

MAXIMIZAREA FLUXULUI ÎN REȚELELE MARITIME DE TRANSPORT

Vasilica Bordea

Academia Navală "Mircea cel Bătrân"
nicolae_bordea@yahoo.com

Radu Anghel

Universitatea Politehnică București
anghelr@yahoo.com

Rezumat: În lucrare sunt prezentate rezultatele testării prin simulare pe calculator a unor procedee propuse pentru alegerea traseului și evaluarea costului transportului pe una din rutele alese pe baze euristice. Scopul aplicațiilor din acest paragraf este de face posibilă o comparație între modelele grafo-analitice (de tip Ford și RPT) utilizate în reprezentarea și optimizarea rețelelor de transport maritim. Sunt testate facilitățile oferite de cele două tipuri de metode în privința reprezentării grafice a evoluțiilor în desfășurarea procesului de transport și a dezvoltării instrumentelor grafice de interacțiune dintre utilizator și calculator, pe parcursul procesului de simulare și optimizare a sistemului de transport.

Cuvinte cheie: rețele Petri de transport, rețele Ford, bigrafuri colorate, optimizare, sisteme de navigație și transport maritim.

1. Introducere în problematica optimizării unor sisteme de navigație maritimă

Se spune că în transportul maritim nu mai avem ce optimiza. Aici, rutele sunt stabilite pe baza experienței umane și, în general, tradiția și experiența multiseclară guvernează în transportul maritim comercial. Nu aceleași considerente sunt valabile în transportul maritim militar [2]. Aici, diversitatea mijloacelor de navigație maritimă este mult mai mare, iar condițiile și situațiile în care are loc desfășurarea procesului de navigație maritimă sunt foarte schimbătoare. Aceste caracteristici deosebite ale navigației și transportului maritim militar fac ca să devină excepțional de importantă utilizarea tehnicilor de modelare în stabilirea traseelor de navigație sau în luarea deciziilor cele mai adecvate, pentru succesul misiunii de navigație [4]. Tehnicile de modelare, bazate pe reprezentări de tip graf sau bigraf, și posibilitățile acestora de a satisface unele cerințe care decurg din particularitățile sistemelor de transport maritim au fost studiate și evaluate mai mult din punctul de vedere al comandanților de nave, care folosesc modelarea doar pentru evaluarea prin simulare a unor strategii de navigație, fără a insista asupra aspectelor legate strict de facilitățile modelului din punct de vedere al rezolvării unor probleme de maximizare a fluxurilor de transport și de minimizare a pierderilor [1], [2]. Analizând o clasificare a problemelor și modelelor de transport maritim după criterii cum ar fi mod de operare, număr de porturi de încărcare, număr de porturi de descărcare, număr de mărfuri, tipuri de mărfuri, costuri, mărimea flotei, restricții de rută ori de viteză, funcții obiectiv etc., observăm marea varietate și complexitate a problemelor de „ship scheduling”, ceea ce presupune preocuparea nu doar pentru identificarea tipului de problemă și al algoritmilor adecvați rezolvării ei, ci și pentru crearea de noi tehnici capabile să atingă obiective interesante pentru managementul companiilor de transport maritim. Tehnicile de optimizare a rețelelor de transport sunt corespunzătoare tipurilor de modele de transport abordate. Acest fapt explică conținutul acestei lucrări, în care sunt tratate tipuri de modele și metode pentru aplicații la nivelul companiilor de navigație pentru evaluarea regimurilor și condițiilor în care sistemele de navigație asigură profit maxim. În acest scop, la nivelul conducerii companiilor de transport naval, deseori sunt aplicate metode de programare liniară care, la nivelul comandanților de nave, sunt prea puțin utile.

1.1. Testarea algoritmului de maximizare a fluxului în sisteme de transport modelate prin rețele Ford de transport

Deoarece grafurile tip rețea Ford de transport modelează cu succes probleme de transport atât la nivel de comandă strategică operativă a interacțiunii dintre nave și sisteme, cât și la nivel de conducere managerială, în evaluări de flux, această metodă este destul de răspândită în aplicații [3]. Noțiunile de bază, specifice RFT, sunt tăietura minimală și fluxul maximal în rețeaua de transport. Procedeele cel mai răspândit de rezolvare a problemei de flux maxim este cunoscut sub denumirea de „Algoritm Ford – Fulkerson” [4]. În continuare, este propusă și testată o nouă variantă a acestui algoritm.

1.1.1. Tăietura minimală și fluxul maximal într-o rețea Ford de transport

Un graf $G=(U,I)$ la care elementelor din U și I le sunt asociați parametri este denumit **rețea**. Rețelele de transport sunt modelate prin grafuri cu structură specială. Graful $G=(I,U,c), I=\{1\dots n\}$ se numește **rețea de transport** numai dacă are în conținut un **nod de intrare** (care convenim să-l notăm cu 1) și un **nod de ieșire** (care va fi ultimul dintre nodurile rețelei notate prin $I=\{1,2,\dots,n\}$), iar arcele sunt ponderate cu numere reale nenegative c , numite **capacități ale arcelor**. Aceste capacități sunt conținute de matricea $n \times n$ în care $c_{ij} > 0$ sau $c_{ij} = 0$ pentru toate arcele (i,j) existente în U . Fluxul rețelei $G=(I,U,c)$, notat q , este exprimat printr-o funcție definită pe mulțimea arcelor U cu valori în mulțimea numerelor naturale, $q: U \rightarrow \mathbb{N}$, și care îndeplinesc următoarele două condiții:

- condiția de mărginire: $q(u) < c(u)$ sau $q(u) = c(u)$ unde u arc din U ;
- condiția de conservare: „suma fluxurilor de intrare într-un nod este egală cu suma fluxurilor la ieșirea din nod” (această condiție nu este impusă nodului de intrare pentru care există doar flux de ieșire din nod, dar acesta trebuie să fie egal cu suma fluxurilor intrate în nodul de ieșire al rețelei de transport). Pentru $n > 2$, pot fi identificate succesiuni de perechi nod-arc, care pleacă din nodul de intrare 1 și se termină în cel de ieșire n , de genul: $1, (1,2), 2, \dots, n-1, (n-1,n), n$.

Această legătură orientată de la intrare la ieșire, o putem numi **lanț** dacă ne referim la nodurile $1, 2, \dots, n$ de pe acest traseu intrare-ieșire și se va numi **drum** dacă se are în vedere succesiunea arcelor de pe acest traseu: $(1,2), \dots, (n-1,n)$.

Dacă nodul de intrare al unei rețele are flux de intensitate V a acestui nod, atunci intensitatea nodului de ieșire este $-V$. Considerând o rețea cu un singur nod de intrare, notat cu 1 , și un singur nod de ieșire, notat cu n , la care $V=0$, atunci această rețea admite un flux $q_{ij}=0$ deoarece, pentru orice arc (i,j) din U numai pentru $q=0$ sunt îndeplinite cele două condiții (de **mărginire** și de **conservare**), menționate mai sus. Problema care se pune este: „care este valoarea maximă a lui V pentru care rețeaua de transport admite flux (în sensul condițiilor de mărginire și de conservare)”? Această valoare a lui V are denumirea de **valoare a fluxului maxim al rețelei**.

Un traseu tr între intrarea 1 și ieșirea n a rețelei poate avea fluxul $q_{1n} = Q_{tr}$ minim egal cu zero, iar valoarea lui maximă este cel mult egală cu capacitatea cea mai mică de pe traseu, iar traseul respectiv este **saturat**.

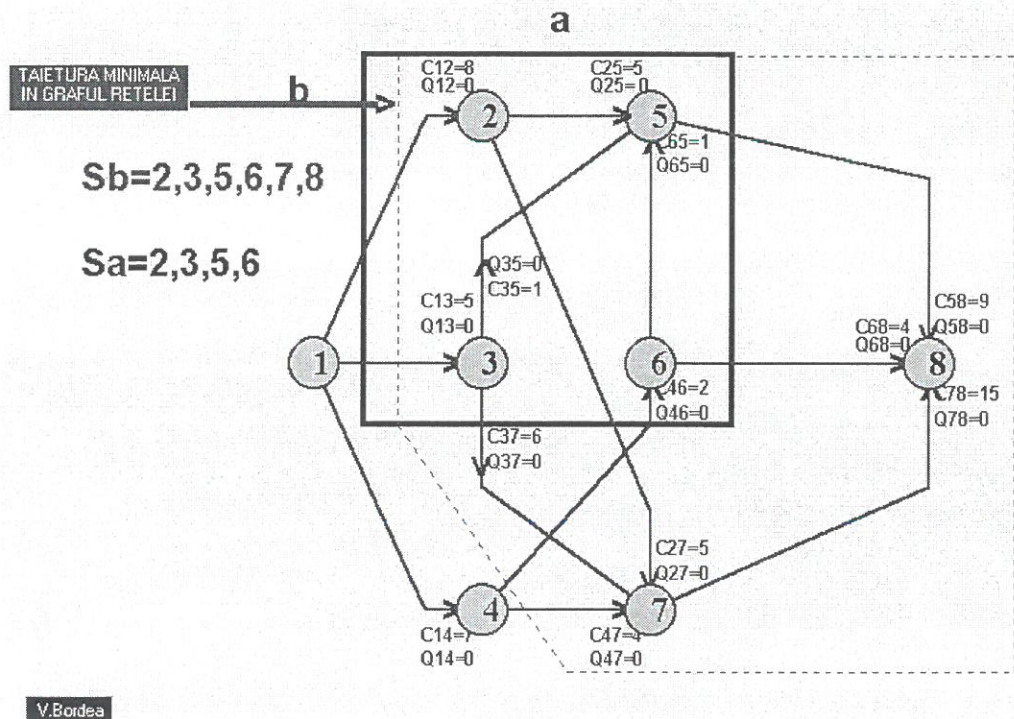
„O rețea cu toate traseele saturate are o valoare maximă de flux V_{max} ”.

Fluxul rețelei V_{max} este egal cu capacitatea secțiunii minimale în graf. O secțiune în graful $G(U,I)$ este de caracterizată prin:

- mulțimea de noduri din secțiune numită **suportul secțiunii S** ;
- mulțimea de arce de intrare în secțiune U_i și mulțimea arcelor de ieșire din secțiune U_e .

În figura 1, este ilustrat suportul $S_a = \{2, 3, 5, 6\}$ din conturul cu linii pline, notat cu a . Notăm mulțimea nodurilor din afara suportului cu $\sim S$. În acest caz, $\sim S_a = \{1, 4, 7, 8\}$.

Tăietura de suport S_a , a grafului $G=(I=\{1,2,\dots,8\}, U=\{(1,2), (1,3), \dots, (7,8)\})$ este reprezentată de mulțimea arcelor U_{ai} și U_{ae} care exprimă doar legături dintre nodurile din suport și alte noduri din afara suportului și care **intersectează**, în mod obligatoriu, **conturul suportului**. Această mulțime de arce dintre nodurile din suport și cele din afara lui o vom nota $(S, \sim S)$, iar capacitatea tăieturii este $C(S, \sim S)$. În cazul suportului a , mulțimea arcelor care formează tăietura este: $\{(1,2), (1,3), (4,6), (4,7)$ care intră și $(2,7), (3,7), (6,8), (5,8)$ care ies, iar tăietura este $(S_a, \sim S_a)$.



V. Bordea

Figura 1 Tăietura în graf ($S_a = \{2, 3, 5, 6\}$, $U_{ai} = \{(1, 2), (1, 3)\}$) și tăietura minimală (conturul punctat)

Capacitatea de transport a unei tăieturi este egală cu diferența dintre capacitatea de intrare a tăieturii C_i și capacitatea de ieșire a tăieturii C_e :

$$C(S, \sim S) = C_i - C_e$$

unde, C_i este suma capacităților de pe arcele de intrare (din U_i), iar C_e este suma capacităților arcelor de ieșire (din U_e). În cazul secțiunii a , avem: $C_i = 8 + 5 + 2 = 15$; $C_e = 5 + 6 + 9 + 4 = 24$, iar capacitatea secțiunii este $C_a = (8 + 5 + 2) - (5 + 6 + 9 + 4) = -9$.

Această tăietură de contur a , realizează transportul invers (dinspre ieșire, către intrarea în rețeaua de transport).

Tot în figura 1, mai este reprezentată o tăietură în același graf. Suportul acestei tăieturi este format din nodurile situate în conturul cu linii punctate, care a fost notat cu b . În acest caz, tăietura este formată numai din mulțimea de arce $U_i = \{(1, 2), (1, 3), (4, 6)\}$ și $C(S_b, \sim S_b) = C_{bi} = 8 + 5 + 2 + 4 = 19$, iar $C_{be} = 0$. Inspectarea directă a grafului ilustrează faptul că tăietura de suport S_b este tăietura cu capacitatea de transport cea mai mică din toate cele posibile. De aici, derivă faptul că fluxul prin rețea nu poate fi crescut peste această valoare a capacității secțiunii minimale în graf. Acest rezultat este cunoscut sub denumirea de *teorema FORD-FULKERSON despre fluxul maxim și secțiunea minimă* [1].

Există două consecințe ale acestei teoreme.

Consecința 1 a teoremei fluxului maxim:

„Valoarea fluxului în rețea este maximă numai în cazul în care, pe nici unul din traseele intrare-ieșire, fluxul nu mai poate fi mărit”.

Vom numi *arc saturat*, acel arc u , de capacitate $c(u)$ pe care fluxul arcului $q(u) = c(u)$ și vom numi *arc liber* pe acela care posedă un flux $q(u) = 0$. Astfel, un arc care este simultan și saturat și liber are capacitate de transport nulă.

Consecința 2 a teoremei fluxului maxim:

Tăietura $(S, \sim S)$ este minimală numai în cazul în care fiecare flux maximal q saturează arcele tăieturii $(S, \sim S)$ și le lasă libere pe cele care aparțin mulțimii $(\sim S, S)$.

Algoritmul Ford – Fulkerson modificat: studiu de caz

Algoritmul presupune cunoscut graful (ori matricea de incidență) și capacitățile $C(u)$ tuturor arcelor $u \in U$. Dacă fluxurile arcelor nu sunt date, se poate face inițializarea printr-un flux nul pe toate arcele

rețelei ca în figura 1. Pe baza teoremei menționate mai sus și a consecințelor ei, a fost stabilit criteriul de creștere a fluxului pe un traseu (lanț) intrare – ieșire L . Conform acestui criteriu, este necesară folosirea unui sens de parcurgere a traseului de la nodul 1 (de intrare) la nodul n (de ieșire) analizând și etichetând fiecare nod întâlnit pe traseul L . Analiza fiecărui arc $u=(i,j)$, de pe traseul respectiv, constă în stabilirea concordanței dintre sensul de parcurs intrare-ieșire a lanțului considerat și sensul arcului $u=(i,j)$ deoarece pe traseu pot fi întâlnite și arce care au sensul de orientare contrar sensului de parcurs intrare-ieșire. Notăm cu V_{sc} mulțimea arcelor din traseul L care au sens contrar, iar cu V_{as} mulțimea arcelor din L care posedă același sens cu cel de parcurs. Dacă $u=(ij) \in V_{as}$ este crescut de la valoarea inițială nulă la valoarea $Q = \min C(u \in V_{as})$ pentru rețeaua prezentată în figura 2, se obține în urma etichetării nodului 1 cu (+) a nodului 2 cu (+1), a nodului 5 cu (+2), iar a nodului 8 cu (+5) lanțul (traseul), $L1=(1,2,5,8)$, pentru care toate arcele (1,2),(2,5) și (5,8) au același sens cu sensul de parcurs. Prin urmare, pe toate aceste arce, fluxul va fi crescut de la valoarea zero la valoarea de 5 unități de flux, deoarece fluxul maxim pe acest traseu este: $Q1_{max} = \min(C(1,2), C(2,5), C(5,8))$ respectiv: $Q1_{max} = \min(8,5,9) = 5$. Celelalte trasee intrare – ieșire sunt:

$L2=(1,2,7,8)$ pentru care $Q2_{max} = \min(8,3,15) = 3$

$L3=(1,3,7,8)$ pentru care $Q3_{max} = \min(5,6,15) = 5$

$L4=(1,4,7,8)$ pentru care $Q4_{max} = \min(7,4,15) = 4$

$L5=(1,4,6,8)$ pentru care $Q5_{max} = \min(7,2,4) = 2$

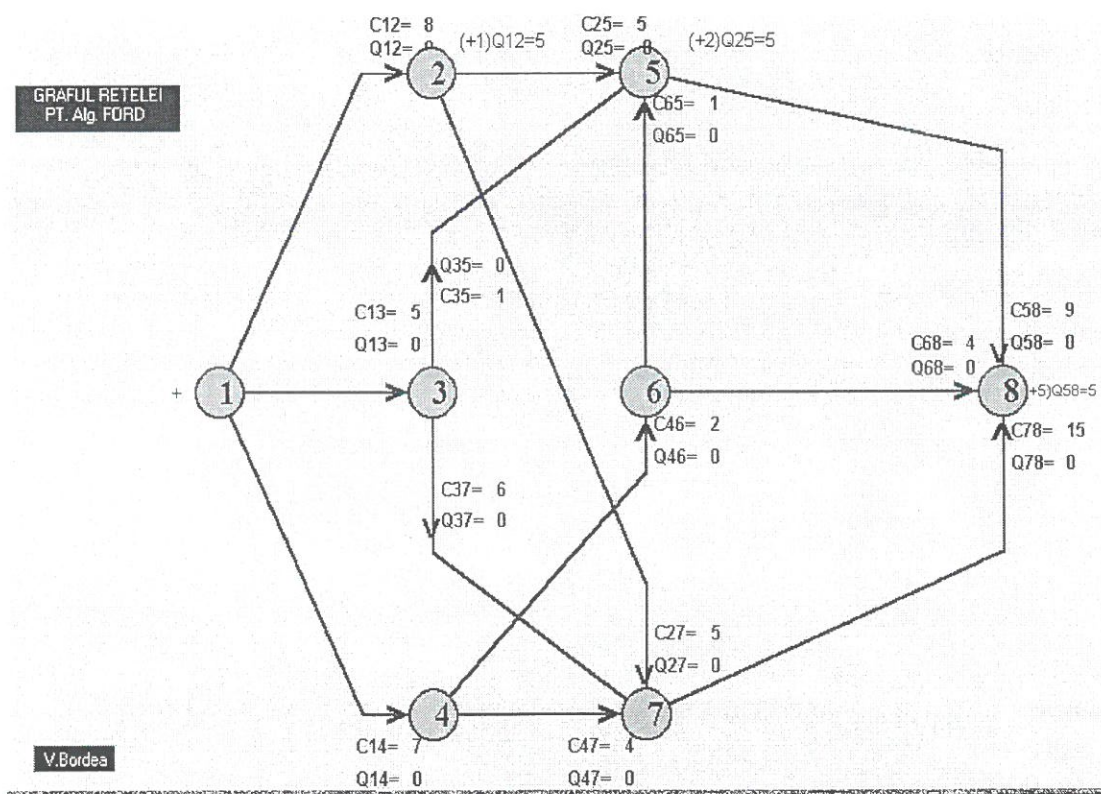


Figura 2. Etichetarea nodurilor de pe traseul $L1$ intrare - ieșire și debitul admisibil maxim pe $L1$

Valoarea fluxului maxim al rețelei este: $Q1_{max} + Q2_{max} + Q3_{max} + Q4_{max} + Q5_{max} = 19$.

Acest rezultat confirmă rezultatul obținut pe cale empirică în figura 1. În acest caz, valorile finale ale fluxurilor pe cele 13 arce pentru graful din figura 2 sunt prezentate în următorul tabel:

Arcul	1-2	2-5	2-7	1-3	3-5	3-7	1-4	4-6	4-7	6-5	5-8	6-8	7-8
	8	5	3	5	0	5	6	2	4	0	5	2	12

Valorile din tabel respectă condiția de echilibru și au fost obținute din valorile fluxurilor maxime pe cele cinci trasee intrare-ieșire, aplicând principiul superpoziției. De exemplu, fluxul maxim pe arcul (1-2) este egal cu $Q1_{max}+Q2_{max}= 5+3=8$. Pe această bază, s-a conceput modificarea algoritmului din [1].

2. Testarea algoritmului de selectare a traseului optim în cazul unui sistem de transport modelat prin rețele PETRI de transport

Pentru rețelele Petri de transport (RPt), s-a conceput un algoritm care construiește fluxul maxim în RPt și care are avantajul transcrierii ușoare în limbaj computațional [5]. Pe baza proprietăților RPt, un alt algoritm propus în acest capitol, determină succesiunea de poziții, care reprezintă drumul de valoare minimă în rețea. Aceasta presupune rezolvarea următoarei probleme:

Se dă RPt din figura 3, definită prin: mulțimea pozițiilor $P=\{1,2,\dots,7\}$; mulțimea tranzițiilor $T=\{T1,T2,\dots,T11\}$; mulțimea cost tranziții = $\{cT1,\dots,cT11\}$ și matricea traseelor (invarianții de execuție) F afișată tot în figura 3.

Se cere: determinarea traseului cu cost optim de transport a unei unități de flux. Rezolvarea acestei probleme implică folosirea vectorului costTranziții dat și a matricei F a traseelor intrare – ieșire (dată împreună cu graful rețelei luată în studiu).

2.1. Sistem de transport caracterizat prin prețul aleator al fiecărei tranziții

Această secțiune prezintă rezultatele simulării cazului în care, de la o simulare la alta atât costurile, cât și traseul optim să se schimbe aleator.

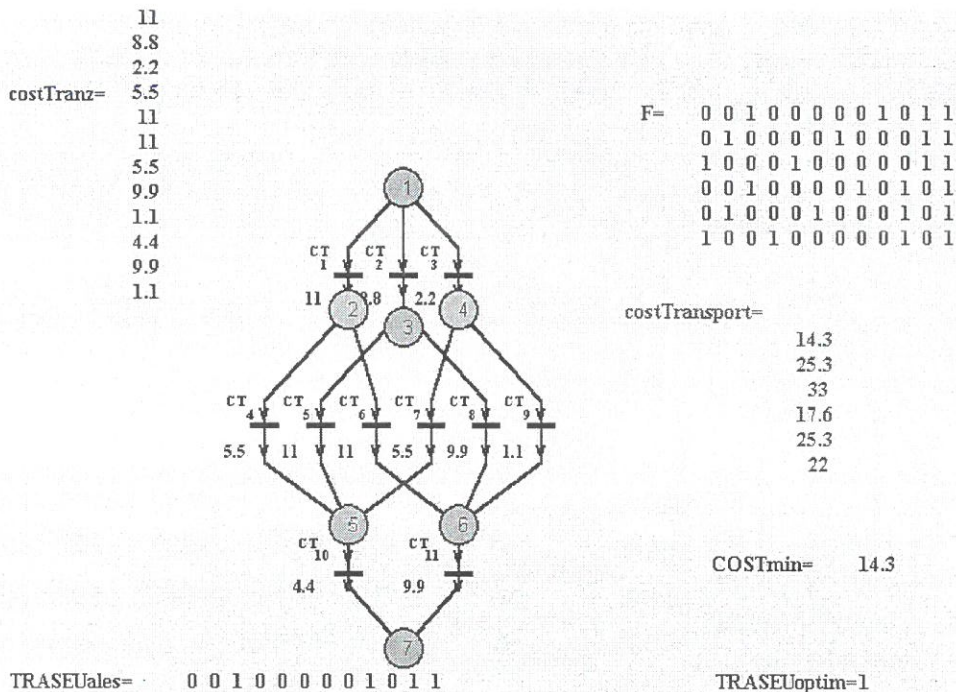


Figura 3. Identificarea traseului de cost minim a transportului unității de flux. CAZUL 1

Aceste schimbări sunt prezentate grafic în cazul simulărilor distincte, ilustrate în figurile 3 și 3bis.

Fie Rotterdam portul de intrare în rețeaua de transport, iar portul de ieșire din rețea Hong-Kong. Aceste două porturi constituie pozițiile intrare/ieșire ale RPt, iar nodurile intermediare sunt reprezentate de următoarele cinci porturi: Londra, Marsilia, Cape Town, Bombay și Sidney. Se consideră portul Rotterdam ca fiind P1, Londra - P2, Marsilia - P3, Cape Town - P4, Bombay - P5, Sidney - P6, iar portul de ieșire Hong-Kong este asociat poziției P7 din RPt. Se modelează rețeaua prin graful din figura 3.12 în care fluxurile și capacitățile din rețea sunt fictive.

Pe baza datelor inițiale, introduse de utilizator, calculatorul generează automat o matrice F a tuturor traseelor posibile între poziția de intrare P1 și cea de ieșire P7 și se stabilesc secvențele de tranziții aferente fiecărei rute intrare/ieșire posibile și porturile (pozițiile) care sunt tranzitate, și se calculează fluxul maxim de transport pentru fiecare rută. De exemplu, $S=(T1T4T10)$ este considerat vectorul tranzițiilor aferente primei rute intrare/ieșire, aferente rețelei cu structura dată prin matricea W introdusă de utilizator. Acest vector de drum intrare/ieșire, corespunde rutei:

RUTA 1: Rotterdam-->T1-->Londra-->T4-->Cape Town -->T10-->Hong-Kong.

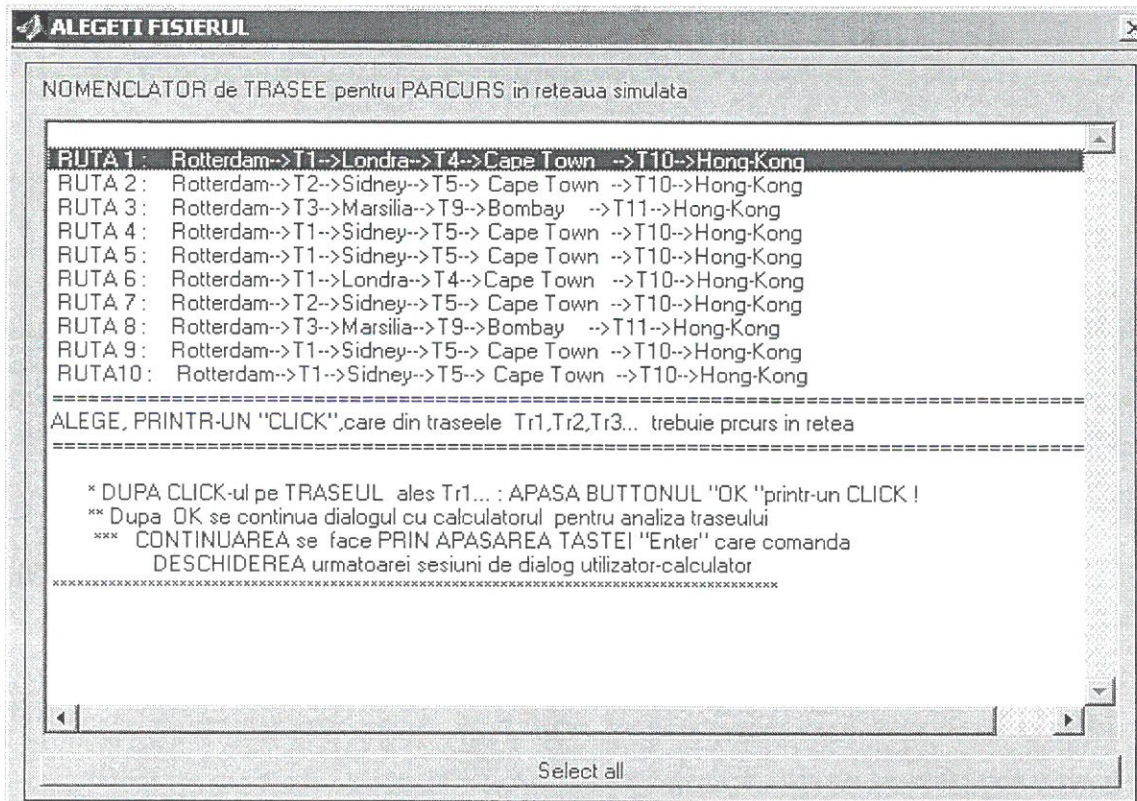


Figura 6. Nomenclatorul rutelor intrare/ieșire, care este afișat de calculator ca răspuns la introducerea, de către utilizator, a datelor inițiale ale rețelei de transport

În figura 6, se observă că utilizatorul a ales RUTA 1, fapt evidențiat prin banda suprapusă. La această alegere făcută de utilizator, calculatorul răspunde prin afișarea porturilor și tranzițiilor de pe traseul ales pentru validare (figura 7). Scopul afișajului din figura 7 este obținerea validării de către utilizator a alocațiilor de pe parcurs, în vederea continuării dialogului. Acest vector de drum dat, permite identificarea capacităților asociate tranzițiilor aferente rutei alese. Tot prin consola grafică, utilizatorul introduce vectorul de costuri ale tranzițiilor CT. Confirmarea rutei de către utilizator este urmată de animarea marcajelor pe ruta 1, afișarea grafului rețelei, a costului mediu al acesteia, calculat ca suma costurilor aferente tranzițiilor (figura 8).

În mod similar, calculatorul identifică și celelalte rute posibile din rețea:

RUTA 2: Rotterdam-->T2-->Marsilia-->T5--> Sidney -->T10-->Hong-Kong;

RUTA 3: Rotterdam-->T3-->Londra-->T9--> Sidney -->T11-->Hong-Kong etc.

Nomenclatorul de trasee (figura 6) este afișat de către calculator prin interfața grafică interactivă, iar în continuarea dialogului, utilizatorul alege traseul dorit din acest nomenclator.

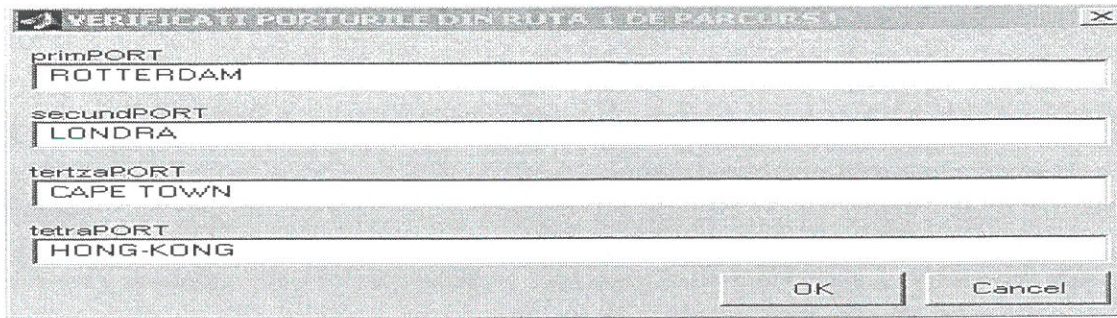


Figura 7. Utilizatorul validează, prin tasta OK, locațiile aferente traseului ales din nomenclatorul de trasee

În figura 6, se observă că utilizatorul a ales RUTA 1, fapt evidențiat prin banda suprapusă. La această alegere făcută de utilizator, calculatorul răspunde prin afișarea porturilor și tranzițiilor (figura 7) de pe traseul ales pentru validare, în vederea continuării dialogului. Acest vector de drum dat permite identificarea capacităților asociate tranzițiilor aferente rutei alese. Tot prin consola grafică, utilizatorul introduce vectorul de costuri ale tranzițiilor CT. Confirmarea rutei de către utilizator este urmată de animarea marcajelor pe ruta 1, afișarea grafului rețelei, a costului mediu al acesteia, calculat ca suma costurilor.

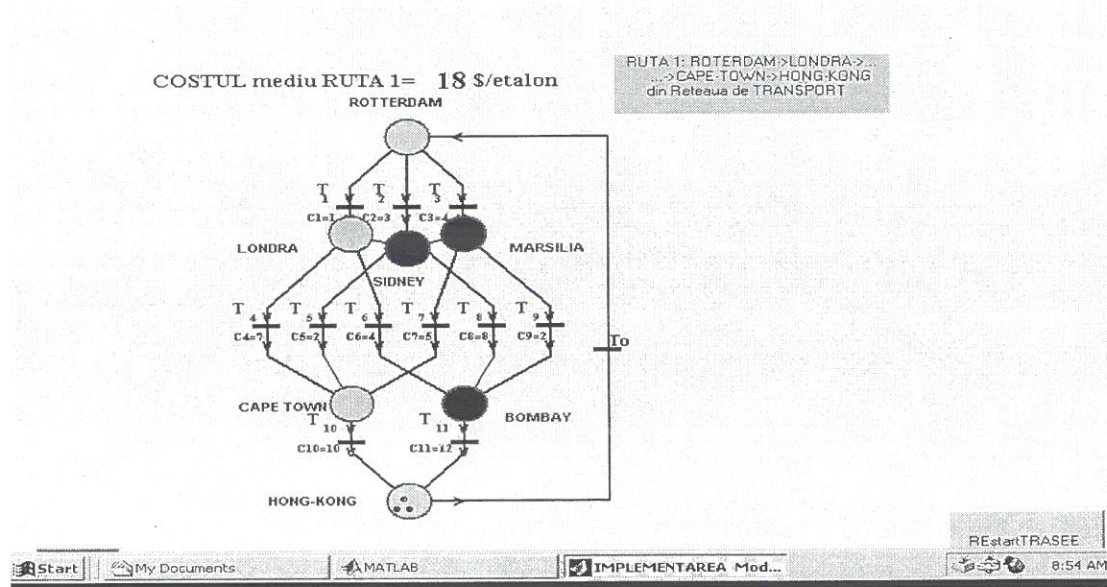


Figura 8 Graful rețelei și animația tranziției celor 3 mărci din poziția de intrare (Rotterdam) în cea de ieșire (Hong-Kong) pe ruta 1, costul transportului pe această ruta este dat în \$/navă etalon

Dacă a fost aleasă ruta 2, calculatorul răspunde prin cererea de validare din figura 9, care se continuă, după validare, prin afișarea unei imagini similare cu cea din figura 8. În cazul în care utilizatorul a ales ruta 3 din nomenclatorul de trasee, calculatorul afișează (după validare) imaginea grafică a traseului 3, din figura 10 și începe procesul de transport al celor patru mărci de la intrare la ieșirea din rețea.

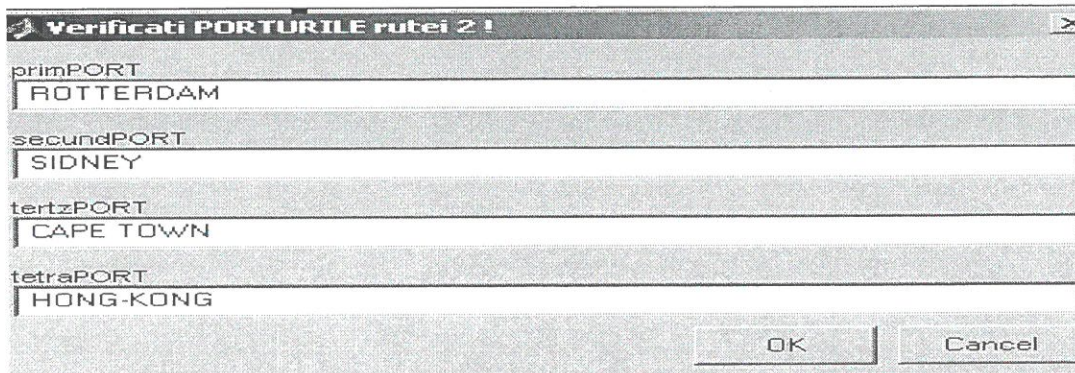


Figura 9. Validarea rutei 2 cu tasta OK

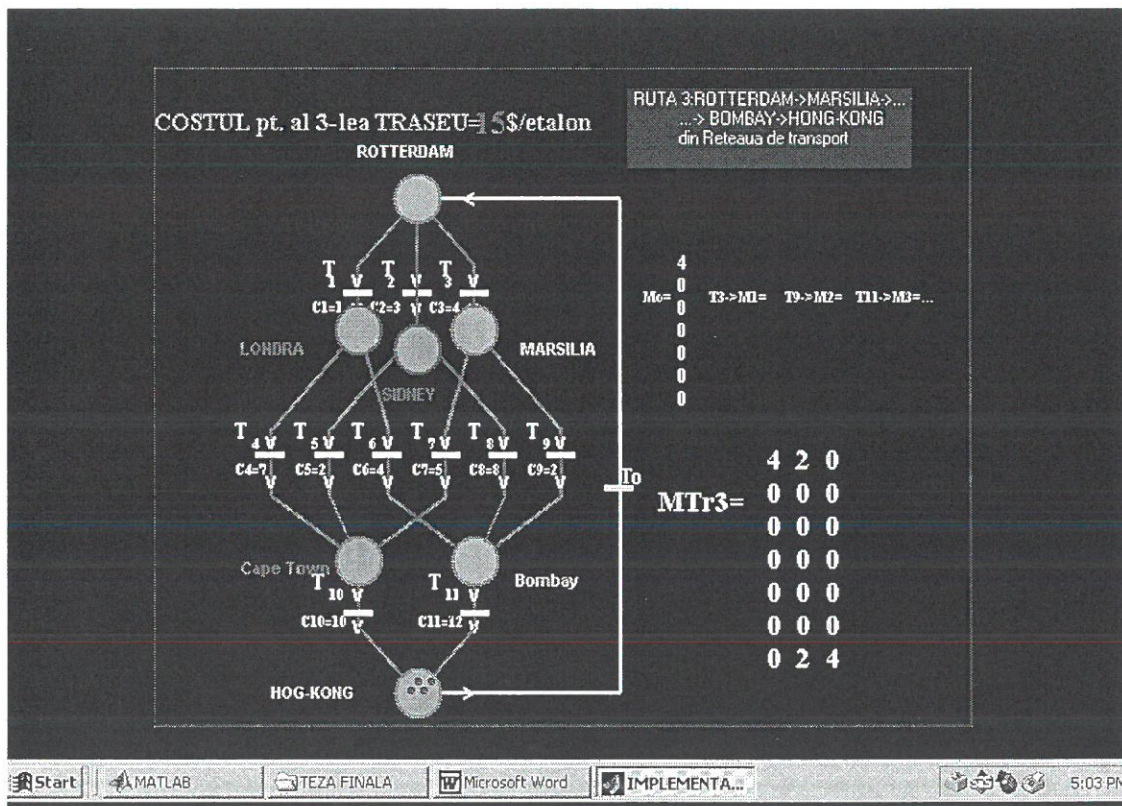


Figura 10. Graful rețelei, animația tranziției celor 4 mărci din poziția de intrare (Rotterdam) în cea de ieșire (Hong-Kong) pe ruta 3 prin porturile MARSILIA și BOMBAY

De remarcat că, în prealabil, s-au calculat fluxurile maxime admisibile pe toate traseele intrare/ieșire ale rețelei date prin W , M_0 și C . Animația transportului simultan de mărci pe traseu se face cu un număr de mărci egal cu fluxul maxim calculat, al traseului. Aceasta se poate observa în matricea tranziției mărcilor $MTr3$, afișată în figura 10.

Deoarece pe traseu 1 din figura 8 fluxul maxim este egal cu o unitate convențională, se vor executa 3 cicluri de transport pentru a „căra” toate cele 3 mărci. În schimb, în cazul din figura 10, se execută doar două cicluri pentru a „căra” cele patru mărci, deoarece aici fluxul maxim calculat este de două unități convenționale.

3. Concluzii

Evoluția stărilor din sistemele maritime de navigație se exprimă mai aproape de realitate prin metode grafo-analitice cum sunt rețelele Ford de transport (RFt) și rețelele Petri de transport (RPt). În lucrare, sunt prezentate rezultatele testării, prin simulare pe calculator, a unor procedee clasice, dar și a unora din procedeele propuse în lucrare, pentru alegerea traseului de parcurs în rețeaua de transport și evaluarea costului transportului pe una din rutele alese pe baze euristice. Scopul aplicațiilor din acest paragraf este de face posibilă o comparație între modelele grafo-analitice (de tip Ford și RPt) utilizate în reprezentarea și optimizarea sistemelor de transport maritim. Sunt testate facilitățile oferite de cele două tipuri de metode în privința reprezentării grafice a evoluțiilor în desfășurarea procesului de transport și a dezvoltării instrumentelor grafice de interacțiune dintre utilizator și calculator, pe parcursul procesului de simulare și optimizare a sistemului de transport. Cu toate că nu dispunem de indicatori care să exprime cantitativ superioritate uneia din metode față de cealaltă, se pot face totuși evaluări calitative, care decurg din faptul că sistemele de transport maritim au un pregnant caracter de sisteme cu evenimente discrete. Din acest punct de vedere, rețelele Petri sunt dedicate modelării sistemelor cu evenimente discrete și prin adaptările propuse în această lucrare, ele devin mult mai sugestive și mai adecvate optimizării sistemelor de navigație în comparație cu RFt.

Bibliografie

1. **FORD L.R, D.R. FULKERSON:** Flows in Networks, Princeton University Press, New Jersey, 1966.
2. **CONSTANTINESCU, E.:** Present and Future în Maritime Transportation Modeling. În: The 8th Congress on Maritime Technology, Istambul, 1997.
3. **NECULAI, A.:** Pachete de programe, modele și probleme de test pentru programarea matematică, Editura Matrix Rom, București, 2001.
4. **BORDEA, V.:** Studiu privind rezolvarea unei probleme de ordonanțare prin modelarea procesului cu ajutorul rețelelor Petri. În: Buletin Științific al Academiei Navale „Mircea cel Bătrân”, nr. 1, 2000.
5. **BORDEA, V.:** Metodă relațională de analiză a rețelelor de transport. În: Buletin științific, TEHNONAV-2002, Universitatea Ovidius, Constanța.
6. **STANCIULESCU, F. :**A Fuzzy Expert System for Simulation and Control of High Complexity Systems. În: The 5th Congress on Modeling and Simulation, Paris, 2004.
7. **BORDEA, V.:** Algorithm for Determining the Minimum Value Trrack in Transportation Petri Network. În: UPB Sci. Bull., serie C, Vol. 67 , No. 1, 2005.