

STAREA DE AGLOMERĂȚIE A UNEI REȚELE

Cristian Lupu(cara1@surf.ro)

Andrei Hagiescu

Centrul pentru Noi Arhitecturi Electronice al Academiei Române

Rezumat: Rețelele de interconectare sunt, de obicei, evaluate neglijând poziția originii. Articolul încearcă să reveleze aspecte interesante ale evaluării rețelelor, în special ale rețelelor neomogene, din punctul de vedere al localității de interconectare spațiale. Localitatea spațială este unul din cele mai cunoscute criterii pentru proiectarea topologică a rețelelor de interconectare, utilizate în sisteme paralele. Localitatea spațială, pe care am divizat-o în localitate structurală și în localitate funcțională, poate fi apreciată printr-o serie de mărimi începând cu vecinătăți, diametru și distanțe medii funcționale. Introducem în acest articol *relieful unei rețele*, măsurat prin *curbe de nivel*. Pe baza acestuia, definișim *stările de aglomerare*, *panta diametrului* și *panta distanței medii* pentru a evalua localitatea.

Cuvinte cheie: rețele ortogonale, structuri hipergeneralizate, localitate de interconectare, relieful unei rețele, curbă de nivel, stare de aglomerare, panta diametrului, panta distanței medii.

1. Introducere. Rețele ortogonale omogene și neomogene

Cele mai multe rețele de interconectare directe implementate au o topologie ortogonală [3]. Dintre cele mai generale rețele de acest gen sunt *hipercuburile generalizate*, HCG, [2], sau *rețelele alfa* [1]. Aceste structuri interconectează N noduri în r dimensiuni, unde $N = m_r \cdot m_{r-1} \cdots m_i \cdots m_1$ [2]. În fiecare dimensiune i , există m_i noduri interconectate toate cu toate. Un HCG este o rețea de interconectare directă, în care fiecare nod reprezentat de o adresă intr-un sistem de numerație în bază multiplă, SNBM, [2, 10], $X = (x_r, x_{r-1} \cdots x_{i+1}, x_i, x_{i-1} \cdots x_1)$, este conectat cu nodurile adresate de $X' = (x_r, x_{r-1} \cdots x_{i+1}, x_i', x_{i-1} \cdots x_1)$, unde $1 \leq i \leq r$, $0 \leq x_i' \leq m_i - 1$ și $x_i' \neq x_i$.

Dacă HCG are o singură dimensiune, obținem *rețea completă conectată*, RCC, în care nodurile ($N=m$) sunt legate toate cu toate. Să notăm că HCG poate fi acum înțeles ca o rețea de interconectare directă, în care o structură elementară de interconectare, SEI, de tipul RCC leagă nodurile în fiecare dimensiune.^[13]

Alte structuri elementare de interconectare pot defini alte rețele generalizate. De exemplu, dacă SEI este un tor (T) obținem un *hipertor generalizat*, HTG, și, dacă SEI este o grilă (G), obținem o *hipergrilă generalizată*, HGG. Rețelele rezultante interconectează un număr de noduri printr-un număr legături, nodurile din fiecare dimensiune fiind conectate prin aceeași SEI. Vom da alte două definiții pe care le vom folosi mai târziu, bazate pe alte două structuri elementare de interconectare, tor și grilă.

Un HTG este o rețea în care fiecare nod X reprezentat printr-o adresă scrisă în SNBM este conectat cu nodurile vecine cele mai apropiate adresate de $X' = (x_r, x_{r-1} \cdots x_{i+1}, x_i', x_{i-1} \cdots x_1)$, unde $1 \leq i \leq r$, $x_i' = |x_i \pm 1|_{\text{modulo } m_i}$.

Un HGG este o rețea în care fiecare nod X , reprezentat printr-o adresă scrisă în SNBM, este conectat într-o grilă cu nodurile adresate de $X' = (x_r, x_{r-1} \cdots x_{i+1}, x_i', x_{i-1} \cdots x_1)$, unde $1 \leq i \leq r$, $x_i' = x_i \pm 1$ | $x_i \neq 0$ și $x_i \neq m_i - 1$; $x_i' = x_i + 1$ | $x_i = 0$; $x_i' = x_i - 1$ | $x_i = m_i - 1$.

Până acum, am definit topologii cu structuri elementare de interconectare constante. Asta înseamnă că SEI este același pentru toate dimensiunile și este constantă în orice dimensiune. Să denumim aceste rețele, *rețele omogene*. Sunt rețele omogene la *legături*, spre deosebire de rețelele omogene la noduri (procesoare), în care nodurile sunt identice [15]. Exemple sunt HCG, HTG și HGG, ale căror topologii sunt date în figura 1.

Am introdus în [10, 13] o varietate topologică de rețea ortogonală neomogenă, o structură *hiper generalizată*, SHG, cu intenția să accentuăm localitatea, comparativ cu rețelele omogene. O SHG este o rețea de interconectare în care fiecare nod X este conectat în dimensiunea i , $1 \leq i \leq r$, cu nodurile adresate de către un vector de interconectare ($\bigcup_{j=1}^{k_i} X^{ij}$) = $(x_r, x_{r-1} \cdots x_{i+1}, x_i', x_{i-1} \cdots x_1)$. ($\bigcup_{j=1}^{k_i} X^{ij}$) semnifică faptul că un nod al SHG este interconectat cu vector de reunii de structuri elementare de interconectare, în loc să fie conectat cu o singură SEI ca în rețelele omogene. Acest vector de interconectare are r elemente, $1 \leq i \leq r$. Deci, acest vector de interconectare este definit, pe de-o parte, de numărul de dimensiuni, r , iar, pe de altă parte, de cele k_i structuri elementare de interconectare, $i = 1, 2, \dots, r$, pentru care sunt specificate reunii ($\bigcup_{j=1}^{k_i} X^{ij}$), $j = 1, 2, \dots, k_i$. X^{ij} sunt rețele omogene cum ar fi torul (T), grila (G) sau rețea completă conectată (RCC), și nu trebuie să fie disjuncte într-o dimensiune.

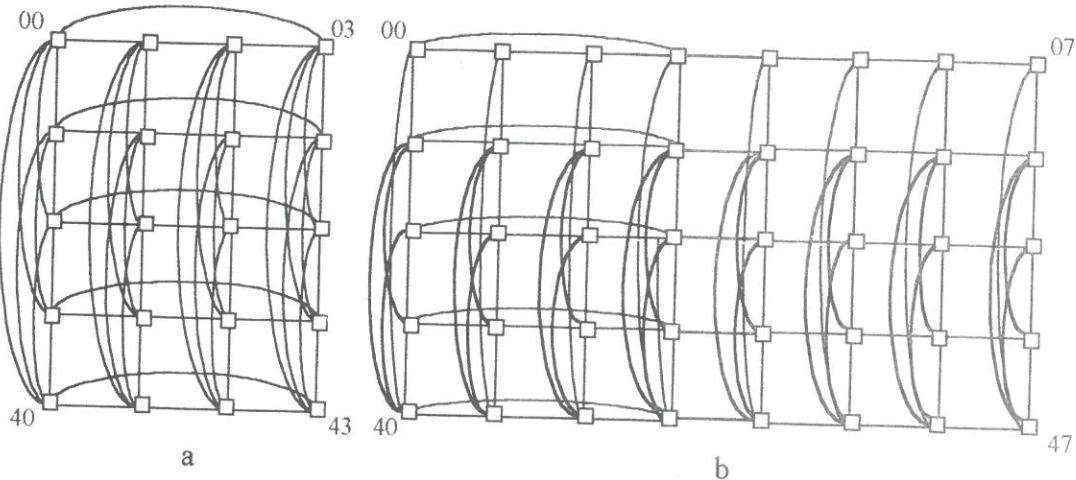


Figura 1. Două exemple de GHS-s cu $N=m_2 \times m_1=5 \times 4$: {CCN, T} – (a) și cu $N=m_2 \times m_1=5 \times 8$: $\{T_{0:4} \cup CCN_{1:4}, T_{0:3} \cup G_{3:7}\}$ – (b)

În scopul înțelegerii topologiei SHG și, mai ales, a modului de a codifica SHG, dăm două exemple de structuri neomogene, SHG1 și SHG2. SHG1 este cu $N=5 \times 4$ și vectorul de reununi este (X^{21}, X^{11}) . În prima dimensiune, nodul X al structurii SHG1 va fi legat cu nodurile X^{11} într-un tor, T , $X^{11}=(x_2, x_1)$, unde $|x_1 \pm 1| \pmod 4$. În a doua dimensiune, nodul X al structurii SHG1 este legat cu nodurile X^{21} într-o RCC, $X^{21}=(x_2' x_1)$, $0 \leq x_2' \leq 4$, $x_2' \neq x_2$. SHG1 este codat, conform vectorului de interconectare, prin (RCC, T) și este dat în figura 2a.

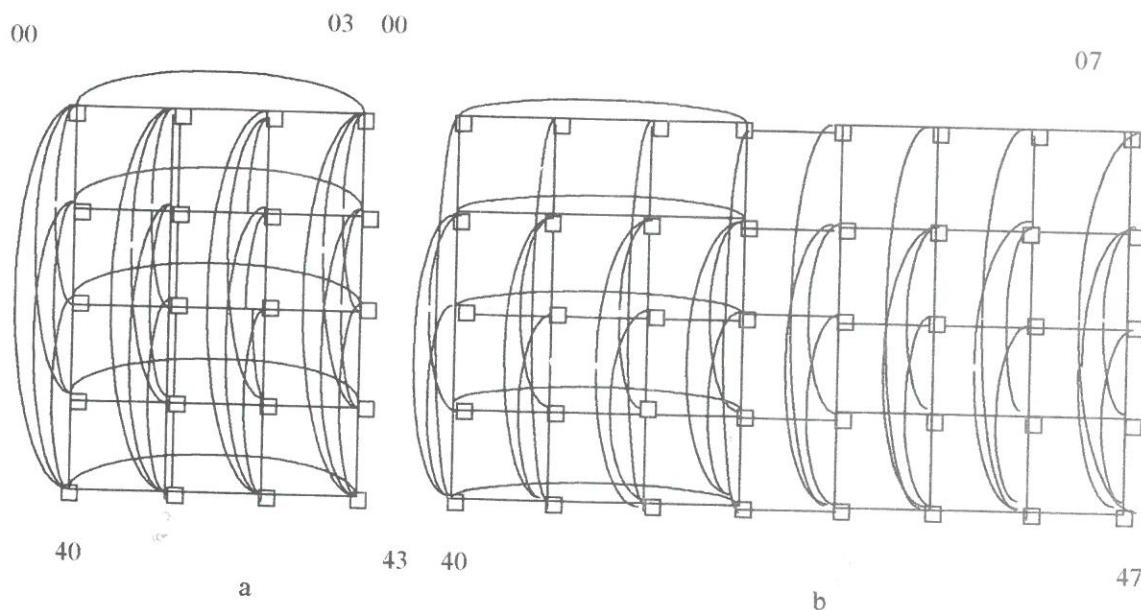


Figura 2. Două exemple de SHG cu $N=m_2 \times m_1=5 \times 4$, a - (CCN, T) , and $N=m_2 \times m_1=5 \times 8$, b - $(T_{0:4} \cup CCN_{1:4}, T_{0:3} \cup G_{3:7})$

SHG2 este o structură cu $N=5 \times 8$ noduri. În prima dimensiune, primele noduri sunt conectate într-un tor și ultimele cinci într-o grilă. În cea de-a doua dimensiune, primele cinci noduri (toate) sunt interconectate într-un tor și ultimele patru, în RCC. Reuniunea $(\bigcup_{j=1}^k X^{ij})$ devine $(X^{21} \cup X^{22}, X^{11} \cup X^{12})$.

Adresa nodului X al structurii SHG2 este $X=(x_2, x_1)$, unde $x_2 \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ și $x_1 \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. În prima dimensiune, nodul X va fi legat la nodurile $X^{11} \cup X^{12}$, X^{11} reprezentând un tor, T , și X^{12} reprezentând o grilă, G . Torul este pentru $X^{11}=(x_2, x_1')$, $x_1' \in \{0, 1, 2, 3\}$, unde $x_1'=|x_1 \pm 1| \pmod 4$, și grila pentru $X^{12}=(x_2, x_1')$, $x_1' \in \{3, 4, 5, 6, 7\}$, unde $x_1'=x_1 \pm 1$ și $x_1 \neq 7$, $x_1'=x_1+1$ și $x_1=3$, $x_1'=x_1-1$ și $x_1=7$. În a doua dimensiune, nodul X

va legat cu nodurile $X^{21} \cup X^{22}$, X^{21} reprezentând un tor, T , și X^{22} reprezentând o structură RCC. Pe această dimensiune, structurile elementare de interconectare nu sunt disjuncte. Torul este pentru $X^{21} = (x_2, x_1)$, $x_2 \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$, unde $x_2 = |x_2 \pm 1|_{modulo 5}$, și RCC este pentru $X^{22} = (x_2, x_1)$, $x_2 \in \{1, 2, 3, 4\}$, unde $1 \leq x_2 \leq 4$, $x_2 \neq x_1$. SHG2 este codată ($T_{0+4} \cup RCC_{1+4}$, $T_{0+3} \cup G_{3+7}$) conform vectorului de interconectare $(X^{21} \cup X^{22}, X^{41} \cup X^{42})$ și este reprezentată în figura 2b.

2. Starea de aglomerație a unei rețele

Localitatea este unul din cele mai importante criterii de proiectare a calculatoarelor [3, 5, 6, 7, 15]. Deși acest principiu al localității se vede la orice nivel al unui proiect modern de calculator, principiul nu este suficient definit și, mai ales, utilizat în evaluarea și proiectarea rețelelor de interconectare.

Localitatea de interconectare într-o rețea directă se apreciază prin *vecinătăți* [8]. Vecinătățile sunt de două feluri: de *suprafață* și de *volum*. Vecinătatea de suprafață este numărul de noduri la distanța d față de o origine aleasă arbitrar: $SN_d(O) = N_d(O)$, unde O este originea. Vecinătatea de volum este numărul *total* de noduri la distanța d împrejurul unei origini O alese arbitrar: $VN_d(O) = \sum_{i=1}^d N_d(O)$. Prin vecinătăți se poate măsura analitic *localitatea structurală*. O altă măsură a localității structurale, mai sintetică, este *diametrul*: la același număr de noduri, cu cât este mai mic diametrul, cu atât este mai mare localitatea!

Am introdus, până aici, rețele ortogonale omogene și neomogene, am spus câteva cuvinte despre localitate de interconectare structurală. O problemă de care nu ne-am ocupat în [8, 9, 10, 11, 13] este dependența vecinătăților și a diametrului de *poziția originii*. În rețelele omogene și regulate, ca de exemplu HCG sau HTG, poziția originii nu contează unde este. Rețelele sunt *sferice*, diametrul este același indiferent de poziția originii. Ca atare, vecinătățile de volum și suprafață sunt aceleași. Un HCG sau HTG cu $N = 5 \times 4$ noduri au diametrele pentru toate pozițiile originii 2, respectiv 4. Cum ne așteptam, localitatea structurală este mai bună în HCG decât în HTG.

În rețelele neregulate (HGG) și/sau în rețelele neomogene (SHG), poziția originii contează. Asta înseamnă că vecinătățile și diametrele variază, în funcție de poziția originii. În figura 3a, dăm diametrele unei HGG cu $N = 5 \times 4$ noduri, iar în figura 3b, dăm diametrele rețelei SHG prezentate în figura 2b. Pentru a înțelege mai bine, introducem *modelul topografic al unei rețele* [12] dând *curbele de nivel ale diametrelor*. În felul acesta, localitatea structurală se compară cu un *relief*. Folosind modelul topografic, localitățile rețelelor omogene HCG și HTG cu $N = 5 \times 4$ noduri, pe care le-am dat exemplu, sunt *podișuri cu înălțimea* (diametrul) 2, respectiv 4.

În HGG din figura 3a, *relieful localității* este foarte simplu: o singură vale de două noduri în mijlocul rețelei, în cazul nostru de *adâncime* (diametru) 4, înconjurate de patru vârfuri în colțuri, de *înălțime* (diametru) 7. Panta diametrală este 3. În figura 3b, relieful rețelei este mai accentuat: patru vârfuri cu un singur nod, două de diametru 4 în mijlocul rețelei și două de diametru 6 într-o parte; două vârfuri cu un singur nod de diametru 8; două vârfuri cu două noduri de diametru 8. Cea mai mare pantă diametrală este 4.

Să introducем, în fine, *starea de aglomerație a unei rețele*. Ne vom referi pentru acesta la modelul topografic despre care am vorbit mai sus. Localitățile structurale sunt mai mult sau mai puțin *aglomerate*, ca în realitate. Cea mai adâncă vale ne informează despre *cea mai aglomerată localitate*, iar cel mai înalt vârf despre *cea mai puțin aglomerată localitate*. Astfel, *starea structurală de aglomerație* a unui nod de rețea poate fi măsurată prin diametrul rețelei cu originea în nodul respectiv. Un relief mai puțin accentuat semnifică o localitate mai puțin accentuată. De pildă, podișurile, cu care se asemănă rețelele omogene (HCG și HTG), au aceeași localitate constantă în întreaga structură a rețelei. SHG, ca o varietate topologică de rețea neomogenă, se află la celălalt capăt. De ce este atât de importantă starea de aglomerație? Localitățile trebuie tratate în aplicațiile de comunicare sau de calcul în funcție de *starea de aglomerație*! Sau, mai bine spus, rețelele trebuie proiectate în funcție de starea de aglomerație a aplicațiilor.

Am văzut cum se evaluatează localitatea structurală în funcție de poziția originii. Localitatea structurală este o informație invariabilă, legată de topologia rețelei. Ce putem spune despre localitatea *funcțională* [11, 13] legată mai mult de aplicațiile de calcul sau de comunicare? Un punct de vedere funcțional trebuie să ia în considerare modelul implementat pe structura de interconectare. O cale este cea care utilizează distribuțiile de rutare a mesajelor pentru caracterizarea localității funcționale a unui proces de calcul sau comunicație.

Am introdus în [11, 13] *distanța medie funcțională*, o mărime sintetică precum diametrul, care ne ajută să măsurăm *starea de aglomerație funcțională*: cu cât distanța medie funcțională este mai mică, cu atât starea de aglomerație funcțională este mai mare!

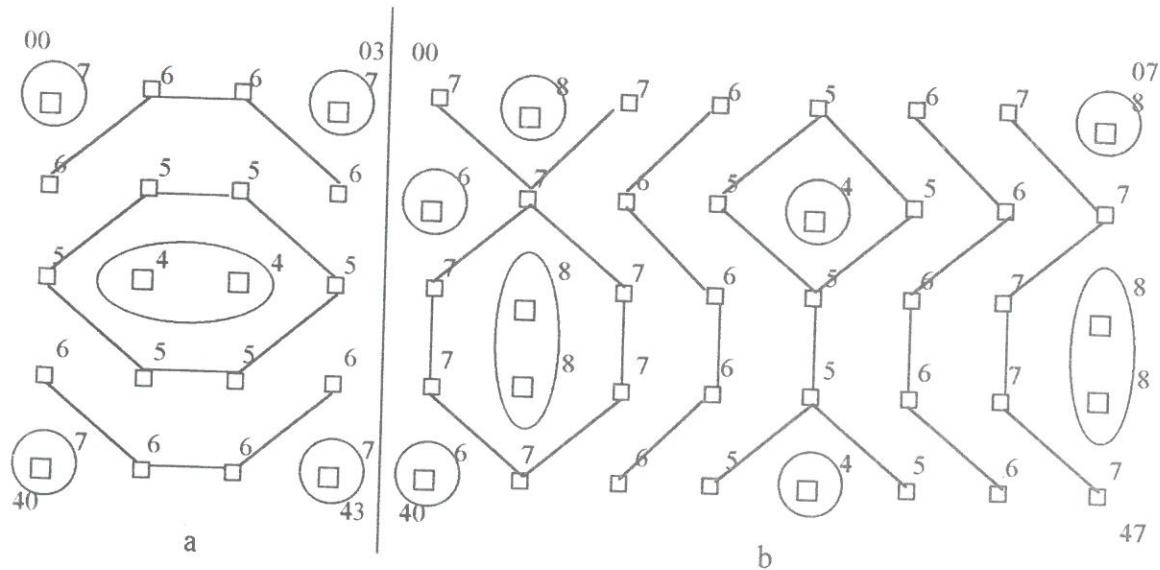


Figura 3. Diametrele unei HGG cu $N=5 \times 4$ (a) și ale SHG2 din fig. 2b (b)

Să dăm câteva exemple având la bază distribuțiile de rutare uniformă și exponențială și topologia dată în figura 2b. Pentru distribuția uniformă, avem $\Phi_O(d) = 1/D(O)$ și pentru distribuția exponențială, avem $\Phi_O(d) = K_O \times \lambda^d$. Parametrul subunitar λ caracterizează localitatea procesului lângă origine: cu cât este mai aproape de 1, cu atât localitatea este mai difuză și distribuția de rutare mai aproape de distribuția uniformă; cu cât este mai aproape de 0, localitatea este mai puternică.

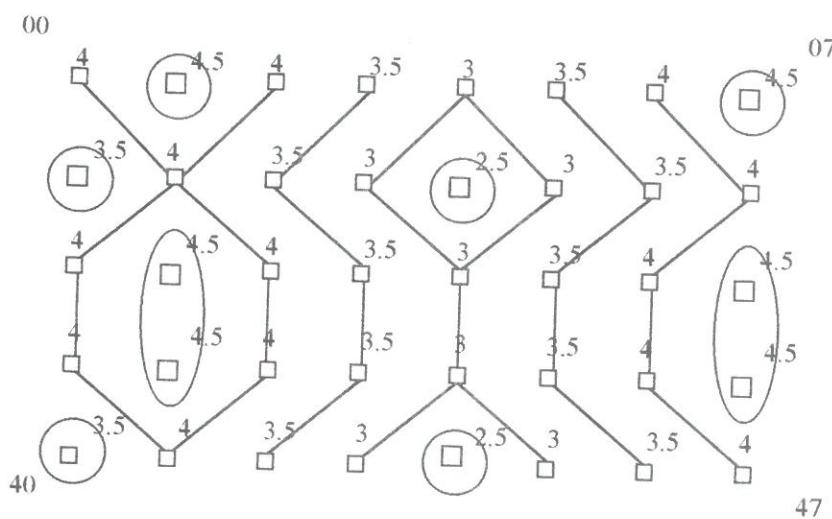


Figura 4. Liniile de nivel ale distanței medii funcționale în cazul distribuției uniforme pentru rețeaua din figura 2b

În figura 4, dăm liniile de nivel ale distanței medii funcționale $\overline{d_U}(O)$ pentru distribuția uniformă. Relieful localității funcționale, în acest caz, este același cu cel din figura 3b, dar mai mic: două văi de adâncimi (distanțe medii) 2.5 și 3.5 și patru vârfuri de înălțime (distanță medie) 4.5. Cea mai mare pantă a distanței medii $\overline{d_U}(O)$ este 2. Relieful are aceeași semnificație: adâncimea văilor ne informează despre cele mai aglomerate localități funcționale și înălțimea vârfurilor despre cele mai puțin aglomerate localități funcționale.

În figurile 5, 6 și 7, dăm liniile de nivel ale distanțelor medii funcționale pentru distribuția exponențială $\overline{d_\lambda}(O)$ cu $\lambda=0.2$, $\lambda=0.4$ și $\lambda=0.9$ în cazul topologic din figura 2b. În figura 5, pentru $\lambda=0.2$, conform modelului

topografic, se vede un podis de înălțime (distanță medie) 1.25 și două văi mici de adâncime 1.24. Relieful sub formă de podis ne spune că aglomerația funcțională este aproape de maximum (1). Cele două văi mici (1.24) ne spun că aglomerația minimă abia se observă: panta distanței medii este de 0.01. Astă înseamnă, de asemenea, că la λ mic, localitate puternică, rețelele se optimizează cu greu prin proiectare topologică [8]. În figura 6, $\lambda=0.4$, relieful începe să se accentueze: podisul se divizează și se limitează și apar două alte văi. Primele două văi au o adâncime de 1.56 și o pantă a distanței medii de 0.1. Celelalte două văi care au apărut în relieful rețelei pentru $\lambda=0.4$, au o adâncime de 1.64 și o pantă a distanței medii de 0.02 față de podis. În figura 7, $\lambda=0.9$, relieful rețelei se accentuează în continuare, apropiindu-se din în ce mai mult de distribuția uniformă (figura 4). În figura 7, vedem același relief al localității funcționale ca în distribuția uniformă, pentru aceeași rețea, dar mai mic cu $0.13 \div 0.55$. Aceasta înseamnă că panta maximă este de 1.58 comparativ cu 2.

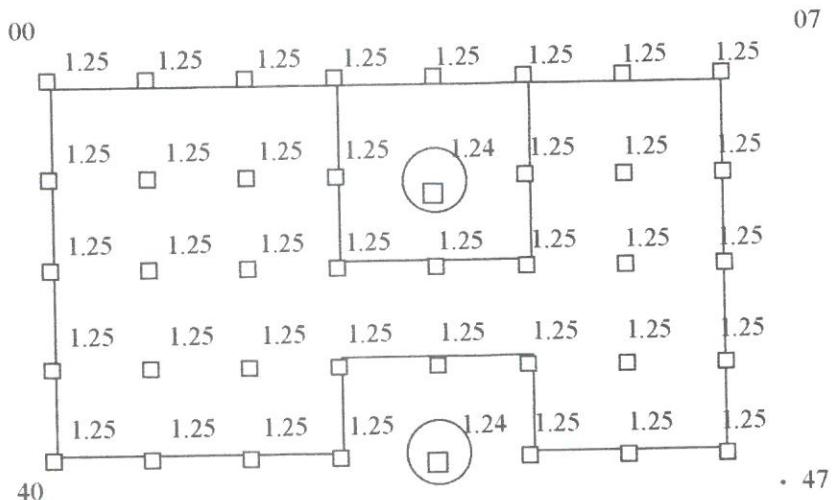


Figura 5. Curbele de nivel ale distanței medii funcționale pentru distribuția exponențială cu $\lambda=0.2$ pentru rețeaua dată în figura 2b

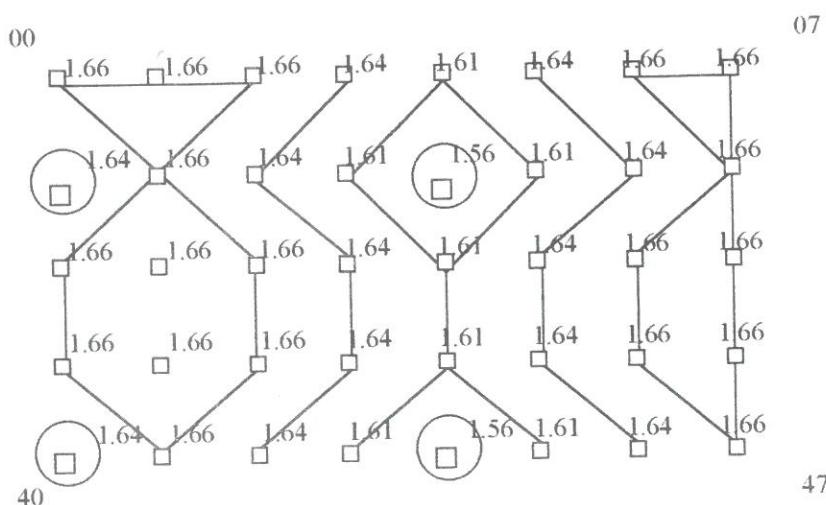


Figura 6. Curbele de nivel ale distanței medii funcționale pentru distribuția exponențială cu $\lambda=0.4$ pentru rețeaua dată în figura 2b

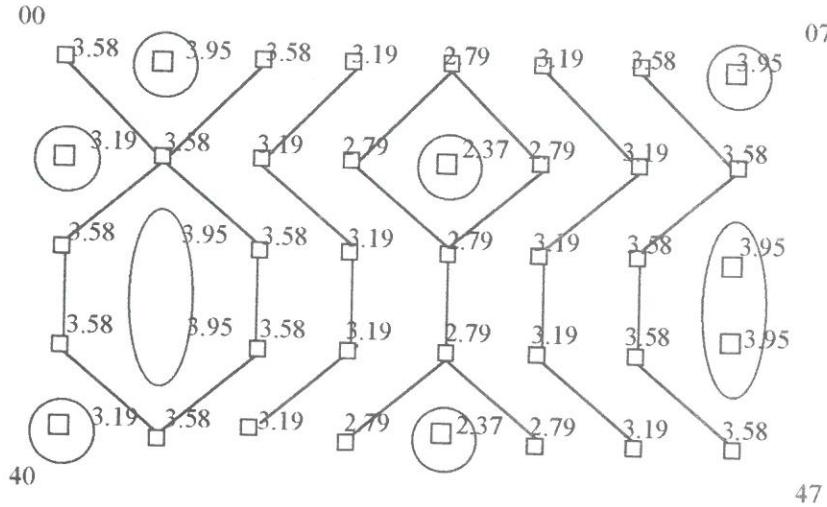


Figura 7. Curbele de nivel ale distanței medii funcționale pentru distribuția exponențială cu $\lambda=0.9$ pentru rețeaua dată în figura 2b

3. Concluzii

În zilele noastre, datorită progresului tehnic, a devenit posibil un nou tip de calcul: *calculul bazat pe locație* (*location-aware* sau *location-based computing*) [16]. Acest tip de calcul a făcut posibile aplicații care își determină locația și își modifică parametrii, interfețele-utilizator și funcțiile, în acord cu locația. Preocupările noastre privind localitatea de interconectare aparțin acestei probleme.

Localitatea de interconectare este comportarea rețelei în jurul originii. Prin împărțirea localității spațiale în două localități, structurală și funcțională, și prin schimbarea poziției originii, am demonstrat că rețelele neomogene, cum sunt structurile SHG, accentuează localitatea comparativ cu rețelele omogene.

Spre deosebire de rețelele omogene, Structurile Hiper Generalizate pot fi ușor evaluate și proiectate pe baza criteriului localității spațiale. Am introdus pentru aceasta în articolul de față, pe baza unui model topografic, relieful rețelei sau relieful localității. Am definit, pentru a evalua rețelele, stările de aglomerare structurale și funcționale și, de asemenea, panta diametrală și panta distanței medii. Cu ajutorul acestora am demonstrat accentuarea localității în rețelele neomogene față de rețelele omogene.

Modelul topografic pe care l-am prezentat, pe scurt, în acest articol servește studierii *comportării și descrierii* rețelelor directe omogene și, mai ales, neomogene. Localitatea de interconectare, printr-o serie de mărimi structurale ca diametru, grad, rezerve Moore, rezerve de vecinătate, stări de aglomerare, poate fi caracterizată destul de bine astfel încât să putem trece și la o abordare funcțională, de pildă, studiul unor algoritmi bazati pe localitate. Ne putem imagina ușor un algoritm optim de rutare, care să ia în considerare localitatea pe baza curbelor de nivel, adică pe baza aglomerării funcționale și a pantei distanței medii. De exemplu, ne putem imagina un algoritm de rutare optim, care simulează un turist urcând pe munte. Datele de intrare sunt sursa și destinația rutei, greutatea rucsacului și condiția fizică a turistului. Greutatea rucsacului și condiția fizică pot fi transpusă numărul, dimensiunea și întârzierea *flit*-urilor mesajului. Ruta optimă este o potecă unind sursa cu destinația.

Localitatea de interconectare poate fi privită și ca o măsură a *complexității structurale a rețelelor*. Complexitatea structurală este dată de complexitatea descrierii sistemului, spre deosebire de complexitatea funcțională, care este dată de complexitatea descrierii evoluției sistemului [4]. *Starea de aglomerare*, pusă în evidență de modelul nostru, ne poate fi de ajutor la descrierea rețelei, deci, la măsurarea complexității structurale a rețelei.

Mai trebuie spus ceva legat de descrierea structurală a rețelelor: după părerea noastră localitatea și simetria sunt cele mai importante caracteristici structurale ale unui sistem. Am început cu localitatea, o caracteristică mai mult de *analiză*, pe când simetria pe care urmează să o studiem este o caracteristică de *sinteză*, de construcție. Cum localitatea este și un principiu de bază al intercomunicației (obiectele apropiate comunică mai bine) și simetria un principiu de bază al organizării și reproducibilității, relația *simetrie-localitate* ne va interesa ca o relație definitorie în aprecierea structurală a comunicabilității rețelelor de interconectare, ca o relație de descriere a sistemului.

Bibliografie

1. **AGRAWAL, D. P., V.K. JANAKIROM, G. C. PATHAK:** Evaluating the Performance of Multicomputer Configurations. În: Computer, vol. 19, no. 5, May 1986, pp. 23-37.
2. **BHUYAN, L. N., D. P. AGRAWAL:** Generalized Hypercube and Hyperbus Structures for a Computer Network. În: IEEE Trans. on Computers, vol. C-33, no. 4, April 1984, pp. 323-333.
3. **DUATO, J., S., YALAMANCHILI, L. NI:** Interconnection Networks. An Engineering Approach, IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, California, 1997.
4. **HASCI, Z. :** Rețele funcționale cu auto-organizare, Teză de doctorat, UPB, Fac. Electronică, 2001.
5. **HENNESSY, J., D. A. PATTERSON:** Computer Architecture. A Quantitative Approach, Morgan Kaufmann Pub. Inc, San Mateo, California, 1990.
6. **HILLIS, W. D.:** The Connection Machine, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, London, England, 1985.
7. **HWANG, K.:** Advanced Computer Architecture: Parallelism, Scalability, Programmability, McGraw-Hill, New York, 1993.
8. **LUPU, C., A. NICOLESCU:** Neighbourhood Reserve - A Measure of Locality of the Direct Interconnection Networks. În: Proc. of the 9th Mediterranean Electrotechnical Conference - MELECON'98, vol. II, Israel, Tel Aviv, May 1998, pp. 1380-1384.
9. **LUPU, C., A. HAGIESCU:** Moore Reserve for Orthogonal Networks. A Case Study. În Proc. of the 10th Mediterranean Electrotechnical Conference - MELECON'2000, vol. I, Cyprus, May 2000, pp. 97-100.
10. **LUPU, C.:** Rețele ortogonale. În: Revista Română de Informatică și Automatică, vol. 11, nr. 2, 2001, pp. 28-36.
11. **LUPU, C.:** Localitatea de interconectare. În: Revista Română de Informatică și Automatică, vol. 11, nr. 4, 2001, pp. 32-40.
12. **LUPU, C., HAGIESCU, A.:** Un model topografic de evaluare a localității de interconectare pentru rețele ortogonale. Raport CNAE, mai, 2002.
13. **LUPU, C.:** Generalized Hyper Structures and Interconnection Locality. În curs de apariție în: Romanian Journal of Information Science and Technology, 2002.
14. **REED, D. A., D. C., GRUNWALD:** The Performance of Multicomputer Interconnection Network. În: Computer, vol. 20, no. 6, June 1987, pp. 63-73.
15. **SEITZ, C.:** Concurrent VLSI Architectures. În: IEEE Trans. on Computers, vol. C-33, no. 12, December 1984, pp. 1247-1264.
16. **WANT, R. B., SCHILIT:** Expanding the Horizons of Location-Aware Computing. În: Computer, vol. 34, no. 8, August 2001, pp. 31-34.