SISTEME DINAMICE HIBRIDE – O DISCUȚIE INTRODUCTIVĂ

Partea I: DEFINIȚII, CLASIFICARE, PROBLEMATICĂ

Dr.ing. Simona Iuliana Caramihai
Dr.ing. Virginia Ecaterina Oltean

Universitatea POLITEHNICA București

Rezumat: O clasă largă de procese fizice, tehnice, economice sau biologice se modelează prin interacțiunea dintre dinamici cu evenimente discrete și sisteme dinamice cu spațiul stărilor continuu. Acest tip de modele constituie o clasă de sisteme dinamice hibride, de mare actualitate, printre altele, în studiul sistemelor automate complexe. Obiectivul lucrării de față este prezentarea principalelor clase de sisteme hibride precum și a problematicii generale, specifice domeniului. Expunerea este însoțită de numeroase exemple intuitive originale sau alese din literatură.

Cuvinte cheie: sistem cu evenimente discrete, sistem hibrid (SH), comutații, modelare.

1. Introducere: motivație, origini, termeni

Cea mai mare parte dintre studiile referitoare la modelarea, analiza și conducerea sistemelor dinamice au ca obiect de studiu *procese dinamice continue*, care pot fi descrise prin intermediul ecuațiilor diferențiale. O altă orientare este cea a *sistemelor cu evenimente discrete* (numite, în continuare, pe scurt, *sisteme discrete*), care se aplică, în mod special, la modelarea nivelului înalt al sistemelor ierarhizate de conducere, la planificarea și la ordonanțarea activităților în procese complexe sau la studiul sistemelor de comunicații. În sistemele cu evenimente discrete, evoluția proceselor se modelează ca o succesiune de stări discrete, iar comportamentul detaliat în aceste stări nu este luat în considerare. Ca și formalismul continuu, formalismul discret permite analiza performanțelor sistemelor modelate, compararea acestora și sinteza de politici de conducere adecvate, conform unor specificații de funcționare date. În general, există un mare număr de procese fizice care, în funcție de scopul studiului, pot fi modelate fie ca sisteme dinamice continue, fie ca sisteme discrete.

În practică, există însă și sisteme compuse atât din subsisteme continue, cât și din subsisteme discrete, care interacționeaza între ele, interacțiunea lor fiind determinantă pentru comportamentul sistemului global. Acest tip de sisteme, în care partea continuă nu poate fi modelată cu formalisme discrete fără a se pierde anumite aspecte ale comportamentului calitativ/cantitativ al acestora și respectiv, partea discretă nu poate fi modelată convenabil prin intermediul ecuațiilor diferențiale, constituie *o clasă de sisteme dinamice hibride*. Natura proceselor fizice, care necesită astfel de descrieri, este foarte diversă [1], ele fiind întâlnite în sistemele de comunicații, sistemele electrotehnice, robotică, conducerea sistemelor de fabricație, conducerea proceselor chimice și a bioproceselor etc.

Impusă de probleme practice concrete de o mare diversitate, teoria generală a sistemelor dinamice hibride nu este unificată, în general, existând "fragmente" concepute pentru a se putea răspunde la probleme practice din domeniile menționate.

Trebuie subliniat că, în sens general, atributul *hibrid* are o sferă semantică mai largă și se referă la mixarea a cel puțin două tipuri fundamental diferite de obiecte sau metode [2]. Astfel, rețelele neurale hibride provin din combinarea rețelelor neurale artificiale cu logica fuzzy sau cu metode statistice. Un sistem dinamic, modelat prin interconectarea unor subsisteme cu parametrii concentrați cu subsisteme cu parametrii distribuiți, poate fi, de asemenea, considerat un sistem hibrid. Sistemele dinamice cu eșantionare aparțin familiei sistemelor hibride, deoarece cuprind subsisteme ce evoluează în timp continuu și, respectiv, în timp discret.

Lucrarea de față propune o discuție introductivă privind, în mod special, clasa acelor sisteme dinamice hibride, care sunt modelate prin interacțiunea sistemelor dinamice cu spațiul stărilor continuu, reprezentate generic prin formalismul ecuațiilor diferențiale/cu diferențe, cu sisteme discrete, caracterizate prin evoluția de la o stare discretă la alta, ca urmare a îndeplinirii unei condiții de tip eveniment.

Originile cercetării acestei clase de sisteme dinamice hibride (pe scurt, *sisteme hibride* – SH) se regăsesc, printre altele, în studiul sistemelor cu structură variabilă, modelate printr-un set finit de dinamici continue și o logică de comutație între acestea [3], precum și în necesitatea modelării mixte [4], [5] și a abordărilor multimodel [6], ce însoțesc utilizarea calculatoarelor numerice în simularea dinamicilor complexe.

Sunt prezentate, totodată, și câteva aspecte privind problematica unor modele hibride complexe, ce includ și sisteme bazate pe cunoștințe de tip fuzzy și/sau euristice și care reprezintă o direcție relativ recentă de cercetare în domeniul SH [19], [20], [21].

Lucrarea este structurată astfel: secțiunea 2, cuprinzând definițiile de bază din domeniul SH este urmată, în secțiunea 3, de prezentarea uneia dintre cele mai utilizate clasificări a tipurilor de SH și anume clasificarea propusă de Branicky [8].

Consideraţiile privind problematica generală a conducerii şi a simulării SH sunt introduse în secţiunea 4. Prezentarea celor mai utilizate clase de modele pentru SH, însoţită de exemple intuitive, alese din literatură, va fi făcută în partea a II-a a acestui studiu.

2. Definiţii de bază

Primele noţiuni formale unitare şi definiţii de bază, referitoare la SH, sunt date în [7], însoţite de exemple intuitive. Principalele definiţii din secţiunea introductivă a lucrării citate sunt prezentate informal şi însoţite de comentarii, în continuare.

Definiţii.

1. Se numeşte **model** o abstracţie matematică, ce reprezintă un sistem fizic şi a cărei structură depinde de scopul modelării (implicit de intrările de care se dispune, de ieşirile dorite şi de tipul de comportament studiat). Prin urmare, pentru acelaşi sistem, pot exista mai multe modele diferite. Într-un sens mai larg, se poate considera că termenii de model şi cel de sistem sunt echivalenţi. **Starea** unui sistem este caracterizată printr-un ansamblu de **variabile**.

2. O variabilă se numeşte **discretă**, dacă ia valori într-o mulţime numărabilă (eventual infinită).

3. O variabilă se numeşte **continuă**, dacă ia valori într-o mulţime continuă (deci nenumarabilă), şi variaţiile sale nu prezintă discontinuităţi.

4. Se numeşte **hibridă** o variabilă care ia valori într-o mulţime continuă, dar prezintă cel puţin o discontinuitate (variabilă continuă pe porţiuni).

5. Dacă se consideră că un sistem este definit printr-un model al său, atunci:

- un sistem **discret** este sistemul ale cărui variabile de stare sunt discrete (toate);
- un sistem **continuu** este sistemul ale cărui variabile de stare sunt continue (toate);
- un sistem **hibrid** este sistemul care are cel puţin o variabilă de stare continuă şi cel puţin una discretă.

6. În funcţie de obiectivul pentru care s-a construit modelul său, un sistem poate fi:

- **intrinsec discret** (cu evenimente discrete) dacă poate fi modelat printr-un model discret;
- **intrinsec continuu** dacă
  - poate fi modelat printr-un model continuu

  şi
  - nu poate fi modelat printr-un model discret;
- **intrinsec hibrid** dacă
  - poate fi modelat printr-un model hibrid

  şi
  - nu poate fi modelat nici printr-un model continuu şi nici printr-un model discret.

Observaţia 1. Asimetria din definiţia 6 se datorează faptului că mulţimea stărilor unui sistem intrinsec discret este numărabilă, pe când cea a unui sistem continuu nu este.□

3. Consideraţii privind clasificarea Branicky a SH

Starea unui SH are o componentă continuă (eventual pe porţiuni), cu valori în $\Re^n$, şi o componentă discretă, cu valori într-un alfabet P. $\Re$ reprezintă mulţimea numerelor reale. Dinamica continuă a unui SH [8] poate fi descrisă de ecuaţia

$$\dot{x}(t) = \xi(t), \quad t \geq 0, \tag{1}$$

unde $x(t) = [x_1(t) \quad \ldots \quad x_n(t)]^T \in X \subseteq \Re^n$ este componenta continuă a stării SH la momentul $t \in \Re^+$, cu X domeniu, iar $\xi(t) = [\xi_1(t) \quad \ldots \quad \xi_n(t)]^T$ este un vector de funcţii ce depinde, în general, de $x(t)$ şi de componenta discretă curentă a stării SH. Un SH parcurge o secvenţă de stări discrete,

$$(p(0), t_0) \to (p(1), t_1) \to \ldots \to (p(k), t_k) \to \ldots, \tag{2}$$

unde $p(k) \in P$ este starea discretă cu numărul de ordine k, în care SH a intrat la momentul $t_k \in \Re^+$, $k = 0,1,2,\ldots$. Pentru orice k întreg, restricţia lui $\xi(.)$ la (t_k, t_{k+1}) este de clasă C^1, iar la momentul t_k $\xi(.)$ poate eventual să aibă 1) o discontinuitate de prima speţă (i.e. limite laterale diferite şi finite, şi $\lim\limits_{t \to t_k, t > t_k} \xi(t) = \xi(t_k)$ sau 2) comportare de tip impuls (caz în care se consideră limitele laterale finite şi egale şi valoarea infinită în t_k). În fiecare stare discretă $p(k) \in P$ dinamica continuă poate fi descrisă de un sistem diferenţial

$$\dot{x}(t) = f^k(x(t), t), \quad t_k \leq t < t_{k+1}, \tag{3}$$

unde vectorul de funcţii $f^k = [f_1^k \quad \ldots \quad f_n^k]^T$, cu valorile $f^k(x(t), t) = \xi(t)$, dacă $t_k < t < t_{k+1}$ şi $f^k(x(t_k), t_k) = \lim\limits_{t \to t_k, t > t_k} \xi(t)$, este de clasă pe C^1 pe $X \times (t_k, t_{k+1})$. Notăm $x(.)$ o traiectorie de stare continuă – sau, pe scurt, stare continuă – a SH, cu o iniţializare arbitrară şi fixată $x(0) \in X$ şi $\xi(.)$ viteza stării continue a SH.

La trecerea de la o stare discretă la alta, comută fie viteza stării continue $\xi(.)$ - fenomen de tip comutaţie propriu-zisă - fie starea continuă $x(.)$ împreună eventual cu $\xi(.)$ - fenomen de tip salt. Fiecare din aceste fenomene de comutaţie se pot produce fie în mod autonom, ca urmare a evoluţiei continue $x(.)$, fie controlat, ca urmare a acţiunii unei variabile externe $u(.)$, care nu este cuprinsă explicit în modelele (1) şi (3).

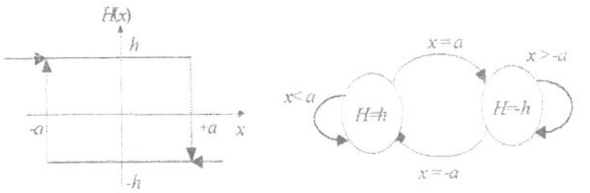
Observaţia 2. Explicaţia absenţei din modelul continuu a variabilei $u(.)$, în cazul comutaţiilor controlate, constă în faptul că modelul (3) poate proveni din particularizarea unui model (1) mai complex, de forma $\dot{x}(t) = F(x(t), u(t), t)$. Această transformare are loc, de exemplu, dacă $u(.)$ este semnalul generat de o lege de comandă cu comutaţie, $u = K(x)$, sau dacă $u(.)$ este o funcţie etajată, după cum va rezulta din exemplele prezentate în continuare. Totodată, trebuie subliniat că, în teoria sistemelor diferenţiale, atributele *autonom* şi *neautonom* au următorul sens: sistemul *invariant* $\dot{x}(t) = f(x(t))$ se numeşte autonom, iar sistemul *variabil* $\dot{x}(t) = f(x(t), t)$ se numeşte neautonom. □

Pornind de la consideraţii de natura celor prezentate, Branicky a propus următoarele categorii fundamentale de SH [9]: (1) SH cu comutaţie autonomă ; (2) SH cu salt autonom; (3) SH cu comutaţie controlată şi (4) SH cu salt controlat.

În continuare, vor fi definite, pe scurt, caracteristicile fiecărei categorii de modele, însoţite de exemple simple.

3.1 SH cu comutaţie autonomă

Comutaţiile autonome sunt fenomene care se produc atunci când $\xi(.)$ se modifică în mod discontinuu, de îndată ce starea continuă $x(.)$ atinge, într-un anumit sens, hipersuprafeţe din spaţiul continuu de stare. Aceste hipersuprafeţe pot reprezenta, de exemplu, valori limită, impuse unei variabile continue de stare, într-un proces tehnologic.



Exemplul 1. [10]

Figura 1. Funcţie histerezis şi automatul de stare asociat evoluţiei discrete a SH [10]

Fie sistemul

$$\dot{x} = H(x), \tag{4}$$

cu $H(x)$ funcţia reprezentată în figura 1. Între comutaţii, dinamica continuă este modelată de $\dot{x} = h$, sau de $\dot{x} = -h$. Viteza $\xi(.)$ a stării continue comută a) la h, când $x(t) = -a$ şi $\dot{x}(t) < 0$, sau b) la $-h$, când $x(t) = a$ şi $\dot{x}(t) > 0$. Acest sistem nu poate fi modelat, evident, printr-o ecuaţie diferenţială ordinară, pentru că trebuie luată în considerare şi direcţia din care se apropie $x(.)$ de o limită de comutaţie. SH poate avea două stări discrete, asociate respectiv celor două dinamici continue posibile şi evoluţia sa discretă se poate reprezenta printr-un model automat.

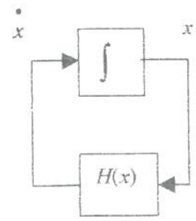


Figura 2. Schema bloc a sistemului din exemplul 1

Un alt tip de reprezentare este cel clasic, din teoria controlului automat. În figura 2, este redată schema bloc a sistemului analizat, compusă dintr-un integrator pur, cuplat, în buclă închisă, cu un element de comandă cu histerezis, având caracterstica statică din figura 1.□

Un exemplu clasic din teoria controlului optimal poate fi interpretat ca un SH cu comutaţie autonomă.

Exemplul 2.

Fie sistemul continuu dublu integrator

$$\dot{x}_1 = x_2,\ \dot{x}_2 = u, \tag{5}$$

unde x_1 şi x_2 sunt variabilele de stare, $x = [x_1 \quad x_2]^T$ este vectorul de stare, iar u este o comandă care poate lua valori în mulţimea discretă $\{-1, 1\}$. Conform teoriei clasice a controlului optimal, starea $x(.)$ poate fi adusă, în *timp minim*, din orice punct $x(0) \in \Re^2$ în originea $\underline{0} = [0 \quad 0]^T$, cu legea de comandă neliniară

$$u(x) = \mathrm{sgn}[-x_1 - \frac{x_2^2}{2}\mathrm{sgn}(x_2)], \tag{6}$$

unde $\mathrm{sgn}(y) = -1$, dacă $y < 0$ şi $\mathrm{sgn}(y) = 1$, dacă $y \geq 0$ [11], [12]. Valoarea semnalului de comandă

$u(.) = u(x(.))$ comută, când $x(.)$ este pe punctul de a traversa curba de ecuație $(C): \; -x_1 - \frac{x_2^2}{2}\operatorname{sgn}(x_2) = 0$ (figura 3), iar sistemul în buclă închisă este un SH cu comutație autonomă descris de ecuațiile

$$\dot{x}_1 = x_2, \; \dot{x}_2 = \operatorname{sgn}[-x_1 - \frac{x_2^2}{2}\operatorname{sgn}(x_2)]. \qquad (7)$$

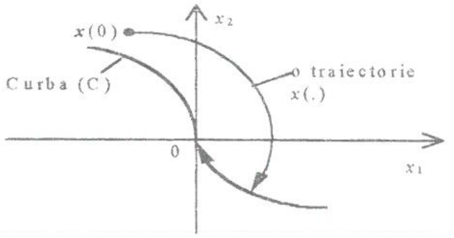


Figura 3. Curba (C) și o traiectorie a sistemului dublu integrator cu legea de comandă $u(x)$

Și în exemplul 2 este descrisă dinamica unui sistem continuu cuplat, în *buclă închisă*, cu o lege de comandă cu comutație. □

3.2 SH cu salt autonom

În acest caz, de îndată ce valoarea stării $x(.)$ atinge, într-un anumit sens, o regiune specificată din spațiul starilor, $x(.)$ își modifică brusc valoarea, înregistrând o discontinuitate (de speța întâi).

Exemplul 3.

Un posibil exemplu îl constituie modelarea ciocnirii perfect elastice dintre două corpuri de mase diferite, cu neglijarea frecării – când viteza acestora se modifica brusc după ciocnire. Fie o minge de masă m, în cădere liberă, care se ciocnește elastic de sol. x_1 este poziția și x_2 este viteza mingii, iar sensul pozitiv al mișcării se consideră sensul accelerației gravitaționale $\vec{g}$. Neglijând frecările, ecuațiile de dinamică sunt

$$\dot{x}_1 = x_2, \; \dot{x}_2 = g, \qquad (8)$$

La contactul cu solul, la un moment $t_c > 0$, viteza schimbă instantaneu semnul, astfel încât se poate scrie $x_2(t_c^-) = -x_2(t_c^+)$. Evident, după ciocnire, membrul drept al ecuațiilor de dinamică se modifică corespunzător, deoarece mingea începe o mișcare decelerată. □

Această clasă de fenomene provine, în general, dintr-o aproximare în modelare, care presupune că anumite procese se produc instantaneu, infinit de rapid, i.e. sunt de tip eveniment, când de fapt ele au nevoie de un interval de timp pentru a se încheia.

3.3 SH cu comutație controlată

În acest caz, viteza stării continue $\xi(.)$ este modificată instantaneu, ca răspuns la o variabilă externă de tip comandă.

Exemplul 4.

Fie rezervorul din figura 4.

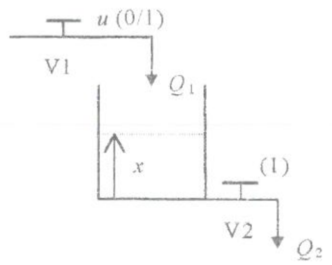


Figura 4. Rezervor cu vană de alimentare și vană de golire

x reprezintă nivelul de lichid în rezervor iar u este semnalul de comandă a vanei V1 și poate lua valorile 0 (închis) sau 1 (deschis). Vana V2 rămâne tot timpul deschisă. Ecuațiile de stare sunt

$$\dot{x} = -ax + bu, \qquad (9)$$

unde $Q_1 = bu$ și $Q_2 = ax$ sunt debite iar a și b sunt parametri reali, pozitivi și constanți, de dimensiuni corespunzătoare. Când semnalul u comută $1 \to 0$, expresia vitezei stării comută de la $-ax + b$ la $-ax$, iar viteza $\xi(.) = -ax(.) + bu(.)$ are un salt negativ, de înălțime b. □

3.4 SH cu salt controlat

În acest caz, valoarea lui $x(.)$ variază în mod discontinuu, ca răspuns la o intrare. Acest tip de comportare se întâlnește, printre altele, la sistemele din electrotehnică cu intrări de tip impuls. Funcțiile de tip impuls nu sunt funcții în sensul clasic și, în mod tradițional, își găsesc o tratare adecvată în cadrul teoriei distribuțiilor și al calculului operațional [13], [14], [15]. Iată un exemplu simplu de SH cu salt controlat.

Exemplul 5.

Un integrator pur primește la intrare un impuls Dirac întârziat. Ecuația de dinamică este

$$\dot{x}(t) = \delta(t - t_1), \; t_1 > 0, x(0) = 0. \qquad (10)$$

Traiectoria de stare este funcţia treaptă unitară întârziată $x(t) = 1(t - t_1), t \geq 0$ (figura 5). SH are două stări discrete. Conform (1) şi (3), $\xi(t) = \delta(t - t_1)$ şi, în prima stare discretă, $\dot{x}(t) = 0$, $x(0) = 0$ pentru $0 \leq t < t_1$, iar în cea de-a doua stare discretă $\dot{x}(t) = 0$, $x(t_1) = 1$, pentru $t \geq t_1$.

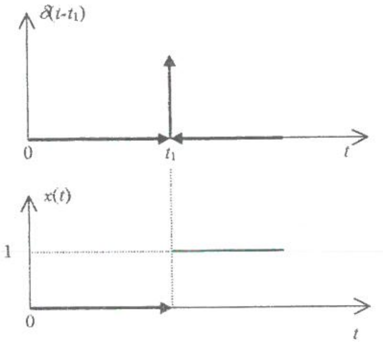


Figura 5. Comportarea SH cu salt controlat (8)

După cum se poate observa, evoluţia teoriei sistemelor hibride începe cu rezolvarea de *studii de caz*, identificarea necesităţii modelelor hibride şi apoi definirea formală a acestora. Totodată, există SH complexe, care prezintă fenomene mixte de comutaţie, ce caracterizează două sau mai multe categorii distincte din clasificarea Branicky.

4. Problematica generală a SH

Studiile de caz pun în evidenţă probleme, iar specificul problemelor determină, în ultimă instanţă, tratarea acestora în cadrul SH.

Iată un astfel de tip de problemă, descris printr-o paradigmă deja faimoasă, prezentată în [16] şi analizată, din punctul de vedere al formalismelor posibile de modelare, în [17].

4.1 Paradigma celor trei rezervoare alimentate de un server

Exemplul 6. [16]

Se consideră $N = 3$ rezervoare (sau *buffer*-e) alimentate de un server S (figura 6).

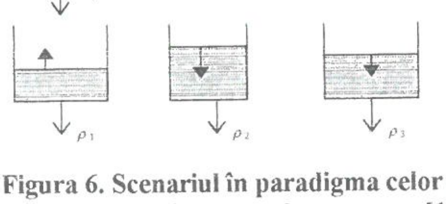


Figura 6. Scenariul în paradigma celor trei rezervoare alimentate de un server [16]

Serverul S poate furniza lichid cu debitul $\rho = 1$. Orice rezervor i pierde lichid cu debitul ρ_i şi se presupune că sistemul este închis, astfel încât este satisfăcută restricţia $\sum_{i=1}^{N} \rho_i = 1$. Poziţia serverului este o variabilă controlabilă şi poate fi aleasă, în funcţie de o politică bazată pe feedback. Schimbarea poziţiei serverului modifică dinamica fluidului în rezervor şi permite, astfel, controlul nivelurilor de lichid.

Observaţia 3. Modelul este general, deoarece conţinutul de lichid din rezervorul i poate fi interpretat şi ca aproximarea continuă a unei cantităţi discrete de *job*-uri într-un sistem de fabricaţie, sau într-un sistem informatic.□

În fiecare rezervor i, dinamica nivelului x_i este de tip integrator. În [17], se propune următorul model al dinamicii nivelurilor în rezervoarele din figura 6:

$$(\Sigma)\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\rho_1 \\ -\rho_2 \\ -\rho_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_1(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_2(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_3(t), \qquad (11)$$

unde $x(t) = [x_1(t) \ \ldots \ x_3(t)]^T$ este vectorul de stare, iar $u_1(t)$, $u_2(t)$ şi $u_3(t)$ sunt semnalele de comandă, respectiv la momentul $t \in \Re^+$. Comenzile pot lua valori în mulţimea $U = \{0, 1\}$ şi doar una din comenzi are valoarea 1 între două comutaţii ale poziţiei serverului: $u_i(t) = 1 \Leftrightarrow$ la momentul t serverul se află în dreptul rezervorului $i \in \{1,2,3\}$. În fiecare rezervor i, se consideră un senzor de nivel cu caracteristică de prag şi limita de basculare $L_i > 0$.

Problema primară de comandă cere să se sintetizeze o politică de comutaţie a poziţiei serverului, astfel încât $\forall i \in \{1,2,3\}$, nivelul x_i să nu scadă sub limita L_i.

Locaţia serverului este selectată pe baza unei observări cuantizate a stării $x(.)$, iar mutarea serverului

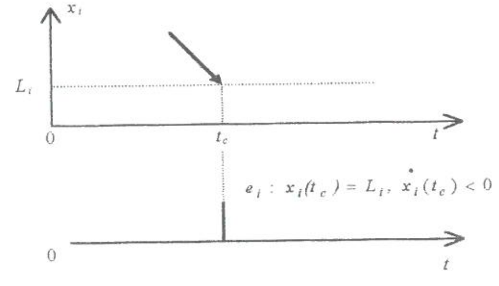


Figura 7. Semnificaţia producerii evenimentului e_i

în dreptul rezervorului i este determinată de producerea evenimentului e_i, cu semnificația din figura 7.

Se presupune că oricare două evenimente e_i, e_j, $j \neq i$, $i, j \in \{1,2,3\}$, nu se pot produce simultan. Sistemul (Σ) evoluează în timp continuu și are variabilele de stare continue, comenzile sunt constante pe porțiuni, iar comutațiile lor au loc la momentele discrete, la care unul din cele trei rezervoare este pe punctul de a se goli, generând un eveniment e_i. O astfel de problemă nu poate fi tratată decât în cadrul teoriei SH. □

Deși aparent simplă, paradigma prezentată ridică probleme complexe de modelare, analiză și sinteză. În [16], se face o analiză statistică a comportării SH, pornind de la modelarea condiției inițiale $x(0)$ ca o variabilă aleatoare, iar în [17], se face o trecere în revistă comparativă a diferitelor modele posibile ale paradigmei, raportată la cele mai importante clase de formalisme de modelare a SH din literatură. În continuare, sunt prezentate câteva din principalele abordări în modelarea SH.

4.2 Considerații privind problema generală de conducere a SH

După cum s-a arătat, un SH este caracterizat, în mod generic, de interacțiunea, prin intermediul unor interfețe, a unor subsisteme *continue*, cu subsisteme cu *evenimente discrete*. Pornind de la varietatea de modalități de descriere a dinamicii continue, a celei discrete și, respectiv, a interacțiunilor dintre acestea, în literatură sunt propuse diferite formalisme de modelare a SH.

Indiferent de formalism, problema conducerii unui SH rezidă, în esență, în dirijarea unui proces fizic către una sau mai multe stări dorite, cu eventuala evitare a altor stări, specificate prin intermediul așa-numitelor restricții de funcționare. În acest sens trebuie luate în considerare atât perturbațiile care apar în modelele subsistemelor continue, cât și evenimentele necontrolabile (ca de exemplu, defectările) care apar în modelele de tip discret.

Kohn și colaboratorii săi propun în [18] următoarea problemă fundamentală, citată în [17]: "*Problema fundamentală a SH*: Dându-se ecuațiile diferențiale ale procesului continuu și specificațiile privind performanțele dorite ale acestuia (care pot include și restricții logice), să se construiască algoritmi pe baza cărora să se genereze programe de conducere (ce implementează legi de comandă cu comutație), care forțează traiectoria continuă să satisfacă performanțele specificate".

În afară de problemele de analiză a *controlabilității*, *stabilității* și *observabilității*, definite în formalismele de modelare a SH, în domeniu apar o serie de probleme tipice, rezultate din necesitatea definirii interfețelor între subsistemele continue și cele discrete. Modul în care sunt definite aceste interfețe are o mare importanță în funcționarea sistemului în buclă închisă [1], [2].

Pe de altă parte, acele evenimente care conduc la schimbarea regimurilor de funcționare a modelelor subsistemelor continue produc, de regulă, și modificări ale valorilor variabilelor de stare pentru acestea din urmă, ceea ce poate conduce la trecerea din regimuri de funcționare continuă, stabile în regimuri instabile. Din punctul de vedere al modelelor hibride, acest tip de reacție se concretizează prin generarea de evenimente necontrolabile, respectiv neobservabile, la nivelul modelelor discrete, care, la limită, reflectă instabilitatea globală a sistemului [8], [9].

Apariția acestor dificultăți este determinată, în general, de clasele de probleme ce trebuie rezolvate, respectiv de specificitatea procesului fizic și de restricțiile de funcționare impuse, motiv pentru care fiecare tip de abordare în modelarea și conducerea SH le acordă ponderi diferite.

4.3 Câteva aspecte privind problema simulării SH

Fie un SH compus doar dintr-un subsistem continuu și un subsistem cu evenimente discrete. Modelul subsistemului continuu este

$$(\Sigma)\ \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)), \tag{12}$$

unde $x \in \Re^n$ este starea, $u \in \Re^m$ este comanda și, pentru simplitate, $u(.)$ este o funcție constantă pe porțiuni. Dacă se dorește integrarea numerică a sistemului (12), folosind o tehnică de tip Runge-Kutta, într-un mediu general de simulare (de exemplu, MATLAB), atunci, principala problemă este sensibilitatea metodelor cu pas variabil la discontinuitățile (aici, de primă speță, ale) vectorului viteză $f(x(.), u(.))$. Această sensibilitate se manifestă, de regulă, prin posibilitatea generării de puncte "false" ale traiectoriei de stare, imediat după momentul t_k la care are loc comutația $u_{k-1} \to u_k$ a comenzii $u(.)$. Acest aspect a condus la cercetări privind extensii ale MATLAB cu module capabile să trateze corect comutațiile [22]. Dacă sistemul (12) este liniar, i.e.

$$(\Sigma_1)\ \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \tag{13}$$

unde A și B sunt matrici reale constante, de dimensiuni corespunzătoare, atunci o alternativă privind tehnica de simulare numerică o constituie *discretizarea prin eșantionare a modelului* (13), conform ecuațiilor cu diferențe

$$(\Sigma_1^d)\ \dot{x}_d((m+1)h) = A_d x_d(mh) + B_d u_d(mh)\ , \quad (14)$$

cu $h > 0$ pasul de eșantionare, $m = 0,1,2,\ldots$, variabila de divizare uniformă a timpului, $A_d = \exp(hA)$ și $B_d = \int_0^h \exp(\theta A)d\theta.B$, urmată de integrarea modelului (14) pe un orizont finit de timp (t_0, t_f), cu $t_d = t_0 + mh$ variabila timp de simulare (la dispoziția utilizatorului, spre deosebire de cazul utilizării metodei Runge-Kutta) [23]. Această metodă este folosită la calculul răspunsului sistemelor liniare continue la intrări etajate și este mai lentă, dar mult mai stabilă decât metodele cu pas variabil când $\dot{x}(.)$ are discontinuități induse de $u(.)$.

O clasă specială de aplicații complexe, cum ar fi sistemele ecologice, necesită însă noi abordări. În acest sens, recent, a fost propus un model de SH ce include

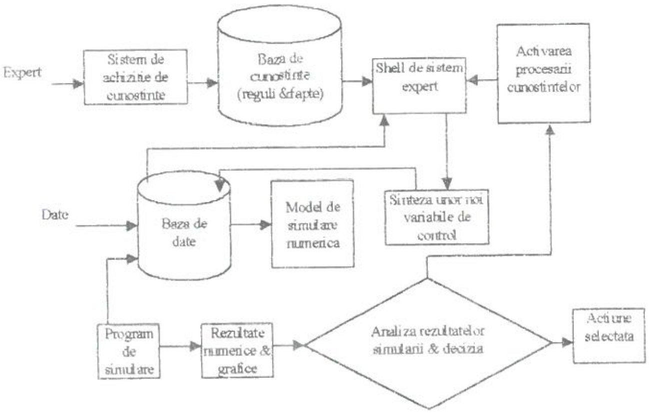


Figura 8. Diagrama sistemului de simulare hibridă, bazată pe cunoștințe – adaptare după [19]

subsisteme bazate pe cunoștințe (figura 8) [19].

În această abordare, simularea hibridă combină două tipuri de modele. Primul este un *model de simulare standard*, constând dintr-un set de ecuații neliniare, discretizate prin eșantionare, iar cel de-al doilea este un *model euristic*, reprezentat de un set de reguli comportamentale, respectiv de comandă și de decizie. Acest ultim model este stocat într-o bază de cunoștințe. Modelul de simulare hibridă a fost implementat într-un sistem experimental de simulare și de conducere, care combină programe de simulare numerică cu un shell de sistem expert. Interfața între cele două componente este realizată de baza de date de simulare.

5. Concluzii

În momentul de față, cercetarea pe plan internațional în domeniul sistemelor hibride cunoaște un avânt remarcabil, concretizat într-o varietate de formalisme de modelare propuse, implicând diverse probleme de analiză și sinteză, precum și într-un mare număr de *studii de caz* – legate, în principal, de interacțiunea calculatoarelor numerice cu universul continuu și/sau de organizarea ierarhizată a structurilor de complexe de conducere – și într-un număr considerabil de lucrări științifice publicate [24], [25], [26], [27].

Cercetarea în domeniul sistemelor dinamice hibride cuprinde următoarele direcții fundamentale [28]:

a. **modelarea**, care presupune crearea de formalisme capabile să reflecte comportarea sistemelor hibride;
b. **analiza**, care are drept obiectiv dezvoltarea de metode, algoritmi și produse software, specifice pentru simularea și verificarea proprietăților modelelor;
c. **comanda** și/sau **supervizarea** sistemelor dinamice hibride, care vizează sinteza de controlere, în general hibride, capabile să genereze semnale continue de comandă și decizii discrete, de forma unor secvențe de simboluri de comandă;
d. **proiectarea**, al cărei scop este investigarea de noi scheme și structuri, capabile să simplifice și să crească eficiența cercetării în direcțiile a, b și c.

Scopul acestei prime părți a fost prezentarea principalelor concepte și clase de SH, precum și a problematicii generale a domeniului. O prezentare mai detaliată a principalelor abordări în domeniu face obiectul părții a II-a a acestui studiu.

Bibliografie

1. **ANTSAKLIS, P.J., A. NERODE**: Hybrid Control Systems: An Introductory Discussion to the Special Issue. În: IEEE Trans. on AC, vol.43(4), April 1998, pp.457-460.
2. **LEMMON, M.D., K.X. HE, I. MARKOVSKY**: A Tutorial Introduction to Supervisory Hybrid Systems. Technical Report of the ISIS Group at the University of Notre Dame, USA, ISIS-98-004, October, 1998.
3. **UTKIN, V.I.**: Variable Structure Systems with Sliding Modes. În: IEEE Trans. on AC, vol.AC-22, No.2, April 1977, pp.212-222.
4. **ÖREN, T.I.**: Concepts for Advanced Computer Assisted Modelling. În : Methodology in Systems Modelling and Simulation, B.P. Zeigler, M.S. Elzas, G.J. Klir, T.I. Ören (eds.), North Holland Publishing Company, 1979, pp.29-55.
5. **CELLIER, F.E.**: Combined Continuous/Discrete Systems Simulation Languages – Usefulness, Experiences and Future Development. În: Methodology in Systems Modelling and

Simulation, B.P. Zeigler, M.S. Elzas, G.J. Klir, T.I. Ören (eds.), North Holland Publishing Company, 1979, pp.201-220.

6. **ZEIGLER, B.P.**: Structuring Principles for Multifaceted Systems Modelling. În: Methodology in Systems Modelling and Simulation, B.P. Zeigler, M.S. Elzas, G.J. Klir, T.I. Ören (eds.), North Holland Publishing Company, 1979, pp.93-135.

7. **DAVID, R.**: Modeling of Hybrid Systems Using Continuous and Hybrid Petri Nets, Petri Nets and Performance Models (PNPM'97), Saint Malo, France, juin 1997.

8. **BRANICKY, M.S.**: Multiple Lyapunov Functions and Other Analysis Tools for Switched and Hybrid Systems. În: IEEE Trans. on AC, vol. 43(4), April 1998, pp. 475-482.

9. **BRANICKY, M.S.**: Studies in hybrid systems: Modeling, analysis and control. PhD thesis, MIT, USA, 1995.

10. **ALLAM, M.** Sur l'analyse quantitative des réseaux de Petri hybrides – une approche basée sur les automates hybrides. Thèse pour obtenir le grade de docteur, Institut National Polytechnique de Grenoble, France, le 7 décembrie 1998.

11. **PONTRIAGUINE, L., B. BOLTIANSKI, R. GAMKRÉLIDZÉ, E. MICHTCHENKO**: Théorie mathématique des processus optimaux, Ed. MIR, Moscou, 1974.

12. **IONESCU, V., C. POPEEA**: Optimizarea sistemelor, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1981.

13. **KAILATH, TH.**: Linear Systems. Prentice Hall, 1980.

14. **STANOMIR, D., O. STĂNĂŞILĂ**: Metode matematice în teoria semnalelor, Editura tehnică, Bucureşti, 1980.

15. **BRÂNZĂNESCU, V., O. STĂNĂŞILĂ**: Matematici speciale, Editura ALL, Bucureşti, 1994.

16. **CHASE, CH., J. SERRANO, P. J. RAMADGE**: Periodicity and Chaos from Switched Flow Systems: Contrasting Examples of Discretely Controlled Continuous Systems. În: IEEE Trans. on AC, vol.38, No.1, January 1993, pp.70-83.

17. **LABINAZ, G., M.M. BAYOUMI, K. RUDIE**: Modeling and Control of Hybrid Systems: A Survey. În: Proc. of the 13th Triennal World Congress, San Francisco, USA, 1996, vol.3c-01 4, pp.293-304.

18. **KOHN, W., A. NERODE, J.B. REMMEL**: Hybrid Systems as Finsler Manifolds: Finite State Control as Approximation to Connexions. Technical Report 95-22. Mathematical Sciences Institute, Cornell University, 1995.

19. **STĂNCIULESCU, FL**: Hybrid Simulation of Systems: a Knowledge-Based Approach. În: Proc. of the Conference of Modelling and Simulation, Barcelona, Spain, Guasch and Huber (eds.), 1994, pp. 116-120.

20. **STĂNCIULESCU, FL**: A Hybrid Intelligent Control System Using a Knowledge-Based Controller. În: Proc. of the 3rd European Control Conference, Rome, Italy, Sept. 1995, pp.1613-1618.

21. **STĂNCIULESCU, FL**: A Hybrid Control System Using a Fuzzy Knowledge-Based Controller and its Application to Control a Complex System. În: Proc. of the European Control Conference ECC'99, Karlsruhe, 31 August – 3 Sept., 1999.

22. **TAYLOR, J.H., D. KEBEDE**: Modeling and Simulation of Hybrid Systems in MATLAB. În: Proc. of the 13th Triennal IFAC World Congress, San Francisco, USA, 1996, vol. 3c-01 1, pp. 275-280.

23. **OLTEAN, V.E.**: Contribuţii la modelarea, analiza şi sinteza sistemelor hibride cu interfaţă continuu/discret, Teză de doctorat. Universitatea "Dunărea de Jos" din Galaţi, 1998.

24. **ANTSAKLIS, P.J., X. KOUTSOUKOS**: On hybrid control of complex systems: A survey. În: Proc. of the ADPM Conference, Reims, France, March 1998, pp.9-16.

25. * * *: IEEE Trans. on AC, vol. 43 (4), Special Issue on Hybrid Control Systems, April 1998.

26. * * *: Proc. of the 3rd Int. Conf. on Automation of Mixed Processes ADPM'98. J. Zaytoon (ed.), Reims, France, 19-20 March 1998.

27. http://www.nd.edu/~isis

28. **BRANICKY, M.S.**: On a Class of General Hybrid Dynamical Systems. În: Proc. of the 13th IFAC Triennal World Congress, San Francisco, USA, 1996, vol.3c-01 3, pp.287-292.