

# MODELUL TERMIC LINIAR PENTRU O CELULĂ DE TERMOMICROSCOPIE

dr.ing. Cristian Dumitrashe

Universitatea "Valahia" Târgoviște

**Rezumat:** Vom prezenta în acest articol rezultatele identificării și generării unui model termic liniar pentru prototipul unei celule de termomicroscopie lucrând în intervalul de temperatură 10°- 120° C.

Rezultatele și concluziile vor servi pentru evaluarea ponderii diferitelor elemente constructive ale celulei în funcția de transfer termic, furnizând informații asupra caracteristicilor regulatorului numeric de temperatură și caracteristicilor produsului final.

**Cuvinte cheie:** Termomicroscopie, Funcție de transfer, Model liniar, Simulare Matlab.

## 1. Introducere

O "celulă de microscopie termală" este un dispozitiv adaptabil unui microscop optic, ce permite observarea și determinarea dependenței de temperatură a unor procese fizice (tranzitii de fază, polimorfism, comportare la topire și solidificare, cristalinitate, topire eutectică, temperatură de descompunere, dehidratare, puncte de topire, etc.). Celula folosită de noi (prototip), este reprezentată în figura 1 [17]. Ea servește pentru determinarea indicelui de refracție al unor microfragmente de sticlă (cu dimensiunea sub 1 mm), imersate într-un ulei, având indicele de reflecție puternic dependent de temperatură (D.C. 710) și stabil până la aproximativ 300° C. Aflată pe o lamelă de microscop, microfragmentele imersate sunt observate la microscop în contrast de fază.

La egalarea indicelui de refracție al uleiului cu cel al microfragmentului de sticlă, contrastul zonei de tranzitie dintre cele două regiuni trece printr-un minim. Metoda descrisă este folosită în mineralogie și, mai ales, în criminalistică, alături de spectrometria de raze X, ca metodă de recunoaștere și identificare a microfragmentelor de sticlă [1], [2], [3], [4], [5].

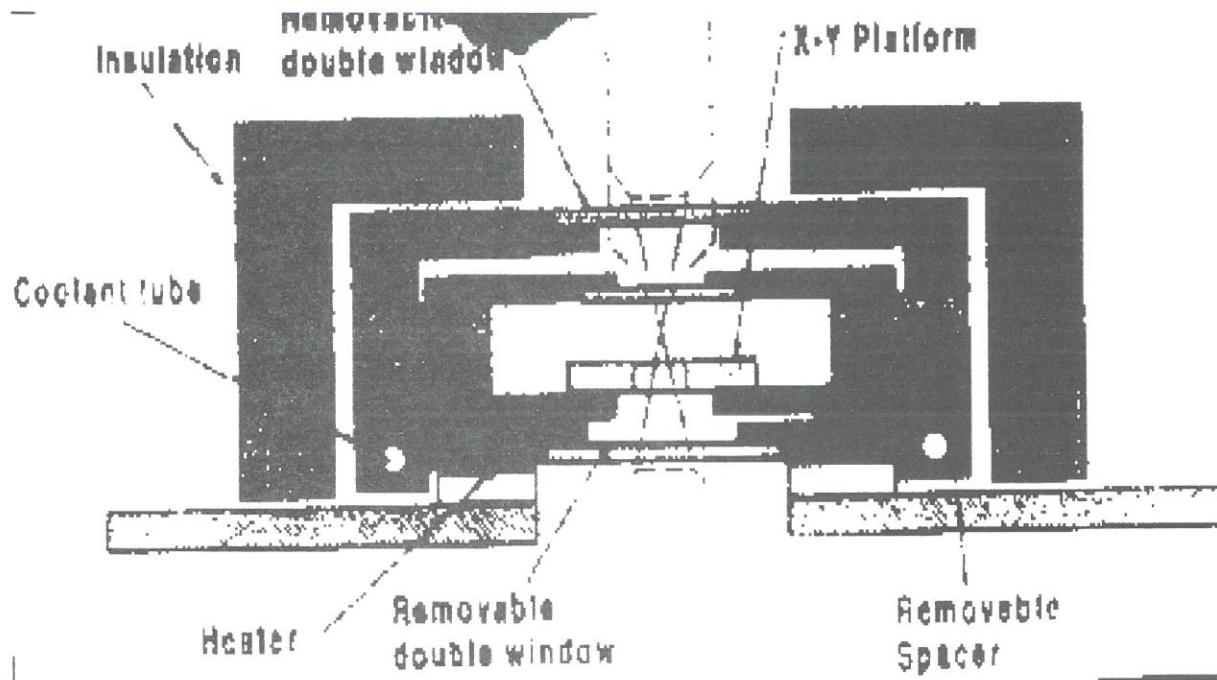


Figura 1. Celula de microscopie termală (prototip)

Domeniul de variație al temperaturii este între temperatura ambientă și 120° C după o rampă cu pantă 1÷5 °C/min. Atât uniformizarea temperaturii, cât și răcirea sunt realizate cu un ventilator de 20 W. Pentru proiectarea regulatorului numeric de temperatură și pentru evaluarea ponderii unor elemente constructive ale prototipului, prezentăm modelarea și identificarea procesului condus adică a prototipului celulei de microscopie termală [6] și [7].

## 2. Modelare și rezultate

Controller-ul de temperatură livră elementelor rezistive de încălzire ale celulei puterea  $Q$ . Acestea au capacitatea calorică totală  $C_h$  și se găsesc la temperatura  $T_h$ . Celula are rezistență termică  $R_{ho}$ , iar rezistența termică a învelișului izolator este  $R_o$ . Temperatura ambiantă este  $T_e$ . În interiorul celulei temperatura este  $T_0$ . Aceasta este măsurată de către controller și comparată cu referința prescrisă  $T_s$ . În figura 2, este reprezentată schema echivalentă a celulei din punct de vedere termic. ( $C_o$  este capacitatea calorică a celulei).

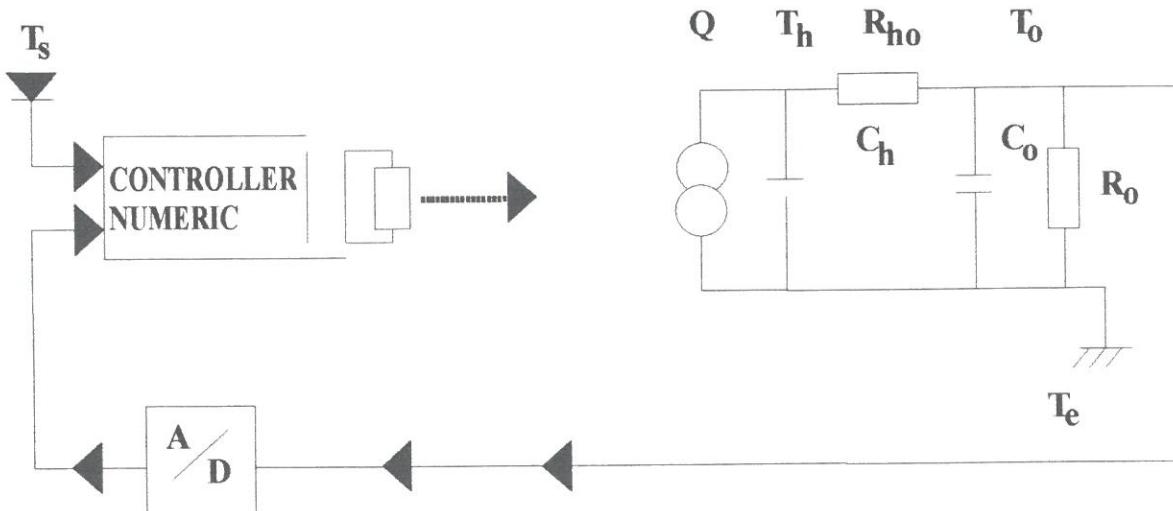


Figura 2. Schema echivalentă a celulei din punct de vedere termic

Vom considera un model liniar:

Din examinarea schemei echivalente din figura 2, putem scrie ecuațiile diferențiale cu coeficienți constanți:

$$\dot{T}_h = \frac{\dot{Q}}{C_h} - \frac{T_h - T_0}{C_h \cdot R_{ho}} \quad (1)$$

$$\dot{T}_0 = \frac{T_h - T_0}{C_o \cdot R_{ho}} + \frac{T_e - T_0}{C_o \cdot R_o} \quad (2)$$

Pentru deducerea ecuațiilor (1) și (2), am folosit echivalența dintre modelul electric și cel termic al unui circuit.

De exemplu:

Suma dintre curentul termic  $T_h C_h$  prin capacitatea calorică a încălzitorului și curentul prin rezistență termică  $R_{ho}$  este tocmai puterea transmisă  $Q$  de către elementele de încălzire.

$$\dot{Q} = C_h \cdot \dot{T}_h + \frac{\dot{T}_h - T_0}{R_{ho}} \quad (3)$$

Derivând ecuația (2) în raport cu timpul și eliminând  $\dot{T}_h$  între (1) și (2), obținem:

$$(C_h \cdot R_o \cdot R_{ho}) \cdot \ddot{T}_0 + (C_o \cdot R_o + C_h \cdot R_h + C_h \cdot R_{ho}) \cdot \dot{T}_0 + T_0 = Q \cdot R_o + T_e \quad (4)$$

$$\text{Notând: } \Delta = T_0 - T_e \quad (5)$$

$$\varpi_n^2 = \frac{1}{C_h \cdot R_{ho} \cdot C_o \cdot R_o} \quad (6)$$

$$\xi = \frac{\varpi_n}{2} (C_o \cdot R_o + C_h \cdot R_o + C_h \cdot R_{ho}) \quad (7)$$

Obținem ecuația diferențială ce leagă răspunsul de temperatură  $\Delta$  de puterea transmisă  $Q$ :

$$\ddot{\Delta} + 2\xi\varpi_n \cdot \dot{\Delta} + \varpi_n^2 \cdot \Delta = \dot{Q} \cdot \frac{R_o}{C_h \cdot C_o \cdot R_o \cdot R_{ho}} \quad (8)$$

Aceasta este ecuația cunoscută a unui oscilator liniar armonic, ce poate avea un răspuns oscillatoriu pentru  $\xi < 1$ , amortizat pentru  $\xi > 1$  și critic amortizat pentru  $\xi = 1$ . După aplicarea operatorului transformatei Laplace, vom găsi funcția de transfer căutată pentru celulă:

$$H(s) = \frac{\Delta(s)}{Q(s)} = \frac{R_0 \cdot \omega_n^2}{s^2 + 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2} \quad (9)$$

Aceasta este funcția de transfer a unui sistem liniar de ordinul 2.

Pentru ca modelul termic liniar și cu constante concentrate să fie complet, este necesară întâi estimarea valorilor numerice pentru elementele din figura 2, astfel: elementele rezistive de încălzire disipă puterea maximă  $Q = 150$  W. Menținerea celulei la temperatura curentă de lucru (aproximativ  $100^\circ$  C) cere o putere de aproximativ 75 W. În acest fel:

$$R_0 = \frac{(\Delta T)_{\text{stationar}}}{(Q)_{\text{stationar}}} \approx \frac{75}{75} = 1 \text{ K/W}$$

Celula se răcește de la  $100^\circ$  C la valoare minimă acceptabilă pentru temperatură de  $50^\circ$  C (cu ventilatorul în funcțiune) în 10 minute. Deci,  $C_o R_o \approx 600$  s, deci  $C_o = 600/1 = 600$  J/K (Temperatura ambiantă este de  $25^\circ$  C). Temperatura de lucru a elementelor de încălzire (din Kanthal) este de aproximativ  $300^\circ$  C, astfel:

$$R_{h0} = \frac{300 - 100}{150} \approx 30 \text{ J/K}$$

Acestea se răcesc cu o constantă de timp de 45 s, ceea ce conduce la  $C_h = 45/1,3 \approx 30$  J/K.

Cu valorile numerice calculate găsim o pulsărie proprie  $\omega_p = 0,0065$  rad/s și un coeficient de amortizare  $\xi = 2,18$ .

### 3. Discuții

Sistemul este stabil după cum se vede în figura 3 (locul rădăcinilor) și figura 4 (poziția polilor).

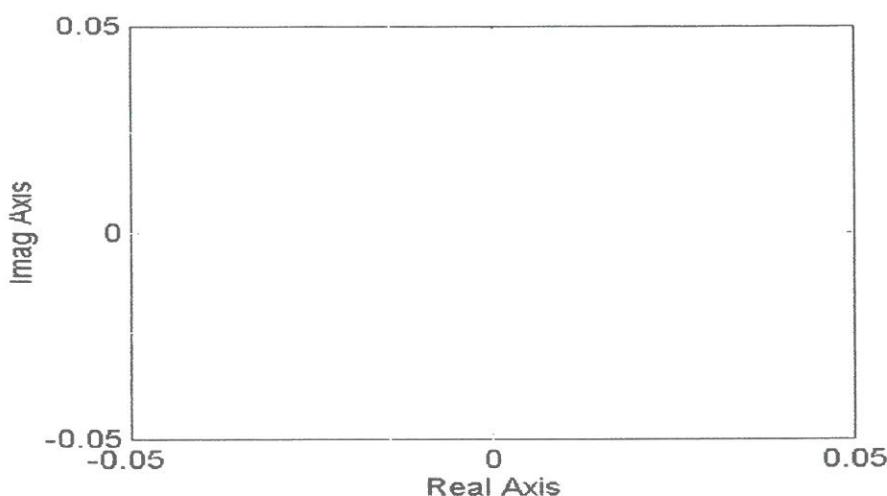
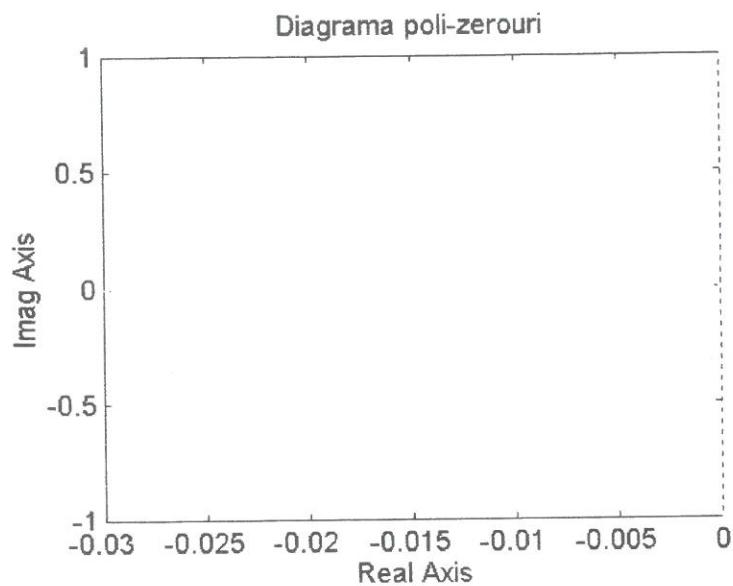
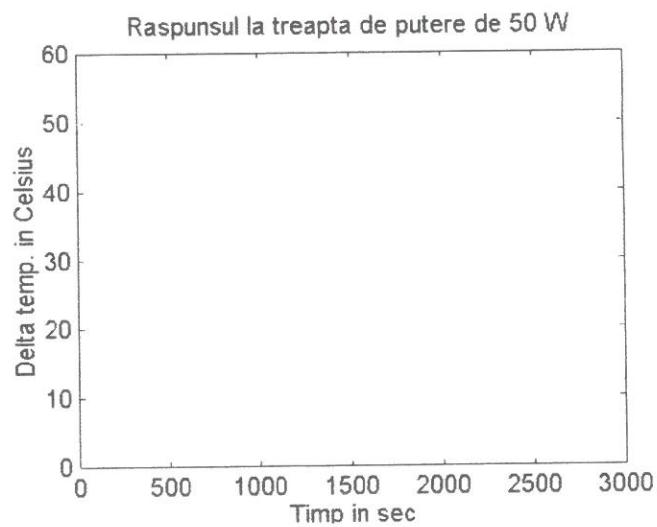


Figura 3. Locul rădăcinilor



**Figura 4. Poziția polilor**

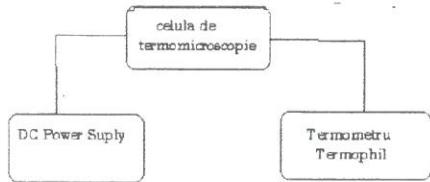
Răspunsul sistemului, în buclă deschisă, la treapta de putere de 50 W este reprezentat în figura 5. Timpul de creștere este de aproximativ 1500 s – deci extrem de lung.



**Figura 5. Răspunsul în buclă deschisă la treapta de 50 W**

Prima încercare va fi de a scurta acest timp, luând  $\xi=1$  și același  $\omega_n$ .

Toate rezultatele se obțin cu programul Matlab din anexă. Pentru  $\xi=1$  timpul de creștere va fi în jur de 800 s. Vom obține aceasta, micșorând  $C_o$ ,  $C_h$  și  $R_{ho}$  și crescând  $R_o$ . Aranjamentul experimental este prezentat în figura 6.



**Figura 6. Dispozitiv experimental folosit pentru modelarea celulei de termomicroscopie  
(elementele de încălzire sunt din Kanthal)**

## 5. Concluzii

Este necesar să micșoram capacitatele calorice atât ale celulei, cât și ale elementului de încălzire, să micșoram rezistența termică de la elementul de încălzire la celulă și să mărim rezistența termică a izolației de la celulă la mediul înconjurător.

Valoarea astfel realizată a timpului de creștere este în continuare mare. Aceasta este o indicație că va trebui să închidem bucla de reacție și să adăugăm un regulator.

Vom admite un suprareglaj de 10%, ceea ce corespunde la  $\xi = 0,6$  (vezi [9], pag. 36).

Aceasta conduce la un timp de creștere normalizat  $\omega_n t_c = 2,5$ .

Deoarece vom dori să aducem timpul de creștere la 100 s, rezultă că  $\omega_n = 2,5 \times 10^{-2}$  s, deci, de aproximativ 4 ori mai mare decât valoarea inițială.

## Bibliografie

1. **VARSHNEYA, A.K.**: Fundamentals of Inorganic Glasses, Academic Press, New York (1994); Chapters 7 & 9.
2. **PAROUCHAIS, T.Z., I. M. WARNER, L.T. PALMER, H. KOBUS**: The Analysis Of Small Glass Fragments Using Inductively Coupled Plasma Mass Spectrometry. În: Journal Of Forensic Sciences 41:3. (5/1996). pp 351-360.
3. **G.R.I.T., C.W. SAMPSON**: Glass Recovery Investigative Technique. În: Journal Of Forensic Identification 42:2. (3-4/1992). pp. 96-100.
4. **PITTS, S. J., B. KRATOCHVIL**: Statistical Discrimination Of Flat Glass Fragments By Instrumental Neutron Activation Analysis Methods For Forensic Science Applications. În: Journal Of Forensic Sciences 36:1. (1/1991). pp. 122-137.
5. **ZIECHNER, A., G. FEINGOLD**: Improved Sample Holder For Refractive Index Measurements Of Small, Single Glass Fragments. În: Journal Of Forensic Sciences 34:4. (7/1989). pp. 1003-1006.
6. **FRANKLIN, G.F., J.D. POWELL, M.L. WORKMAN**: Digital Control of Dynamic Systems, Addison-Wesley: Reading, Massachusetts, 1990).

7. **MIDDLETON, R.H., G.C. GOODWIN:** Digital Control and Estimation, A Unified Approach, Prentice Hall: Englewood Cliffs, New Jersey, 1990.
8. **Mettler-Toledo, Instec**, Prospecte de firma, 2001.
9. **LANDAU, I., D.:** Identificarea și comanda sistemelor, Editura Tehnică, București, 1997.