintă scopul. El este un task al planificatorului care examinează ieșirile domeniului problemei, le compară cu funcția scop și determină ce acțiuni trebuie întreprinse în vederea atingerii lui. Nu toate planificatoarele sunt complet autonome. Unele au o interfață cu utilizatorul, prin care se pot genera scopurile, permițând anumite grade de intervenție ale omului în procesul de planificare. Planificatorul acționează asupra domeniului problemei prin intermediul intrărilor, în scopul rezolvării unei probleme specifice.

*Soluția problemei* constă dintr-o secvență de intrări și ieșiri (stări posibile), generate în vederea atingerii scopului. Se dezvoltă un model al domeniului problemei reale, numit reprezentarea problemei. Domeniul problemei este într-un anumit sens infinit, întrucât nu pot fi modelate toate aspectele specifice acestuia. Reprezentarea problemei devine astfel incompletă, prin simplificarea anumitor caracteristici, cunoscute sau nu. Se doresc totuși modele cât mai simple, deoarece există o relație de proporționalitate inversă între complexitatea modelării și puterea de analiză.

Planificatoarele bazate pe tehnici de inteligență artificială sunt alcătuite din următoarele componente

importante: generatorul de planuri, simulatorul de planuri (folosește planuri sub forma unor reguli euristice de decizie), modulul de execuție a planului selectat, evaluatorul de situații (opțional). Tehnicile de inteligență artificială, folosite în elaborarea sistemelor de planificare sau a sistemelor expert sunt diverse. Ele se referă, în special, la probleme de reprezentare (trebuie avută o deosebită grijă în selectarea gradului de detaliu a structurii matematice folosite sau a puterii de modelare permisă, întrucât o prea mare putere de modelare poate împiedica dezvoltarea anumitor componente ale planificatorului, verificarea și validarea sistemului), tipul abordării (dependentă sau independentă de domeniu), tipul planificatorului (ierarhic sau nu, liniar sau neliniar, reactiv, distribuit, cu înglobarea unui metaplanificator etc.), tipul interacțiunilor care pot apare în sinteza deciziilor, modalitățile de căutare și replanificare.

Eficiența unui sistem de inteligență artificială de timp real depinde de abilitatea acestuia de alocare a eforturilor de raționament în concordanță cu situațiile din proces. Alocarea este de multe ori dificil de realizat din cauza numeroaselor supraîncărcări de informații. Starea vizibilă a procesului este uriașă și poate conține informații incomplete, contradictorii sau incerte, ceea ce impune utilizarea unor module în structura sistemului de conducere de tip rezolvoare de probleme. În plus, aceste informații se schimbă adesea rapid. Este practic imposibil pentru un sistem de timp real, bazat pe tehnici de inteligență artificială simbolică, să prelucreză complet toată informația la un moment dat și să aleagă un fir de raționament convenabil, în conformitate cu respectarea tuturor restricțiilor de timp real. De aceea, aceste sisteme trebuie să-și focalizeze atenția asupra unor subprobleme importante și să aloce resursele disponibile în mod corespunzător. Cercetările actuale din domeniul inteligenței artificiale de timp real sunt ghidate de concepția și realizarea de sisteme bazate pe cunoștințe care să poată fi integrate în aplicații de conducere. Problema fundamentală în cazul sistemelor de conducere de inteligență artificială este necunoașterea timpului de execuție cel mai defavorabil. Aceasta conduce la sisteme greu planificabile sau cu o scăzută utilizare. În plus, dacă abaterile timpilor de execuție a task-urilor de raționament nu sunt restricționate, acestea nu pot fi integrate în sistemele convenționale de timp real, întrucât aceste abateri pot altera proprietățile de predictibilitate ale sistemului inițial. Abaterea timpului de execuție pentru task-urile de rezolvare a problemelor se manifestă ea însăși la două niveluri: cel metodologic și cel legat de arhitectura sistemului.

În vederea asigurării predictibilității unui sistem de inteligență artificială de timp real este necesară abordarea ei la ambele niveluri: microscopic și macroscopic. Toate aceste aspecte fac parte integrantă din obiectivele de concepție a sistemului

expert SECOMBCF, iar tehnicile de bază, utilizate în vederea sintezei sistemului SECOMBCF, sunt cele prezentate în figura 1.

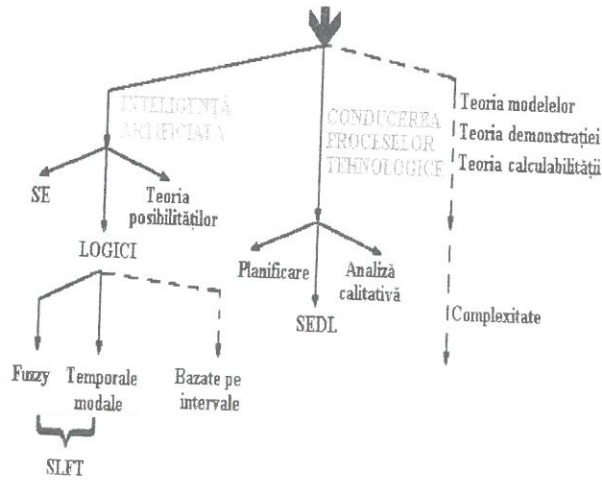


Figura 1. Tehnici de bază utilizate pentru sinteza sistemului SECOMBCF

(SE = Sisteme Expert, SLFT = Sisteme Logice Fuzzy Temporale, SEDL = Sisteme cu Evenimente Discrete Logice)

## 2.2 Modelul sistemului expert SECOMBCF

Un sistem expert de timp real trebuie să poată reacționa rapid la o serie de evenimente și să poată răspunde cu o anumită întârziere. Sistemele expert fuzzy, implicate în conducerea proceselor, au înglobate în structura lor cunoștințe organizate ierarhic, care permit asocieri și lanțuri de raționament, bazate pe inferențe logice fuzzy.

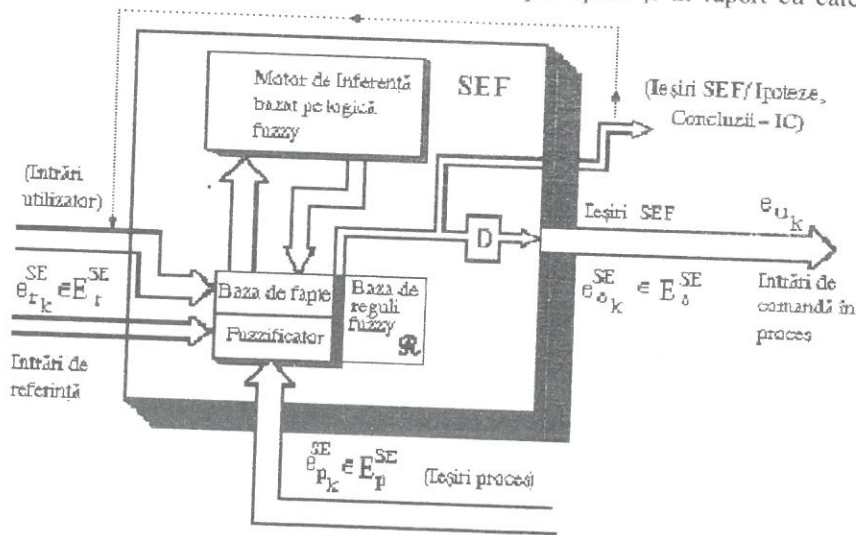


Figura 2. Sistem expert izolat, bazat pe cunoștințe imprecise

Sistemul expert din figura 2 are trei tipuri de intrări: evenimente intrare de referință  $e_{r_k}^{SE} \in E_r^{SE}$  ieșirile din proces  $e_{p_k}^{SE} \in E_p^{SE}$  și intrările utilizator IU. Pe baza acestor intrări și a stării sale curente, sistemul expert poate sintetiza evenimente intrare de comandă permise pentru proces  $e_{o_k}^{SE} \in E_o^{SE}$ , emulând în acest fel modul în care decidentul uman coordonează în buclă utilizarea cunoștințelor de evidență, provenite de la proces, intrările de referință și cunoștințele din propria bază de cunoștințe. Sistemul expert fuzzy modelează procesul cognitiv, folosit în luarea de decizii, iar interacțiunea dintre motorul de inferență și baza de cunoștințe formează ciclul de inferență.

**Definiția 1.** Un sistem expert fuzzy (SE) poate fi modelat astfel:

$$SE = (X^{SE}, E^{SE}, f_c^{SE}, \delta^{SE}, g^{SE}, X_0^{SE}, E_v^{SE}),$$

în care:

$X^{SE} = X^b \times X^{int}$  reprezintă mulțimea stărilor  $x^{SE}$  ale sistemului expert,  $X^b$  este mulțimea stărilor imprecise  $x^b$  din baza de fapte, iar  $X^{int}$  este mulțimea de stări interne  $x^{int}$  ale motorului de inferență;

$E_0^{SE} \subset \mathcal{P}(E_u \cup IC) - \{\emptyset\}$  este mulțimea de evenimente ale sistemului expert, în care are loc relația  $E_i^{SE} \subset \mathcal{P}(E_p^{SE} \cup E_r^{SE} \cup IU) - \{\emptyset\}$ .  $E_i^{SE}$  reprezintă mulțimea tuturor evenimentelor de intrare ale sistemului expert (intrările de referință  $E_r^{SE}$ , evenimentele de ieșire ale procesului  $E_p^{SE}$  ce pot apare și în raport cu care sistemul trebuie să



poată răspundă în timp real și intrările utilizator IU ).

$\mathcal{R} = \{\mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_n\}$  este mulțimea de reguli fuzzy ale sistemului expert;

$E_0^{SE} \subset \mathcal{P}(E_u \cup IC) - \{\emptyset\}$  reprezintă mulțimea evenimentelor logice de ieșire ale sistemului expert. Ele sunt mulțimi de evenimente comandă de intrare permise pentru proces sau ipoteze/concluzii (IC) obținute în urma procesului de inferență;

$g^{SE}: X^b \times X^{int} \rightarrow \mathcal{P}(E_i^{SE} \cup \mathcal{R}) - \{\emptyset\}$  este funcția de activare a sistemului expert fuzzy;

$f_{e_k}^{SE}: X^b \times X^{int} \rightarrow X^b \times X^{int}$  reprezintă funcția de tranziție a stărilor fuzzy, a sistemului expert, pentru  $e_k \in \mathcal{P}(E_i^{SE} \cup \mathcal{R}) - \{\emptyset\}$ ;

$\delta^{SE}: X^b \times X^{int} \rightarrow E_0^{SE}$  reprezintă funcțiile de ieșire ale sistemului expert fuzzy;

$X_0^{SE}$  reprezintă starea inițială a sistemului expert, cu  $X_0^{SE} = (X_0^b, X_0^{int}) \in X_0^{SE} \subset X^{SE}$ ;

$E_v^{SE} \subset E^{SE}$  este mulțimea traiectoriilor permise ale sistemului expert în buclă de inferență (traiectorii fizice posibile, datorate unor evenimente).

Apariția evenimentului de intrare  $e_{i_k}^{SE} \in E_i^{SE}$  este întotdeauna însoțită de activarea unei reguli, a mai multor reguli sau chiar a mai multor instanțe ale aceleiași reguli pentru cazul cunoștințelor imprecise ( $\mathcal{R}_i \in \mathcal{R}$  sau  $\overline{\mathcal{R}}_i \subset \mathcal{R}_i$  cu  $\overline{\mathcal{R}}_i$  mulțimea de instanțe ale regulii  $\mathcal{R}_i$ ). În felul acesta, motorul de inferență va funcționa prin actualizarea mulțimii de stări  $X^{SE}$ . O regulă  $\mathcal{R}_i \in \mathcal{R}$  nu poate fi activată singură, ciclul inferențial fiind lansat numai dacă există o schimbare în proces (care se reflectă prin schimbări în ieșirile sale), la nivelul intrărilor de referință sau intrărilor utilizator. În această situație, evenimentele de intrare ale sistemului expert trebuie să conțină (în cazul clasic) exact o regulă  $\mathcal{R}_i \in \mathcal{R}$  și un singur eveniment intrare de comandă  $e_{i_k}^{SE} \in E_i^{SE}$ . Fiecare eveniment  $e_{i_k}^{SE}$  conține cel mult un eveniment  $e_{p_k}^{SE} \in E_p^{SE}$  și un eveniment referință de intrare  $e_{r_k}^{SE} \in E_r^{SE}$ . Aceste aspecte pot fi modelate cu ajutorul noțiunii de *traiectorie permisă* a sistemului expert în buclă de inferență. Operatorii  $f_{e_k}^{SE}(x^{SE})$  aferenți evenimentelor  $e_k \in g^{SE}(x^{SE})$ , califică actualizarea bazei de cunoștințe și a stărilor interne ale motorului de inferență în situația în care ieșirile procesului, referința sau amândouă se schimbă, iar

anumite reguli  $\mathcal{R}_i \in \mathcal{R}$  sunt activate. Funcția  $\delta^{SE}(x^{SE})$  califică ieșirile sistemului expert și posibilele comenzi de intrare, permise asupra procesului P. De remarcat este faptul că nu sunt permise evenimente de tip  $e_{o_k}^{SE}$  atâta timp cât sistemul expert se află în stare de funcționare (își modifică starea  $x^{SE}$ ). Acest sistem poate controla activarea evenimentelor comandă de intrare ale procesului, dar nu și mulțimea evenimentelor tip  $e_{d_k}$ .

Premisele regulilor sunt funcții  $P_i: X^b \times E_i^{SE} \rightarrow [0, 1]$ , unde  $P_i(x_k^b, e_{i_k}^{SE}) \in [0, 1]$  indică gradul de adevăr al premisei  $P_i$  la un anumit moment de timp k. Funcțiile  $P_i$  vor fi folosite pentru a măsura gradul în care o regulă (sau o instanță a acesteia) este activabilă. De asemenea, consecventul regulilor este o funcție definită pe  $X^b \times E_i^{SE}$  cu valori în diverse mulțimi ( $X^b, X^b \times E_0^{SE}, X^b \times X^{int} \times E_0^{SE}$ ). Codomeniul acestor funcții se stabilește de la caz la caz, în raport cu o serie de proprietăți ale sistemului expert de conducere: strategia de rezolvare a conflictelor, tipul cunoștințelor. Pentru o regulă  $\mathcal{R}_i$ , poate apare evenimentul  $e_k = \{\mathcal{R}_i, e_{i_k}^{SE}\} \subset g^{SE}(x_k^{SE})$  numai dacă gradul de filtrare al premisei este satisfăcător la momentul k, în raport cu starea  $x_k^b$  și cu evenimentul de intrare  $e_{i_k}^{SE}$ . Dacă apare evenimentul  $e_k \subset g^{SE}(x_k^{SE})$ , atunci noua stare a sistemului expert  $x_{k+1}^{SE} = f_{e_k}^{SE}(x_k^{SE})$  se obține prin aplicarea funcției consecvent stării  $x_k^b \in X^b$  pentru obținerea stării  $x_{k+1}^b$  și actualizarea stării motorului de inferență  $x_k^{int} \in X^{int}$ . Includerea evenimentelor de intrare  $E_i^{SE}$  în baza de reguli, permite sistemului expert să infereze concluzii în raport cu mărimile de ieșire din proces și cu mărimile de intrare (referință, comenzi utilizator), văzute în mod direct ca parte integrantă din model. Modelarea motorului de inferență se rezumă la etapele funcționale de bază ale sale: *restricție, filtrare, rezolvare a conflictelor, execuție*. Pentru cazul cunoștințelor imprecise, etapa cea mai importantă din punct de vedere computațional o reprezintă etapa de filtrare, în urma căreia se obține mulțimea de conflicte:

$MC_k = \{\overline{\mathcal{R}}_i : \{\overline{\mathcal{R}}_i, e_{i_k}^{SE}\} \subset g^{SE}(x_k^{SE})\}$ , astfel încât premisa regulii (instanței)  $\overline{\mathcal{R}}_i \in \mathcal{R}$  are un grad de filtrare satisfăcător pentru  $e_{i_k}^{SE}$  la momentul k}.

În faza de selecție, se alege câte o regulă din mulțimea de conflicte  $MC_k$ , folosind diferite

strategii de rezolvare a conflictelor. Prezentăm, în continuare, operațiile de bază ale unui sistem expert pentru conducerea de procese:

- achiziția evenimentelor  $e_{i_k}^{SE}$ ;
- sinteza mulțimii de conflicte  $MC_x$  în etapa de filtrare, folosind mulțimea de reguli  $R$  și evenimentele  $e_{i_k}^{SE}$ , faptele din baza de fapte (blackboard) și valorile actualizate ale variabilelor  $x^{it}$ ;
- determinarea, pe baza strategiilor de rezolvare, a conflictelor a regulii  $R_i$  (instanței sale) din  $MC_x$  pentru a fi activată;
- executarea acțiunilor funcției consecvent a regulii selectate (nu înainte de realizarea unificării și de propagarea tuturor parametrilor pentru cazul cunoștințelor compilate fuzzy). Această etapă presupune actualizarea bazei de cunoștințe, a stărilor motorului de inferență și generarea concluziilor inferate.

Apariția de evenimente la nivelul sistemului expert se realizează astfel încât funcționarea sa este sincronă cu procesul (dacă apare un eveniment în proces se va produce activarea motorului de inferență) și cu evenimentele referință de intrare, fapt pentru care sistemul poate genera evenimentele  $e_{o_k}^{SE} \in E_o^{SE} \subset \mathcal{P}(E_u \cup I/C) - \{\emptyset\}$ .

### 2.3 Analiza sistemului expert de conducere

Analiza sistemului expert de conducere se redefinește în contextul integrării în structura de conducere a unui sistem expert, care reflectă satisfacerea unor proprietăți prezentate în cele ce urmează, de tipul [Maz99]:

1. admisibilitate;
2. comportare ciclică (specifică motorului de inferență);
3. stabilitate.

1. *Admisibilitatea.* Pentru un proces de inferență, admisibilitatea se definește prin abilitatea de activare a unei secvențe de reguli în vederea obținerii unei concluzii specifice (scop), plecând de la anumite cunoștințe inițiale. Pentru  $X_g \subset X^{SEC}$ , unde  $X_g$  reprezintă scopuri pentru sistemul expert de conducere care înglobează un sistem expert bazat pe reguli, fie  $T(SEC, x_0^{SEC}, X_g)$  mulțimea traiectoriilor finite de stare care încep în  $x_0^{SEC}$  și se termină în  $X_g$ . Sistemul expert de conducere este

$(x_0^{SEC}, X_g)$  - *admisibil*, dacă există o secvență de evenimente care să producă o traiectorie de stare  $t_s$ , astfel încât  $t_s \in T(SEC, x_0^{SEC}, X_g)$ .

2. *Proprietăți ciclice și finitudinea procesului inferențial* (caracteristici specifice sistemelor expert de conducere a proceselor tehnologice) reprezintă, în esență, proprietățile algoritmice ale motorului de inferență. Studiul comportării ciclice a sistemului expert de conducere face parte din verificarea proprietăților sale dinamice. Fie  $X_C \subset X^{SEC}$  o submulțime de stări, astfel încât fiecare  $x_c \in X_C$  aparține unui ciclu de stări, aflat în  $X_C$ . Sistemul expert de conducere este  $(x_0^{SEC}, X_C)$  - *ciclic*, dacă există o secvență de evenimente care produc o traiectorie de stare  $t_s \in T(SEC, x_0^{SEC}, X_C)$ . Este dificil de detectat prezența unor comportări ciclice întrucât este greu de determinat mulțimea  $X_C$  fără a fi studiate toate traiectoriile sistemului. Acest lucru se poate însă rezolva prin verificarea anumitor proprietăți de stabilitate [PA94].

3. *Stabilitatea.* Din punct de vedere al funcțiilor cognitive umane, stabilitatea se definește ca fiind proprietatea matematică de focalizare a raționamentului asupra obiectivului problemei, fiind o caracteristică fundamentală a sistemului expert de conducere. Asigurarea stabilității este echivalentă cu faptul că valorile variabilelor specifice procesului se află în anumite regiuni operaționale în care pot fi asigurate și alte obiective de performanță ale sale.

**Definiția 2.** Pentru  $\rho: X^{SEC} \times X^{SEC} \rightarrow \mathbf{R}$  o funcție distanță, se definește spațiul metric  $\{X^{SEC}, \rho\}$  cu distanța de la un punct  $x \in X^{SEC}$  la o mulțime  $X$ , dată de:

$$\rho(x, X_\alpha) = \inf \{ \rho(x, x') \mid x' \in X_\alpha, X_\alpha \subset X^{SEC} \}$$

O  $r$ -vecinătate a unei mulțimi  $X_\alpha \subset X^{SEC}$ , notată prin  $S(X_\alpha; r)$ , se definește prin:

$$S(X; r) = \{ x \in X^{SEC} \mid 0 < \rho(x, X) < r, r > 0 \}$$

Se poate evidenția mulțimea traiectoriilor de evenimente fizic realizabile  $E_v^{SEC}(x_0^{SEC})$  ale sistemului expert de conducere, care încep în  $x_0^{SEC}$ . Fie  $X(x_0^{SEC}, E_k, k)$  starea atinsă de sistem, pornind din starea inițială  $x_0^{SEC}$  după apariția secvenței (finită sau nu) de evenimente  $E_k = e_0 e_1 \dots e_{k-1}$ .

**Definiția 3.** Mulțimea  $X_m \subset X^{SEC}$  se numește un *invariant* al sistemului expert de conducere, dacă pentru  $x_0^{SEC} \in X_m$ , rezultă  $X(x_0^{SEC}, E_k, k) \in X_m$ ,



pentru toate secvențele  $E_k$ , astfel încât  $E_k E \in E_a^{SEC}(x_0^{SEC})$  și  $k \geq 0$ , cu  $E$  o secvență infinită de evenimente. Se poate folosi o mulțime specială de traiectorii de evenimente permise, notată cu  $E_a^{SEC}$ , unde  $E_a^{SEC} \subset E_v^{SEC}$  și o mulțime de traiectorii permise, care încep în  $X_0^{SEC}$ , notată prin  $E_a^{SEC}(X_0^{SEC})$ .

**Definiția 4.** Un invariant  $X_{inv} \subset X^{SEC}$  al sistemului expert de conducere este stabil în sens Lyapunov relativ la  $E_a^{SEC}$ , dacă pentru  $(\forall) \epsilon > 0$  este posibilă determinarea unei valori  $\delta > 0$ , astfel încât dacă distanța satisface  $\rho(x_0^{SEC}, X_m) < \delta$  se obține că  $\rho(X(x_0^{SEC}, E_k, k), X_m) < \epsilon$  pentru orice secvență  $E_k$  de evenimente, cu proprietatea  $E_k E \in E_a^{SEC}(x_0^{SEC})$  și  $k \geq 0$ .

Dacă  $\rho(X(x_0^{SEC}, E_k, k), X_m) \rightarrow 0$  pentru  $(\forall) E_k$ , astfel încât  $E_k E \in E_a^{SEC}(x_0^{SEC})$  când  $k \rightarrow \infty$ , atunci mulțimea invariant  $X_{inv}$  a sistemului expert de conducere se numește *asimptotic stabilă* relativ la  $E_a^{SEC}$ . Dacă mulțimea invariant  $X_{inv}$  a sistemului expert de conducere, cu  $X_{inv} \subset X^{SEC}$ , este asimptotic stabilă în sens Lyapunov relativ la  $E_a^{SEC}$ , atunci mulțimea de stări:

$$X_v = \{x_0^{SEC} \mid x_0^{SEC} \in X^{SEC} \text{ și } \rho(X(x_0^{SEC}, E_k, k), X_{inv}) \rightarrow 0, \text{ pentru } (\forall) E_k, \text{ astfel încât } E_k E \in E_a^{SEC}(x_0^{SEC}), k \rightarrow \infty\}$$

se numește regiune de stabilitate asimptotică a lui  $X_{inv}$  relativ la  $E_a^{SEC}$ .

**Definiția 5.** Mulțimea invariant  $X_{inv} \subset X^{SEC}$  a sistemului expert de conducere cu regiune de stabilitate asimptotică  $X_v$  relativ la  $E_a^{SEC}$  se numește asimptotic stabilă în sens larg relativ la  $E_a^{SEC}$  dacă  $X_v = X^{SEC}$ .

**Definiția 6.** Mișcările sistemului expert de conducere  $X(x_0^{SEC}, E_k, k)$  care încep în starea  $x_0^{SEC} \in X^{SEC}$  sunt mărginite relativ la  $E_a^{SEC}$ , iar mulțimea mărginită  $X_b$  este inclusă în  $X^{SEC}$ , dacă există  $\beta > 0$ , astfel încât  $\rho(X(x_0^{SEC}, E_k, k), X_b) < \beta$ , pentru  $(\forall) E_k$  cu  $E_k E \in E_a^{SEC}(x_0^{SEC})$ ,  $(\forall) k \geq 0$ .

**Definiția 7.** Sistemul expert de conducere posedă proprietatea de stabilitate Lyapunov relativ la mulțimea traiectoriilor de evenimente  $E_a^{SEC}$  și mulțimea mărginită  $X_b \subset X^{SEC}$ , dacă pentru fiecare

stare inițială  $x_0^{SEC} \in X^{SEC}$ , mișcările  $X(x_0^{SEC}, E_k, k)$  sunt mărginite relativ la  $E_a^{SEC}$  și  $X_b$ , pentru  $(\forall) E_k$ , astfel încât  $E_k E \in E_a^{SEC}(x_0^{SEC})$ , pentru orice  $k$  pozitiv.

Un avantaj important al abordării Lyapunov în studiul proprietăților de stabilitate îl constituie posibilitatea definirii unei funcții Lyapunov corespunzătoare. În situația sistemelor expert de conducere, în care specificarea funcției Lyapunov devine o sarcină dificilă, pot fi dezvoltate algoritmi de căutare în studiul proprietăților de stabilitate. Următoarele rezultate furnizează condiții necesare și suficiente pentru analiza calitativă a unui sistem expert de conducere.

**Teorema 8.** Pentru ca o mulțime invariant  $X_{inv} \subset X^{SEC}$  a sistemului expert de conducere să fie stabilă în sens Lyapunov relativ la  $E_a^{SEC}$ , este necesar și suficient ca într-o vecinătate suficient de mică  $S(X_{inv}, r)$  a lui  $X_{inv}$ , să existe definită o funcțională  $V$  cu proprietățile:

1.  $(\forall) c_1 > 0, (\exists) c_2 > 0$  astfel încât  $V(x) > c_2$  pentru  $x \in S(X_{inv}, r)$  și  $\rho(x, X_{inv}) > c_1$ ;
2.  $(\forall) c_4 > 0, (\exists) c_3 > 0$ , astfel încât dacă  $\rho(x, X_{inv}) < c_3$  pentru  $x \in S(X_{inv}, r)$  atunci  $V(x) \leq c_4$ ;
3.  $V(X(x_0^{SEC}, E_k, k))$  este o funcție necrescătoare pentru  $k \geq 0$ , cu  $x_0^{SEC} \in S(X_{inv}, r)$ , pentru  $(\forall) k \geq 0$ , cât timp  $X(x_0^{SEC}, E_k, k) \in S(X_{inv}, r)$  pentru toate traiectoriile  $E_k$  astfel încât  $E_k E \in E_a^{SEC}(x_0^{SEC})$ .

**Teorema 9.** Pentru ca o mulțime invariant  $X_{inv} \subset X^{SEC}$  a sistemului expert de conducere să fie asimptotic stabilă în sens Lyapunov relativ la  $E_v^{SEC}$ , este necesar și suficient ca într-o vecinătate suficient de mică  $S(X_{inv}, r)$  a mulțimii  $X_{inv}$ , să existe definită o funcțională  $V$  cu proprietățile prezentate în cadrul teoremei 8 și în plus  $V(X(x_0^{SEC}, E_k, k)) \rightarrow 0$  când  $k \rightarrow \infty$ , pentru toate traiectoriile  $E_k$ , cu  $E_k E \in E_a^{SEC}(x_0^{SEC})$ , atât timp cât  $X(x_0^{SEC}, E_k, k) \in S(X_{inv}, r)$ . Studiul stabilității asimptotice sau a regiunilor de stabilitate asimptotică folosind metode de căutare se poate realiza în trei pași: **i)** se determină mulțimea invariant  $X_{inv}$ ; **ii)** se determină regiunea de stabilitate asimptotică  $X_v$ ; **iii)** se verifică dacă toate traiectoriile care pornesc din orice stare care aparțin lui  $X_v$  se termină în  $X_{inv}$ . Se pot analiza proprietățile unui sistem expert izolat, întrucât este posibil independent de domeniul problemei, să poată fi caracterizate câteva proprietăți generale ale sistemului expert și ale

sistemului expert de conducere. În acest caz, domeniul problemei sau modelul procesului este baza de cunoștințe, sistemul expert de conducere este motorul de inferență, intrările de comandă în proces sunt modificările din baza de fapte datorate funcționării motorului de inferență, ieșirile din bucla închisă sunt faptele sau variabilele din mulțimea  $X^{int}$ . Se pot defini drept intrări de referință diferite scopuri specifice sistemului expert la care motorul de inferență reacționează. Trebuie avute în vedere o serie de precauții pentru a asigura o funcționare mărginită a sistemului expert (în esență, a motorului de inferență), întrucât, în general, un astfel de sistem este nemărginit relativ la  $E_v^{SE}$  și la orice mulțime fixată  $X_b \subset X^{SE}$ . În această situație, analiza proprietăților sistemului expert este deosebit de importantă și cuprinde analiza proprietăților statice și analiza proprietăților dinamice.

Proprietățile statice ale unui sistem expert reflectă structura de interconectare a informației în cadrul bazei de cunoștințe. Analiza proprietăților statice se numește verificarea proprietăților unui sistem expert. În acest caz, mulțimea  $IU = \emptyset$  și  $E_r^{SE} \cup E_p^{SE} = \emptyset$ . Verificarea statică atenționează asupra posibilelor inconsistențe din baza de reguli și nu ia în considerare efectele dinamice ale sistemului expert, dar rezultatele ei pot influența comportarea pe ansamblu a sistemului expert de conducere.

### 3. Caracteristicile sistemului expert SECOMBCF

Formalismul de reprezentare a cunoștințelor în sistemul SECOMBCF este următorul:

antecedent ::= condiție\*

condiție ::= motiv | motiv index\_motiv |  
predicat

index\_motiv ::= < constantă atomică >

motiv ::= expresie în care există  
cele trei tipuri de date;

predicat ::= (predicat\_sym predicat\_arg  
predicat\_arg)

predicat\_arg ::= predicat | constantă atomică  
| constantă fuzzy | variabilă

predicat\_sym ::= {=, \*, <, >, \*Π, \*N}

consecvent ::= concluzie\*

concluzie ::= motiv | motiv index\_motiv |

predicat | procedură

**Exemplul 10.** (Dacă ((presiune\_1 are valoarea x) și (presiune\_2 are valoarea x)) atunci (presiune\_1 și presiune\_2 au valoarea x)) pentru care se obține regula: (R Aceeași presiune (X1 ?x) condiție\_1(X2?x) condiție\_2 → (add (X1 X2 ?x)) (del condiție\_1 condiție\_2)), în care X1 și X2 sunt constante atomice, ?x este o variabilă, iar condiție\_1 și condiție\_2 reprezintă index\_motiv.

Predicatele =, \*, <, > au valori binare, în timp ce predicatele \*, \*N sunt fuzzy. În cazul în care se introduc modele lingvistice fuzzy într-un sistem expert, acesta devine mai complicat din cauza luării în considerare a prelucrării fuzzy la toate nivelurile sistemului, de tipul: filtrajul fuzzy, compatibilitatea mulțimilor imprecise, unificarea fuzzy, calculul concluziei inferate însoțit de calculul propagării parametrilor care gestionează imprecizia, strategiile de selecție în care sunt în mod natural înglobate și elementele de imprecizie ale cunoștințelor factuale. Un obstacol major al utilizării sistemelor expert în aplicații de timp real îl constituie imposibilitatea predicției timpului de execuție a regulilor [1].

O regulă se poate reprezenta cu ajutorul unei distribuții de posibilitate condiționată. Se consideră o relație între două variabile X și Y, definite respectiv pe universurile de discurs U și V, care reprezintă o restricție a valorilor posibile ale lui Y, când se presupune că variabila X ia anumite valori.

Elaborarea motorului de inferență, bazat pe logică fuzzy din cadrul sistemului SECOMBCF, necesită utilizarea schemei de inferență modus ponens generalizat [4]. Acest lucru se justifică, întrucât unul din marile avantaje ale sistemelor expert fuzzy se bazează pe faptul că nu este nevoie de o potrivire perfectă între antecedentul regulii și un fapt. Confluența dintre piesele de cunoștințe se realizează prin utilizarea de T-norme și φ-operatori. Limitele raționamentului probabilist au condus la elaborarea unor măsuri de incertitudine g, cu proprietățile [2]:

- $g(F)=0, g(T)=1;$
- dacă q este consecință logică a lui p, atunci  $g(q) \geq g(p);$
- $g(p \vee q) \geq \max(g(p), g(q))$  și  $g(p \wedge q) \leq \min(g(p), g(q)).$  Dacă se alege cazul de egalitate în aceste ultime două inegalități, se obțin măsurile de posibilitate Π și de necesitate N, unde:

$$\Pi(p \vee q) = \max(\Pi(p), \Pi(q))$$

$$N(p \wedge q) = \min(N(p), N(q))$$

- Măsura de posibilitate reprezintă gradul de intersecție a două mulțimi fuzzy, notate în cele ce urmează prin M și F (motiv respectiv fapt).



Ea este o măsură optimistă și se definește în modul următor:

$$\Pi(M,F) = \sup_{u \in U} \min(\mu_M(u), \mu_F(u))$$

- Măsura de necesitate se definește pe baza măsurii de posibilitate astfel:

$$N(M,F) = 1 - \Pi(\bar{M},F) =$$

$$1 - \sup_{u \in U} \min(1 - \mu_M(u), \mu_F(u)) =$$

$$\inf_{u \in U} \max(\mu_M(u), 1 - \mu_F(u))$$

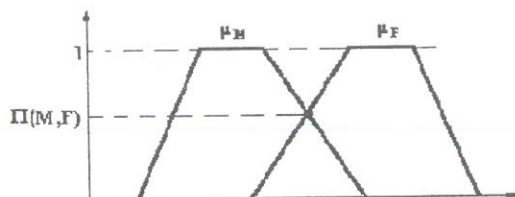


Figura 3. Reprezentarea grafică a măsurii de posibilitate  $\Pi(M,F)$

Pentru  $\Pi < 1$  rezultă că  $N = 0$ . Are loc întotdeauna relația:  $\Pi(M,F) \geq N(M,F)$ , ceea ce exprimă faptul că  $N$  este o măsură de compatibilitate mai exigentă decât  $\Pi$ . O primă concluzie este aceea că  $N(M,F) > 0 \Leftrightarrow \text{Supp}(M) \supset \text{Ker}(F)$ .

**Definiția 11.** Gradul de nedeterminare în concluzia inferată prin schema modus ponens generalizat, reprezintă gradul de posibilitate ca faptul  $A'$  să nu fie inclus în suportul mulțimii  $A$ , iar complementul față de 1 a acestui grad reprezintă în ce grad este necesar ca  $Y$  să ia valori în  $A$ . Gradul de nedeterminare se notează cu  $\theta$  și se calculează astfel:

$$\theta = \sup\{\mu_{A'}(u)\}, u \in \{u \in U, \mu_A(u) = 0\}$$

Fie  $\mu_A = \text{tp}(g, d, \varphi, \delta)$  și  $\mu_{A'} = \text{tp}(g', d', \varphi', \delta')$ . Se obține:

$$\theta = \begin{cases} \max(\mu_{A'}(g - \varphi), \mu_{A'}(d + \delta)) & \text{daca } \text{Ker}(A') \cap \text{Supp}(A) \neq \emptyset \\ 1, & \text{altfel} \end{cases}$$

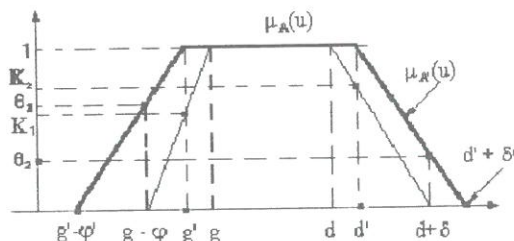


Figura 4. Gradul de nedeterminare  $\theta$  și nucleul concluziei inferate  $K$

Figura 4 ilustrează semnificația gradului de nedeterminare  $\theta$ , care depinde de poziția lui  $A'$  în raport cu  $A$ .  $\theta_1 = \mu_{A'}(g - \varphi)$ ,  $\theta_2 = \mu_{A'}(d + \delta)$ , unde  $\text{Supp}(\mu_A) = (g - \varphi; d + \delta) \Rightarrow \theta = \max\{\theta_1, \theta_2\} = \theta_1$ . Se observă că dacă  $g' \leq g - \varphi$  sau  $d' \geq d + \delta$ , atunci  $\theta = 1$ , deci concluzia  $B'$  va fi complet incertă. Gradul de nedeterminare apare ori de câte ori  $\text{Supp}(A') \not\subseteq \text{Supp}(A)$ . Dacă  $\text{Supp}(A) \supseteq \text{Supp}(A')$  atunci  $\theta = 0$ . Putem interpreta gradul de nedeterminare ca fiind exact valoarea maximală din  $\text{Supp}(A')$  care nu este inclusă în  $\text{Supp}(A)$ .

**Definiția 12.** Nucleul concluziei inferate  $B'$ , notat  $K$ , revine în a determina pentru care interval din  $V$ ,  $\mu_{B'}(v) = 1$ .

**Exemplul 13.** Conform relației  $\mu_{B'}(v) = 1 \Rightarrow \sup_{u \in U} \min(\mu_A(u), \mu_A(u) \xrightarrow{G} \mu_{B'}(v)) = 1 \Rightarrow (\exists) u \in U$ ,

astfel încât  $(\mu_A(u) = 1)$  și  $(\mu_A(u) \xrightarrow{G} \mu_{B'}(v) = 1) \Rightarrow (\exists) u \in U$ , astfel încât  $(\mu_A(u) = 1)$  și  $(\mu_A(u) \leq \mu_{B'}(v))$ , echivalent cu relația:

$$K = \inf\{\mu_A(u) \mid u \in \{u \in U \mid \mu_{A'}(u) = 1\}\}$$

Din figura 4, se observă că  $\text{Ker}(\mu_{A'}(u)) = [g', d']$  și se obține  $K_1 = \mu_A(g')$  și  $K_2 = \mu_A(d')$ , ceea ce implică  $K = \min(K_1, K_2)$ . Rezultă că  $\mu_{B'}(v) \geq K$ . Parametrul  $K$  variază ca și parametrul  $\theta$ , în raport cu poziția lui  $A'$  față de poziția lui  $A$ .

Dacă  $\text{Ker}(\mu_{A'}(u)) \subset \text{Ker}(\mu_A(u))$  atunci  $K = 1$ .

Pentru  $g' \leq g - \varphi$  sau  $d' \geq d + \delta$  rezultă  $K = 0$ . Se observă că parametrul  $K$  este zero dacă și numai dacă  $\theta = 1$ , iar  $K > 0$  dacă și numai dacă  $\theta < 1$ . Cunoscând valoarea lui  $K$ , se poate determina nucleul  $\text{Ker}(B')$  a lui  $\mu_{B'}$ , care este  $K$ -tăietura lui  $B$ . Pentru  $\mu_B = (g_B, d_B, \varphi_B, \delta_B)$  și  $\text{Ker}(\mu_{B'}) = [g_{B'}, d_{B'}]$ , nucleul și suportul concluziei inferate  $\mu_{B'}$  se calculează astfel:

$$g_{B'} = f_{B'}^1(g_B, \varphi_B, K), d_{B'} = f_{B'}^2(d_B, \delta_B, K), \varphi_{B'} = f_{B'}^3(g_{B'}, g_B, \varphi_B, \theta), \delta_{B'} = f_{B'}^4(d_B, d_{B'}, d_{B'}, \theta),$$

unde funcțiile  $f_{B'}^1, f_{B'}^2, f_{B'}^3$  și  $f_{B'}^4$  sunt cele prezentate în lucrarea [4]. Nucleul lui  $B'$  este complet determinat de valoarea parametrului  $K$ . Pentru  $K=1$  se obține  $\text{Ker}(B') = \text{Ker}(B)$ . Din contră, dacă  $0 < K < 1$ , adică nucleul lui  $A'$  nu este inclus în nucleul lui  $A$ , dar este inclus în suportul lui  $A$ , atunci  $\text{Ker}(B') \supset \text{Ker}(B)$  ceea ce semnifică faptul că rezultatul inferat de o regulă este mai puțin precis decât concluzia regulii. Acest lucru se datorează filtrației dintre condiția  $A$  și faptul  $A'$  care nu este precis.

Concluzia obținută prin modus ponens generalizat conduce la  $\text{Ker}(B') \supset \text{Ker}(B)$ , adică rezultatul dedus nu poate fi mai precis decât concluzia regulii. Concluzia



inferată  $\mu_B$  se determină în final conform relației:  $\mu_B = \max((g_B, d_B, \varphi_B, \delta_B), \theta)$ , care evidențiază faptul că elementul de bază în calculul lui modus ponens generalizat constă în evaluarea parametrilor  $\theta$  și  $K$ . Dacă faptul și condiția regulii sunt slab compatibile, motorul de inferență al sistemului SECOMBCF, bazat pe schema modus ponens generalizat, induce o creștere a impreciziei concluziei inferate. Aceste aspecte vor interveni în studiul de caz pentru cazul fuzzy al sistemului flexibil de producție, în momentul activării metaregulilor alături de înlănțuirea lor, care denotă utilizarea efectivă a tuturor acestor rezultate. Pentru situația reală inferențele se obțin prin înlănțuirea de reguli fuzzy, care din punct de vedere logic echivalează cu o demonstrație, iar în logica fuzzy este evaluată ca și formulele (axiome logice sau speciale).

#### 4. Studiu de caz și rezultatele simulărilor

Există numeroase abordări ale problemei de echilibrare de resurse atât în domeniul sistemelor cu evenimente discrete, cât și în domeniul calculatoarelor [5]. În prezentul studiu de caz, problema capătă o serie de particularități prin prisma reprezentării cunoștințelor și metacunoștințelor în conformitate cu formalismul sistemului SECOMBCF, cu modalitatea de exploatare a modelului de conducere care, la fiecare moment de timp, când se transferă o cantitate de material, impune ca acest transfer să se facă către o mașină învecinată cea mai puțin încărcată. Sistemul expert de conducere sintetizează decizia la fiecare ciclu de inferență, în raport cu gradul de echilibrare al tuturor mașinilor existente în structura dată sau în raport cu anumite grade parțiale de încărcare. Evenimentele de tip  $e_{ij}^k$  pot apare de o infinitate de ori, astfel încât se poate asigura că între fiecare pereche  $(i,j) \in A$  de mașini interconectate se încearcă permanent realizarea echilibrării. În vederea sintezei bazei de reguli, sistemul expert de conducere și implicit sistemul bazat pe cunoștințe imprecise, trebuie să respecte modelul prezentat în definiția 1, cu:

$X^b \ni x^b = [x_1^b \ x_2^b \ \dots \ x_{12}^b]^t$ , cu  $x_1^b$  o variabilă ale cărei valori au următoarea semnificație:  $x_1^b=0$  ("evenimentul  $e_{00}$  este permis"), iar prin analogie vom scrie  $x_1^b=1$ , echivalent cu "evenimentul  $e_{12}$  este permis". Obținem în acest fel valorile corespunzătoare pentru  $x_1^b$ :

$x_1^b=0 \rightarrow e_{00}$ ;  $x_1^b=1 \rightarrow e_{12}$ ;  $x_1^b=2 \rightarrow e_{13}$ ;  $x_1^b=3 \rightarrow e_{21}$ ;  
 $x_1^b=4 \rightarrow e_{35}$ ;  $x_1^b=5 \rightarrow e_{34}$ ;  $x_1^b=6 \rightarrow e_{42}$ ;  $x_1^b=7 \rightarrow e_{43}$ ;

$x_1^b=8 \rightarrow e_{56}$ ;  $x_1^b=9 \rightarrow e_{65}$ ;  $x_1^b=10 \rightarrow e_{64}$ ,  $x_i^b$ ,  $i=2,11$  reprezintă valori de adevăr pentru fapte de tipul:  $x_i^b=F(a_{i-1})=0$  (regula  $i-1$  este permisă a fi activată,  $i=2, \dots, 11$ ), iar  $x_{12}^b$  reprezintă un flag de lucru pentru activarea modulului de control.

$$E^{SE} = E_i^{SE} \cup \mathcal{R} \cup E_o^{SE},$$

$$E_i^{SE} \subset \mathcal{P}(E_p^{SE} \cup E_r^{SE} \cup IU) =$$

$$\mathcal{P}(E_o \cup (\text{scop} = \Sigma x_i/6) \cup \{IU \neq \emptyset\}) =$$

$$\mathcal{P}(X \cup \{\text{scop} = \Sigma x_i/6\} \cup \{IU \neq \emptyset\}).$$

Rezultă că

$$E^{SE} \subset \mathcal{P}(X \cup \{\text{scop} = \Sigma x_i/6\} \cup \{IU \neq \emptyset\}) \cup \mathcal{R} \cup E_o$$

$$E_r^{SE} = \{\text{scop} = \Sigma x_i/6\}, \quad \mathcal{R} = \{\mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_{25}\},$$

$$E_o^{SE} = E_w \cdot g^{SE}: X^b \rightarrow \mathcal{P}(E_i^{SE} \cup \mathcal{R}) \setminus \{\emptyset\} \Rightarrow$$

$$g^{SE}: X^b \rightarrow \mathcal{P}(X \cup \{\text{scop} = \Sigma x_i/6\}) \cup \mathcal{R} \setminus \{\emptyset\},$$

$$f_{e_x}^{SE}: X^b \rightarrow X^b, e \in \mathcal{P}(X \cup \{\text{scop} = \Sigma x_i/6\}) \cup$$

$$\mathcal{R} \setminus \{\emptyset\} \text{ (echivalentă cu execuția),}$$

$$\delta^{SE}: X^b \cup X^{int} \rightarrow E_o^{SE} \Rightarrow \delta^{SE}: X^b \cup X^{int} \rightarrow E_o, X^{int} \neq$$

$$\emptyset \Rightarrow X^{SE} = X^b \cup X^{int}; E_o = E_o^{SE} = X, E_r^{SE} \neq \emptyset;$$

$g^{SE}(x^{SE})$  și  $f_e^{SE}(x^{SE})$  se definesc prin intermediul regulilor  $R_i$ ,  $i=1, \dots, 25$ , unde:

$$P: X^b \cup X^{int} \times E_i^{SE} \rightarrow [0,1]$$

$$C: X^b \cup X^{int} \times E_i^{SE} \rightarrow X^b \cup X^{int} \times E_o^{SE}$$

Sistemul expert de conducere, obținut pentru cazul sistemului flexibil de producție, satisface definiția 1, unde  $X_0^{SEC} \in X_0^{SEC} \subset X^{SEC}$  iar  $X_0^{SEC} = \{x^{SEC} \in X^{SEC} \mid \sum_{i=1,6} x_i/6 = c, c \in \mathbb{N}_+^*, x^b=0, x^{int}=0 \text{ pentru cazul fuzzy}\}$ . Mulțimea traiectoriilor fizice realizabile coincide, în acest caz, cu mulțimea  $E$ .

Pentru sinteza modelului de conducere fuzzy aferent sistemului flexibil de producție, a fost necesară considerarea încărcărilor  $X_1, \dots, X_6$  ca  $T$ -numere fuzzy, exprimate lingvistic sub forma "în jurul valorii", "aproximativ", precum și introducerea unor variabile intermediare în structura modelului, de tipul: gradul de echilibrare globală  $ge$  (la nivelul întregului sistem flexibil de producție) cu valorile fuzzy  $*s$  satisfăcător și  $*n$  nesatisfăcător, gradele de echilibrare parțială  $ge_p$ ,  $i=1, \dots, 5$  (pe grupuri de mașini) corespunzătoare anumitor situații nerezolvate în modelul crisp, precum și variabilele fuzzy  $d_{56}, d_{42}, d_{13}, d_{21}, d_{43}, d_{35}$  ale căror

valori pot fi T-numerele fuzzy \*mi mic, \*ma mare sau \*zero zero.

Gradele de echilibrare parțială utilizate au drept caracteristici imprecise valorile lingvistice \*b bun și nesatisfăcător (valoarea nesatisfăcător în acest caz este similară ca număr fuzzy cu cea asociată valorii lingvistice nesatisfăcător pentru gradul de echilibrare global). A fost utilă, de asemenea, introducerea de cunoștințe sub forma unor fapte imprecise de tipul (X1 X2 X3 X4 ?v<sub>q</sub>), (X1 X2 X4 ?v<sub>q</sub>), (X3 X4 X5 X6 ?v<sub>q</sub>), (X1 X3 X4 X5 X6 ?v<sub>q</sub>), (X2 X4 X5 X6 ?v<sub>q</sub>), care atestă că echilibrarea se realizează continuu, parțial și gradual, precum și a unui număr de *metareguli* în care sunt prezente aceste fapte. Ele vor fi activate în lăntuit și sprijină sinteza deciziei fuzzy. Un exemplu de cinci reguli și metareguli fuzzy din structura modelului de conducere pentru acest caz este prezentat în continuare:

Dacă ((≥\*(X1?x)(X2?y))∧(≥\*(X1?x)(X3?z)) ∧ (≥\*(X1?x)(X4?v)) ∧ (≥\*(X1?x)(X5?w)) ∧ (≥\*(X1?x)(X6?ξ)) ∧ (¬(Fa1 ?v<sub>1</sub>)) ∧ (¬(Fa3 ?v<sub>3</sub>)) ∧ (¬(=\* (X1?x) (X2?y)))) ∧ (ge \*n))  
 atunci ((x1b 1) ∧(x3b 0) ∧ (x5b 0) ∧(x7b 0) ∧ (x9b 0) ∧(x10b 0) ∧ (x11b 0) ∧ (x2b 1))

Dacă ((=\* (X1 ?x) (X2 ?y)) ∧ (=\* (X1 ?x) (X3 ?z)) ∧ (=\* (X1 ?x) (X4 ?v)) ∧ (=\* (X1 ?x) (X5 ?w)) ∧ (=\* (X1 ?x) (X6 ?ξ)) ∧ (ge \*s))

atunci ((x1b 0) ∧ (sol ?s))

Dacă (ge \*n) ∧ (x12b 1) atunci ((x1b 0) ∧ (x2b 0) ∧ (x3b 0) ∧ (x4b 0) ∧ (x5b 0) ∧ (x6b 0) ∧ (x7b 0) ∧ (x8b 0) ∧ (x9b 0) ∧ (x10b 0)) ∧ Init(Modul de control)

Dacă (X1 ?x)∧(X2 ?y)∧(X3 ?z)∧ (X4 ?v) ∧ (ge \*n) ∧ (gep<sub>1</sub> \*b) atunci (X1 X2 X3 X4 ?v<sub>q</sub>) ∧ (gep<sub>1</sub> \*b<sub>1</sub>)

Dacă (X1 X2 X3 X4 ?v<sub>q</sub>) ∧ (ge \*n) ∧ (gep<sub>1</sub> \*b) ∧(d<sub>56</sub> \*ma) atunci (gep<sub>1</sub> \*b<sub>1</sub>) ∧ Init(r8)

Se observă pentru acest model de conducere format din 25 de reguli și metareguli, respectarea etapelor de sinteză a unui model lingvistic, din punct de vedere a procesului de achiziție a cunoștințelor, cât și reprezentarea cunoștințelor și metacunoștințelor conform formalismului SECOMBCF [Maz94]. Exploatarea acestui model impune calculul unificării fuzzy și a concluziei parțiale inferate prin schema modus ponens generalizat, apelul de proceduri în consecventul regulilor și al unui modul de control, actualizarea dinamică a priorităților regulilor conform impreciziei curente a tuturor cunoștințelor implicate la un moment dat în procesul de sinteză a deciziei, în lăntuirea de metareguli fuzzy, precum și demonstrarea comportării global asimptotic stabilă a sistemului în buclă închisă. În vederea clarificării

modului de inițializare și parțial de exploatare a modelului fuzzy pentru sistemul flexibil de producție, se procedează conform algoritmului 14, în care sunt prezentate și aspecte funcționale ale sistemului expert de conducere.

Algoritmii specifici subsistemului de inferență din cadrul sistemului SECOMBCF sunt realizați în strânsă legătură cu formalismul de reprezentare a cunoștințelor fuzzy [Maz99].

**Algoritm 14. (Inițializarea exploatarei modelului de conducere fuzzy)**

1. Se introduc încărcările inițiale fuzzy  $\mu_{x_{i_0}}$ ;
2. Se calculează valoarea medie așteptată  $\mu_{c_0} = \frac{\sum_{i=1}^6 \mu_{x_{i_0}}}{6}$ , distanțele fuzzy  $\mu_{d_{i_0}} = \mu_{x_{i_0}} - \mu_{c_0}$ , precum și gradul de echilibrare inițial  $ge_0 = \max_{i=1, \dots, 6} \{\mu_{d_{i_0}}\}$ ;
3. Se generează mulțimile \*s (se verifică din testare în raport cu valorile inițiale a încărcărilor caracteristicile mulțimii fuzzy \*s), \*n = tp (3 ge<sub>0</sub> 2 2) (se verifică din teste d și δ în raport cu valorile inițiale ale încărcărilor) precum și faptele (ge \*n) și (ge \*s);
4. Se inițializează  $x^b = (x^{b1}, x^{b2})$  unde  $x^{b1} = 0$  și  $\dim(x^{b1}) = 12$ ,  $x^{b2}$  conține faptele inițiale atașate tuturor variabilelor lingvistice care intervin în modelul de conducere, de tipul: ((X1 ?x), (X2 ?y), (X3 ?z), (X4 ?v), (X5 ?w), (X6 ?ξ), (X1 X2 X3 X4 ?v<sub>q</sub>), (X1 X2 X4 ?v<sub>q</sub>), (X3 X4 X5 X6 ?v<sub>q</sub>), (X1 X3 X4 X5 X6 ?v<sub>q</sub>), (X2 X4 X5 X6 ?v<sub>q</sub>), (X1 X2 X4 ?v<sub>q</sub>), (X12b 1), (ge \*n), (CFS \*zero), (gep<sub>1</sub> \*b), (d<sub>56</sub> \*ma), (d<sub>35</sub> \*ma), (gep<sub>2</sub> \*b), (d<sub>13</sub> \*ma), (gep<sub>3</sub> \*b), (d<sub>21</sub> \*ma), (gep<sub>4</sub> \*b), (d<sub>42</sub> \*ma), (gep<sub>5</sub> \*b), (d<sub>43</sub> \*ma), cu evaluarea efectivă a tuturor variabilelor fuzzy care apar în structura acestei componente de stare a sistemului expert de conducere. Se lansează ca fapt inițial atașat motivului (ge \*n) faptul (ge \*v<sub>0</sub>), unde \*v<sub>0</sub> se generează ca mulțime fuzzy în jurul valorii ge<sub>0</sub> de forma (constfaz \*v<sub>0</sub>(tp ge<sub>0</sub>-1 ge<sub>0</sub>+1 2 2)). Se inițializează și  $x^{m} = 0$ ;
5. În consecventul regulilor R1-R10, o dată cu deducerea faptului (xib i), corespunzător unui apel de procedură, se atașează și calculul gradului de echilibrare ge cu noua sa valoare fuzzy, adică se generează noul fapt (ge \*v<sub>k</sub>), k≥1. Valoarea \*v<sub>k</sub> poate filtra sau nu \*n sau \*s și în mod corespunzător valorile fuzzy ale gradelor de echilibrare parțială și distanțele fuzzy dintre mașinile fizic interconectate;



6. Dacă motorul de inferență se oprește pe un alt eveniment decât cel corespunzător activării și executării regulii 11, atunci se recalculează diferențele fuzzy  $\mu_{d_{ik}} = \mu_{x_{ik}} - \mu_{c_0}$ , cu determinarea mașinii  $i$  ( $i=1, \dots, 6$ ) și a regulii corespunzătoare  $j$  ( $j=1, \dots, 25$ ) care urmează a fi activată, conform satisfacerii, la momentul, curent a obiectivului de echilibrare, utilizând metaregulile (R13-R25) sau lansând în execuție *modulul de control*.

Starea inițială este  $\mu_{x_{10}} = \mu_{x_{20}} = \mu_{x_{30}} = "100" = (99 \ 101 \ 2 \ 2)$ ,  $\mu_{x_{40}} = \mu_{x_{50}} = \mu_{x_{60}} = "0" = (-1 \ 1 \ 2 \ 2)$ , "în jurul valorii  $x_0" = (x_0 - 1 \ x_0 + 1 \ x_0 - 3 \ x_0 + 3) \equiv (-1 \ 1 \ 2 \ 2)$ ,  $*s = *mi = *b = (-1 \ 1 \ 2 \ 2)$ ,  $*n = *ma = (3 \ \infty \ 3 \ 3)$ ,  $\varepsilon=1, \eta=0, x^{b_1}=0$ , prioritățile regulilor de bază sunt  $R1 = R9 = 0.1, R2 = R3 = R4 = R6 = R8 = R10 = 0.2, R5 = R7 = 0.3, R11 = R12 = 1$ , iar prioritățile inițiale ale metaregulilor sunt  $R13 = R16 = R18 = R20 = R22 = 0.1, R14 = R15 = R17 = R1 = R21 = R23 = R24 = R25 = 0.2$ . Starea finală este  $\mu_{x_{1f}} = * \mu_{x_{2f}} = * \dots = * \mu_{x_{6f}} = * \mu_{\bar{x}} = "50"$ ,  $\Pi(\mu_{x_{1f}}, \mu_{\bar{x}}) = \dots = \Pi(\mu_{x_{6f}}, \mu_{\bar{x}}) = 1$ ,  $N(\mu_{x_{1f}}, \mu_{\bar{x}}) = \dots = N(\mu_{x_{6f}}, \mu_{\bar{x}}) = > 0$ ,  $ge = *s$ ,  $gep_{i=1,5} = *b$ ,  $x_{1b} = 0$ ,  $\mu_{s0f} = * \mu_{\bar{x}}$  (unde  $\mu_{s0f}$  reprezintă valoarea fuzzy a soluției de echilibrare, aferentă variabilei (sol ?x), obținută prin unificarea fuzzy a încărcărilor similare ale mașinilor obținute ca soluție a problemei de echilibrare. În acest caz, sistemul expert de conducere, utilizând motorul de inferență al sistemului SECOMBCF, realizează un număr de 76 de inferențe pentru obținerea soluției de echilibrare. Acest număr de inferențe se poate împărți în subgrupuri de inferențe care prezintă particularități specifice. Subgrupurile {0-16}, {19-25}, {30-33}, {39-46}, {49-51}, {56-60}, {65-66}, {70-72} reprezintă inferențe bazate pe lansarea în execuție a regulilor de bază, generând evenimentele corespunzătoare. Subgrupurile {17,18}, {26,27}, {28,29}, {34,35}, {47,48}, {52,53}, {54,55}, {61,62}, {63,64} se caracterizează prin înlănțuirea metaregulilor 16 și 17 (folosind variabila intermediară  $?v_q$  din motivul (X1 X2 X4  $?v_q$ )) sau 13 cu 14, 13 cu 15 (folosind variabila intermediară  $?v_q$  din motivul (X1 X2 X3 X4  $?v_q$ )) și 16 cu 24 (folosind variabila intermediară  $?v_q$  din motivul (X1 X2 X4  $?v_q$ )). În cadrul acestor subgrupuri de metareguli, se folosește schema modus ponens generalizat pentru calculul gradului de echilibrare  $gep_1$  și respectiv  $gep_2$ . La nivelul inferenței 17 se activează metaregula 16 (Dacă (X1 ?x)  $\wedge$  (X2 ?y)  $\wedge$  (X4 ?v)  $\wedge$  (ge \*n)  $\wedge$  ( $gep_2 *b$ ) atunci (X1 X2 X4  $?v_q$ )  $\wedge$  ( $gep_2 *b_1$ )) deoarece valorile fuzzy aferente variabilelor lingvistice X1, X2, X4 sunt respectiv {(74 76 2 2) | ?x}, {(75.636 77.636 2 2) | ?y},

{(72.364 74.364 2 2) | ?v}, care sunt similare și permit generarea faptului (X1 X2 X4  $?v_q$ ) cu substituția aferentă {(73.64 75.36 2 2) | ?v\_q}. De asemenea, motivul (ge \*n) filtrează faptul (ge "50"), întrucât  $\Pi(*n, "50") = \Pi((3 \ \infty \ 3 \ 3), (49 \ 51 \ 2 \ 2)) = 1$ ,  $N(*n, "50") = N((3 \ \infty \ 3 \ 3), (49 \ 51 \ 2 \ 2)) = 1 > 0$ ,  $\theta(*n, "50") = 0$ ,  $K(*n, "50") = 1$ . Pentru motivul ( $gep_2 *b$ ) în raport cu faptul curent  $gep_2 = (0.63574 \ 2.6327 \ 2 \ 2)$  se obține  $\Pi = 1$  și  $N = 0.0091 > 0$ .

În lanțul inferențial apar și submulțimile de inferențe {36,37} și {67,68}, diferite de subgrupurile analizate mai sus. Ele denotă ajungerea sistemului expert de conducere în două stări succesive identice (circularitate dinamică), fiind activată regula 12 (care are o semnificație diferită ca tip de cunoștințe de grupul regulilor de bază, de grupul metaregulilor sau față de regula 11) și implicit modulul de control MC. Aceste situații se explică în felul următor: încărcările mașinilor nu sunt similare, gradul de echilibrare nu este satisfăcător fapt pentru care se poziționează flag-ul  $x_{12b}$  pe 1. Acest lucru atrage după sine reinițializarea procesului inferențial așa cum se observă din vectorul de stare parțială  $x^{b_1} = 0$  la nivelul inferenței 38 respectiv 70. Reinițializările de mai sus sunt cauzate de apariția în funcționarea motorului de inferență a unor cicluri (de lungime unu), întrucât  $((x_k = x_{k+1}) \wedge (x_{k+1} \neq x_k))$ . Dacă în structura sistemului expert fuzzy nu era integrat modulul de control, sistemul de conducere intra în buclă infinită. Este rolul acestui modul de a evita astfel de situații.

Proprietățile ciclice dinamice (echivalentul finitudinii procesului de inferență) au fost observate atât pentru cazul crisp, cât și pentru cazul fuzzy. Activările modulului de control în cele două cazuri denotă un lucru deosebit de important: cunoștințele înglobate în modelul de reguli fuzzy prezentat sunt insuficiente pentru rezolvarea tuturor situațiilor de conducere. Aceste două activări ale modulului de control se datorează, de exemplu, lipsei unor metareguli care să exprime similaritatea parțială a încărcărilor pe subgrupurile de mașini {1,2}, {3,4}, {5,6} sau respectiv {1,2,3} și {5,6}. În acest punct, se observă influența anumitor caracteristici de completitudine logică, referitoare la baza de reguli fuzzy. Scopul nostru a fost păstrarea bazei de reguli în forma prezentată, pentru a evidenția clar faptul că funcționarea motorului de inferență (capabil să exploateze corect o anumită clasă de modele) și, în esență, însăși rezolvarea problemei (de conducere) depinde, esențial, de proprietățile statice și logice ale modelului. Activarea modulului de control la nivelul inferenței 73 este cauzată de un alt motiv față de situația prezentată mai sus. În acest caz, încărcările de pe

mașinile {1,5} sau {1,6} nu sunt similare ( $\Pi(\mu_{x_1}, \mu_{x_5}) = \Pi(\mu_{x_1}, \mu_{x_6}) = 1$ ,  $(\mu_{x_1}, \mu_{x_5}) = (\mu_{x_1}, \mu_{x_6}) = 0$ ), gradul de echilibrare este nesatisfăcător și nu există nici o regulă activabilă. Se activează regula 2, după care execuția se termină cu regula 11. La sfârșit, conform execuției, încărcările finale ale mașinilor sunt  $\mu_{x_{1f}} = "50.457"$ ,  $\mu_{x_{2f}} = "51.300"$ ,  $\mu_{x_{3f}} = "50.457"$ ,  $\mu_{x_{4f}} = "50.457"$ ,  $\mu_{x_{5f}} = \mu_{x_{6f}} = "48.564"$ , gradul de echilibrare final are valoarea  $ge = "1.4350"$ , iar  $x_{b_1} = 0$  echivalent cu activarea evenimentului  $e_{00}$ . Din valorile obținute prin execuția sistemului expert rezultă  $\Pi(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}) = \Pi(\mu_{x_1}, \mu_{x_3}) = \Pi(\mu_{x_1}, \mu_{x_4}) = \Pi(\mu_{x_1}, \mu_{x_5}) = \Pi(\mu_{x_1}, \mu_{x_6}) = 1$  și  $(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}) = 0.289 > 0$ ,  $N(\mu_{x_1}, \mu_{x_3}) = 0.5 > 0$ ,  $N(\mu_{x_1}, \mu_{x_4}) = 0.45 > 0$ ,  $N(\mu_{x_1}, \mu_{x_5}) = N(\mu_{x_1}, \mu_{x_6}) = 0.02675 > 0$  (echivalent cu faptul că stările sunt similare). Din punct de vedere al gradului de echilibrare  $\Pi(ge, *s) = 1$  și  $N(ge, *s) = 0.141 > 0$ . În concluzie, sistemul expert de conducere utilizând modelul fuzzy elaborat, își

atinge obiectivul de echilibrare (prin atingerea stării finale a priori calculabilă). Acest lucru se datorează motorului de inferență specific sistemului SECOMBCF și modelului de conducere, în care sunt simulate intervențiile utilizatorului prin funcționarea modului de control. Sistemul expert de conducere generează lanțuri inferențiale corespunzătoare în vederea atingerii obiectivului de conducere, conform teoremei care urmează.

**Teorema 15.** Sistemul flexibil de producție este  $(x_0^{SEC}, X_{SFP})$ -admisibil pentru orice  $x_0^{SEC} \in X_0^{SEC}$  întrucât există o secvență de evenimente logice care produce o traiectorie de stare  $t_s$  cu proprietatea că  $t_s \in T(SEC, x_0^{SEC}, X_{SFP})$ .

Sistemul expert de conducere aferent problemei de echilibrare are o funcționare corespunzătoare, fiind asimptotic stabil în sens larg, conform figurii 5 [4].

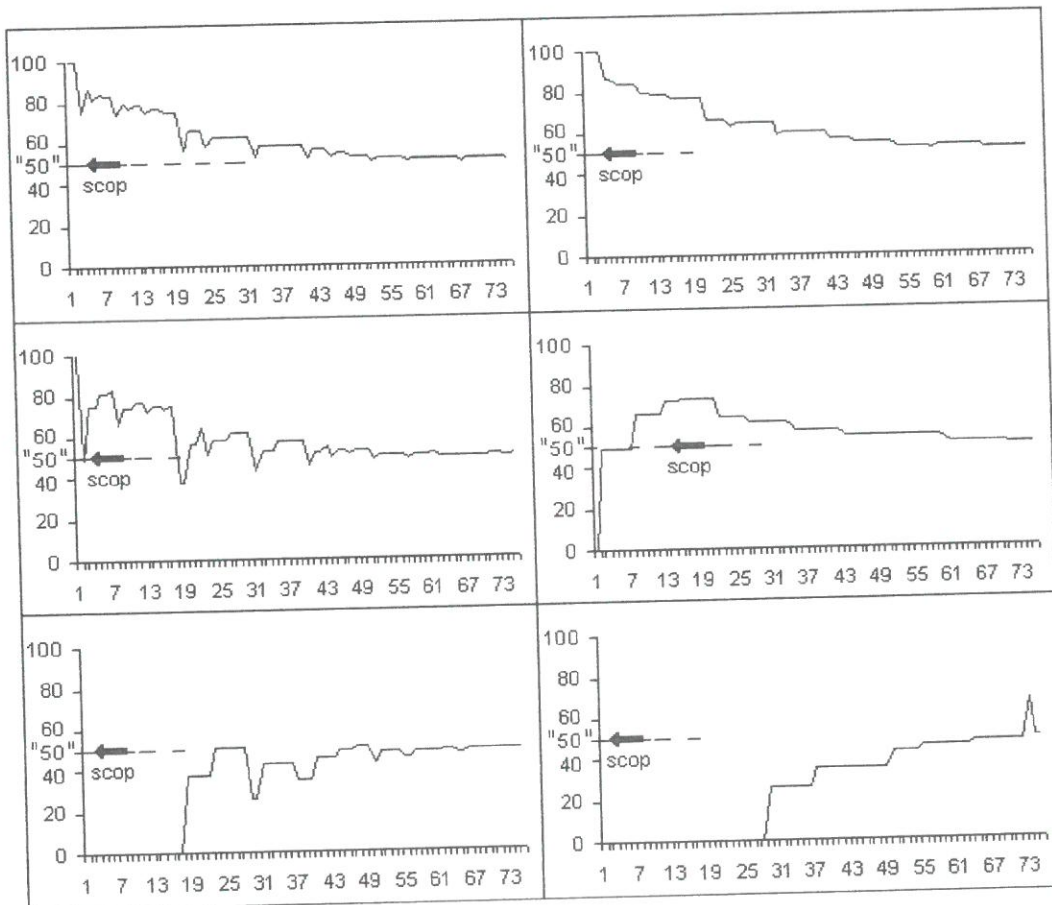


Figura 5. Evoluția încărcărilor mașinilor



## 5. Concluzii

În urma testelor prezentate, a structurilor de reprezentare și exploatare a cunoștințelor în cadrul sistemului SECOMBCF, rezultă următoarele concluzii:

1. Formalismul ales pentru reprezentarea cunoștințelor este suficient de puternic în vederea redării unor tipuri de cunoștințe care să sprijine sinteza deciziilor de conducere. El are avantajul factorizării cunoștințelor, ceea ce a diminuat substanțial mărimea bazei de reguli fuzzy. De asemenea, acest mod de reprezentare a cunoștințelor este mai adecvat pentru exprimarea unor tipuri de cunoștințe apropiate de cele folosite în mod curent în sinteza deciziilor, prin intermediul limbajului natural;
2. Obținerea modelului fuzzy de conducere pentru problema prezentată s-a realizat incremental, pe măsură ce s-au înglobat în model suficiente cunoștințe specifice din domeniu, care au rezultat din limitele observate în cazul crisp. Este astfel posibilă adaptarea în permanență a modelului de conducere fuzzy prin simulări de multe ori destul de dificile;
3. Subsistemul inferențial rezolvă în mod corect situațiile de conducere atât sub aspect computațional, cât și sub aspectul semanticii concluziilor inferate prin schema de inferență aleasă;
4. Modelarea procesului și a sistemului expert ca sisteme cu evenimente logice a permis analiza calitativă a sistemului expert de conducere;
5. Modulul de control integrat în structura subsistemului inferențial realizează în mod automat adaptarea procesului de rezolvare a problemei, fiind echivalent cu intrarea sistemului în buclă închisă notată I/U (intrări utilizator). În acest mod, prin intermediul metaregulii de control I2, simulăm în mod practic activarea legăturii dintre ieșirea Ipoteze/Concluzii (în cazul de față concluzii) cu intrările utilizator. Astfel se justifică o proprietate importantă a sistemului expert de conducere conceput: capacitatea sa de a rezolva corect problema, în condiții precizate pentru fiecare caz în parte;
6. Cazul  $c_k \in \mathbb{N}^+$  nu reprezintă un caz particular pentru  $\mu_{c_k} \in \mathbb{R}^+$  din cauza unor restricții asupra traiectoriilor de evenimente și din lipsa flexibilității sistemului de a realiza echilibrarea, ajungându-se astfel și la echilibrări parțiale. În cazul discret există o valoare tolerată de neechilibrare, notată  $\psi$  și pentru care  $|x_i - x_j| \leq \psi$ , ce definește mulțimea invariant. Pentru

cazul fuzzy se ajunge la o soluție de echilibrare bună, indiferent de gradul de încărcare inițial al mașinilor. Sistemul, în acest caz, este asimptotic stabil în sens larg relativ la traiectoriile de evenimente  $E_a^{SEC}$ .

## Bibliografie

1. BOUAUD, J.: TREE: une strategie de jointure heuristique pour un algorithme de filtrage, Revue d'Intelligence Artificielle, Vol. 6, no. 4, 1992, Hermes, Paris, pp. 457-493.
2. HATON, J. P. et. col. - *Le raisonnement en intelligence artificielle*, Inter Editions, Paris, 1991.
3. MAZILESCU, V.: A formalism for the compilation of the real-time fuzzy expert systems, SIMSIS 8-94 / 21-22 oct., Galați, pp. 215-226.
4. MAZILESCU, V.: Contribuții la realizarea sistemului inferențial bazat pe logica fuzzy, cu aplicații la sistemele expert pentru conducerea proceselor tehnologice, Teza de doctorat, Universitatea "Dunărea de Jos" din Galați, pp. 1-216
5. PASSINO, K.M., P.J. ANTSAKLIS: Lyapunov stability of a class of discrete event systems, IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 39, pp. 269-279.
6. STANKOVIC, J.A.: Misconceptions About Real-Time Computing, Advances in Real-Time Systems, IEEE Computer Society Press, 1993, ISBN 0-8186-3792-7, pp.17-25.

## Lista de simboluri folosite

- $X^{SEC}$  - mulțimea de stări a sistemului expert de conducere (în buclă închisă)
- $X$  - mulțimea de stări a procesului
- $\mu_M$  - funcția de apartenență pentru mulțimea fuzzy  $M$
- Supp - suportul unei mulțimi fuzzy
- Ker - nucleul unei mulțimi fuzzy
- $E_v^{SEC}$  - mulțimea traiectoriilor de evenimente fizic realizabile
- T-număr fuzzy notat  $*a$ , reprezintă o distribuție de posibilitate trapezoidală, normalizată de forma  $(\text{constfaz } *a(g \ d \ \varphi \ \delta))$ , unde  $\text{Supp } *a = (g-\varphi, \quad d+\delta)$  și  $\text{Ker } *a = [g, d]$ .
- Tipuri de date permise: constante atomice, constante fuzzy  $*a$  și variabile  $?x$ .
- $\varepsilon, \eta$  - parametri folosiți în calculul unificării fuzzy
- dim - dimensiunea unui vector

