

# BIGRAFURI COLORATE DE TRANSPORT

Bordea Nicolae

Universitatea Maritimă Constanța  
nicolae\_bordea@yahoo.com

Bordea Vasilica

Academia Navală "Mircea cel Bătrân"  
vasilica\_bordea@yahoo.com

**Rezumat:** O rețea Petri de transport, descrisă de graful rețelei (sau matricea de incidență) și marcajul rețelei, ale cărei arce și mărci primesc atribute de culoare, devine un bigraf colorat. Matricele Pre, Post și de incidență sunt matrice celulare, vectorii de culoare substituind elementele matricelor corespunzătoare din bigraful necolorat. Rețelei Petri de transport colorate i se asociază vectorul de marcaj color. Ecuația fundamentală a rețelei colorate permite calculul prin recurență al vectorilor de marcaj pe baza marcajului inițial și a matricei de incidență. Evoluția unui submarin într-un canal navigabil, în regim de imersie și de suprafață este modelată printr-un bigraf colorat de transport.

**Cuvinte cheie:** sisteme cu evenimente discrete, rețea Petri, bigraf colorat de transport.

## 1. Introducere

Formalismul rețelelor Petri oferă un instrument performant pentru analiza și sinteza sistemelor dinamice cu evenimente discrete. Topologia, marcajul și proprietățile structurale conferă rețelelor Petri o capacitate mare de modelare și simulare a acestor sisteme [1], [2], extensii și generalizări ale acestora fiind aplicate într-un context practic variat. Prin crearea extensiei rețelei Petri, numită Rețea Petri de transport (RPT), prezentată în referința bibliografică [3], s-a obținut un model nou pentru problema de transport maritim, cu o capacitate sporită de sugestie, comparativ cu graful tip rețea Ford [4]. Algoritmi dezvoltati pe modelul RPT rezolvă probleme de flux și de drum minim cu condiția respectării cerințelor specifice problemei de transport. Aspecte multiple ale sistemelor de transport maritim, corespunzătoare particularităților acestora, dincolo de flux și drum minim, solicită cercetări în vederea generării unui instrument de modelare și simulare care să țină cont de particularitățile sistemelor menționate.

Pentru simularea modificărilor intervenite în starea ori pozițiile navelor militare, recurgem la o extensie a RPT prin atribuirea de culori arcelor și mărcilor, obținându-se astfel bigraful colorat de transport. Menționăm că rețelele Petri colorate sunt abordate de autorii lucrării [5] însă noi adaptăm teoria rețelelor colorate la modelul simplificat numit rețea Petri de transport.

## 2. Bigrafuri colorate de transport

Spre deosebire de rețelele Ford, structura rețelei Petri este descrisă nu numai prin *graful rețelei* (sau matricea de incidență), ci și prin *marcajul rețelei*. De aceea, pentru o *rețea PETRI colorată* apar două probleme: prima este *coloratul arcelor bigrafului*, iar secunda problemă este *coloratul marcajelor bigrafului*. În matricele PRE și POST, culorile arcelor sunt exprimate la fel ca în cazul rețelelor FORD, prin vectori linie  $m$ -dimensionali, cu deosebirea că, în matricea de incidență, *elementul aferent culorii este +1, dacă arcul este de tip POST, și este -1 dacă arcul este de tip PRE. Aceasta rezultă, în mod automat, din calculul matricei de incidență (ca diferența matricelor Post și Pre ale rețelei colorate de transport).*

În reprezentarea grafică a bigrafului aferent unei rețele Petri culorile arcelor (și ale mărcilor) pot fi reprezentate prin diverse simboluri grafice cum ar fi: pătrate albe, pătrate negre, cercuri, triunghiuri, etc.). În figura 1, este reprezentat un bigraf de transport, în care sunt folosite doar două culori: prima culoare o considerăm pe cea reprezentată prin pătratul alb și i se rezervă primul element din vectorul de culoare, iar cea de a doua culoare (pătratul negru) are rezervat ultimul element din vector. Cu aceste precizări, vectorii de culoare atașați celor șase arce ale acestui bigraf vor fi:

$$k_2 = [0 \mid 1] \text{ pentru arcele } (P_1, T_1), (T_2, P_3), (P_3, T_4) \text{ și } (T_4, P_4)$$

$$k_1 = [1 \mid 0] \text{ pentru arcele } (P_2, T_2) \text{ și } (T_1, P_2)$$

Pentru matricea PRE a bigrafului, este o matrice celulară  $4 \times 3$  cu numărul de linii egal cu numărul de poziții (liniile aferente respectiv lui  $P_1, P_2, P_3, P_4$ ) și numărul de coloane egal cu numărul de tranziții (coloane aferente respectiv lui  $T_1, T_2, T_3$ ). Dacă bigraful ar fi necolorat, matricele  $W_{pre}$  și  $W_{post}$  ar fi cele din figura 1, iar matricea de incidență a bigrafului necolorat,  $W = W_{post} - W_{pre}$ , este reprezentată în aceeași figură. Matricele corespondente pentru aceeași rețea, dar colorată, le vom nota respectiv prin:  $A_{post}$ ,  $A_{pre}$  și respectiv  $A$ . Matricele  $A_{pre}$  și  $A_{post}$  se obțin din  $W_{pre}$  și  $W_{post}$ , prin înlocuirea elementelor din matrice, egale cu 1, prin vectorii de culoare ( $k_1$  sau  $k_2$  definiți mai sus), corespunzător arcelor respective iar matricea de incidență  $A$ , în cazul bigrafului colorat, rezultă din celelalte două matrice astfel:

$$A = \text{Apost} - \text{Apré}$$

unde, A, Apost și Apré sunt matrice celulare. Aceste matrice, pentru exemplul de rețea considerat, sunt afișate tot în figura 1. Elementele celulare ale acestor matrice sunt separate între ele prin bare verticale. Se poate observa o perfectă similitudine a acestor matrice celulare cu cele ale bigrafului necolorat, W, Wpost și Wpre, care sunt afișate în aceeași figură.

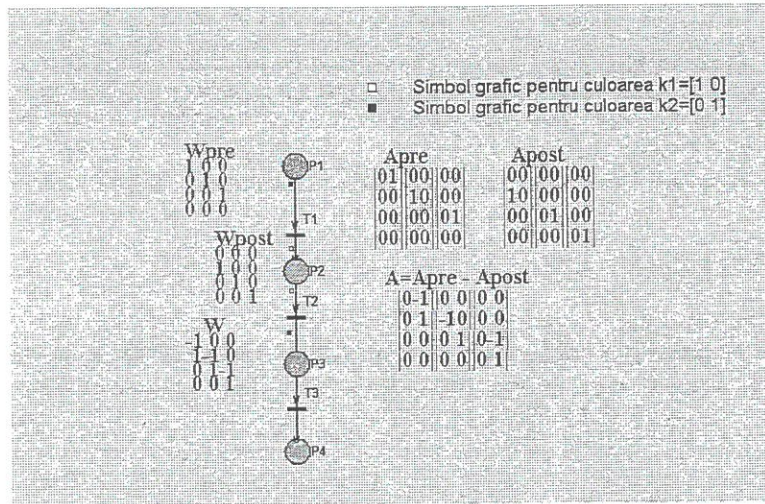


Figura 1. Bigraf colorat: culoare albă= pătrat alb; culoare neagră= pătrat negru

## 2. Marcajul rețelei colorate de transport

Un bigraf de transport este un bigraf conex care conține cel puțin un nod de intrare și un nod de ieșire. Un asemenea bigraf, dar colorat, devine rețea Petri colorată de transport numai dacă i se asociază un vector celular de marcaj color. Un asemenea vector de marcaj are dimensiunea egală cu numărul  $n$  de poziții ale rețelei, la fel ca în cazul rețelelor necolorate de transport, cu deosebirea că, în cazul marcajelor

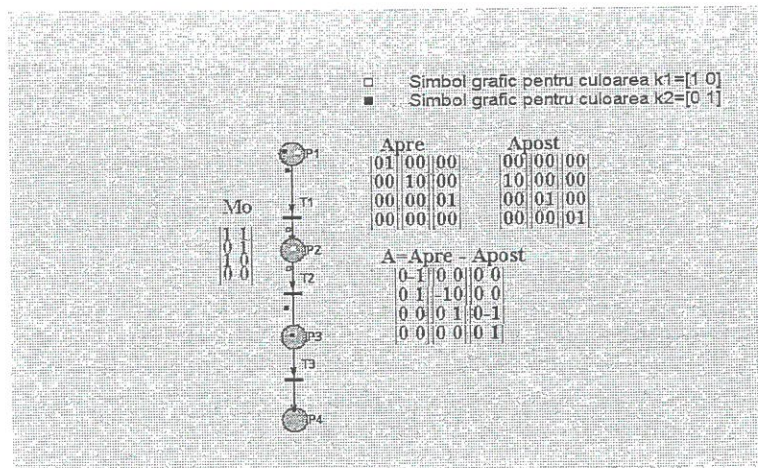


Figura 2. Vectorul de marcaj inițial  $M_0$  al unei rețele colorate de transport

colorate, acesta este un vector celular. Fiecare element celular  $m_1, m_2, \dots$  al acestui vector este un *vector-linie de culori* cu dimensiunea egală cu numărul de culori. Numărul de culori folosite pentru marcaj trebuie să fie egal cu numărul de culori aferente arcelor. În vectorii-linie, culorile sunt ordonate crescător, de la stânga la dreapta, ca și în cazul vectorului de culoare a arcelor. Deosebirea în acest caz este că elementul aferent unei anumite culori dintr-un vector linie  $m_k$  conține numărul de mărci de culoarea respectivă, prezente în poziția  $P_k$  a rețelei. Dacă în poziția  $P_k$  nu există nici o marcă de culoarea corespunzătoare, în elementul rezervat culorii se înscrie cifra zero. În reprezentarea grafică a bigrafului aferent unei rețele Petri, culorile mărcilor pot fi reprezentate prin diverse simboluri grafice cum ar fi:

pătrate albe, pătrate negre, cercuri, triunghiuri, etc. În figura 2, este reprezentat un bigraf de transport în care sunt folosite doar două culori.

Prima culoare o considerăm pe cea reprezentată prin pătratul alb și i se rezervă primul element din vectorul-linie de culoare, iar cea de a doua culoare (pătratul negru) are rezervat ultimul element din vector. Cu aceste precizări, vectorii-linie de culoare atașați celor patru poziții ale acestei rețele de transport vor fi:

$m_1 = [1 \ 1]$ , vectorul de culori pentru mărcile din poziția  $P_1$ ;

$m_2 = [0 \ 1]$ , vectorul de culoare pentru marca din poziția  $P_2$ ;

$m_3 = [1 \ 0]$ , vectorul de culoare pentru marca din poziția  $P_3$ ;

$m_4 = [0 \ 0]$ , vectorul de culoare exprimă absența mărcilor în  $P_4$ .

Vectorul de marcaj  $M_0$  pentru întreaga rețea colorată este reprezentat în figura 2.

### 3. Condiționarea tranzițiilor și ecuația fundamentală a rețelei colorate

În figura 3, este prezentată imaginea grafică a modificărilor care intervin în vectorii de marcaj în urma execuției diverselor tranziții care au precondițiile de execuție îndeplinite. Ca și în cazul rețelelor ordinare, s-a convenit să se considere îndeplinite condițiile pentru executarea unei tranziții  $T_k$ , numai dacă pozițiile PRE ale tranziției conțin cel puțin câte o marcă de aceeași culoare cu arcele PRE dintre tranziție și aceste poziții din amonte.

Dacă se consideră  $M_1$  marcajul inițial al rețelei din figură, constatăm că această condiție este îndeplinită numai pentru tranziția  $T_1$ . Execuția acestei tranziții provoacă retragerea unei mărci (de culoarea arcelor PRE) din pozițiile PRE și adaugă câte o marcă de culoarea arcelor POST în toate pozițiile POST ale acestei tranziții. Astfel, marcajul rețelei devine cel exprimat de vectorul  $M_2$  afișat în figura 3. Tot în această figură se pot observa și celelalte modificări produse prin execuția celorlalte tranziții care, succesiv devin executabile.

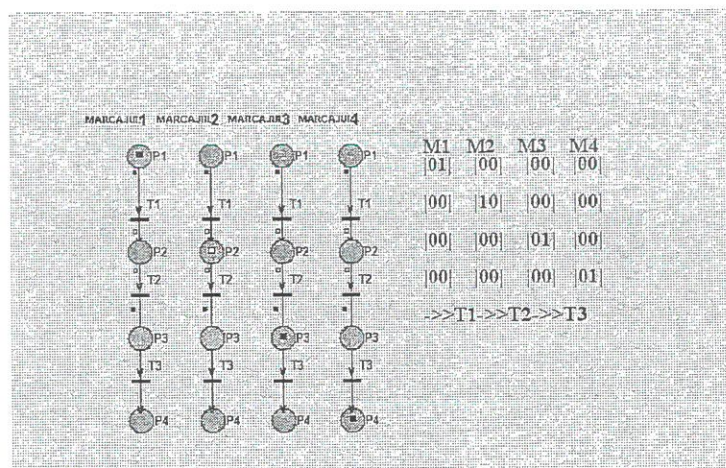


Figura 3. Vectorul de marcaj inițial  $M_0$  al unei rețele colorate de transport

Ecuația fundamentală permite calculul prin recurență al vectorilor de marcaj pe baza marcajului inițial  $M_1$  și a matricei de incidență  $A$ :

$$M_k = M_{k-1} + (\text{coloana } T_q \text{ din } A)$$

unde  $T_q$  reprezintă tranziția care, în  $M_{k-1}$  are condițiile de execuție satisfăcute.

Matricea  $A$  de incidență, a rețelei din figura de mai sus, este prezentată în figura 2. În acest exemplu,  $T_q = T_1$  iar coloana aferentă lui  $T_1$  este prima coloană din  $A$ . Cu aceste precizări, se pot calcula ceilalți vectori de marcaj pornind de la vectorul inițial  $M_1$  dat:

$$M_2 = M_1 + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} ; M_3 = M_2 + \text{coloana } T_2 \text{ din } A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ etc.}$$

## 4. Modelarea prin bigrafuri colorate a modificărilor intervenite în poziția ori starea unor nave dintr-un sistem

Bigrafurile colorate reprezintă instrumente matematice, deosebit de eficiente, pentru simularea modificărilor în ceea ce privește starea ori pozițiile unor nave în urma unor evenimente care au loc în sistem (întâlnirea unor nave inamice, intrarea într-un canal navigabil, epuizarea rezervei de combustibil sau de proiectile, defectarea unor sisteme de manevrare a navei etc.).

Spre exemplu, bigrafurile și rețelele Petri colorate de transport permit modelarea navelor de tipul submarinelor care pot naviga atât în regim de imersie, cât și la suprafață, pe diversele porțiuni din traseul care-l au de parcurs.

De exemplu, în figura 4, este prezentat un segment dintr-o rețea de transport colorată, care modelează deplasarea unor nave submersibile. Aceste submarine sunt obligate să tranziteze un canal navigabil, în regim de imersie (de scufundare). Canalul este modelat prin poziția  $P_2$ , de intrare în canal, și prin  $P_3$ , ieșirea din canal. Prin tranziția  $T_2$  se modelează tranzitarea canalului.

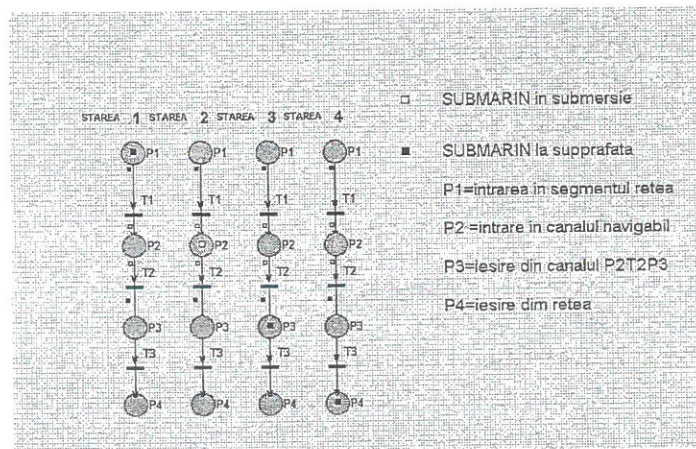


Figura 4. Segment de rețea de transport colorată, care modelează deplasarea submarinului în regim de imersie, printr-un canal navigabil, și deplasarea prin plutire la suprafață, în restul traseului de navigație

Matricele  $PRE = W_{pre}$ ,  $POST = W_{post}$  și matricea de incidență  $W$  ale bigrafului (rețelei necolorate) sunt:

$$\begin{aligned}
 W_{pre} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} &
 W_{post} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} &
 W &= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & P_1 \\ 1 & -1 & 0 & P_2 \\ 0 & 1 & -1 & P_3 \\ 0 & 0 & 1 & P_4 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad (1)$$

Aceste matrice exprimă doar conexiunile de natură PRE și POST dintre poziții și tranziții, dar nu conține informații cu privire la culorile arcelor bigrafului. Pentru eliminarea acestui neajuns, în paragraful următor, se propune utilizarea unei matrice celulare de incidență pentru adaptarea formalismului rețelelor Petri la cazul bigrafurilor colorate.

## 5. Modelul algebric al navigației unui submersibil

În figura 4, mărcile care reprezintă navele de tip submarin sunt *pătrate albe* sau *negre* în funcție de modul de a naviga. Când submarinul navighează la suprafața apei, pătratul este *negru* și  $k=1$ , iar când submarinul navighează în regim de imersie (sub apă) pătratul este *alb* și  $k=2$ .

În continuare, vom considera că un vector este de tip coloană dacă nu se menționează că este de tip linie. Pentru descrierea algebrică, culoarea unui arc între  $P_i$  și  $T_j$  este exprimată printr-un vector-linie  $a_{ij}$  care are un număr de elemente egal cu numărul de culori folosite în graful sistemului modelat. Elementului de pe poziția  $k$  din  $a_{ij}$  i se atribuie o valoare egală cu cea corespunzătoare  $w_{ij}$  din matricea de incidență  $W$  a bigrafului necolorat. Dacă ne referim la bigraful din figura 4, culoarea arcului  $u_{11}$ , de tip *pre* (dintre  $P_1$  și  $T_1$ ) este exprimată de vectorul  $a_{11} = [-1 \ 0]$  (adică *negru*), iar pentru arcul  $u_{21}$  dintre  $T_1$  și  $P_2$  culoarea este exprimată prin vectorul  $a_{21} = [0 \ 1]$  (adică *alb*) etc. În acest mod, se pot concentra toate elementele într-o *matrice celulară*  $A$ , în care unele componente celulare (celulele)  $a_{ij}$  sunt aferente arcelor din rețea, iar restul

celulelor  $a_{ij}$ , care nu au arce corespondente, se consideră  $a_{ij}=[0\ 0]$ . Celulele matricelor și vectorilor vor fi reprezentate între două bare verticale. Astfel, în cazul rețelei din figura 4, matricea celulară de incidență este de dimensiune  $4 \times 3$  deoarece rețeaua conține patru poziții și trei tranziții:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{bmatrix} \quad (2)$$

În această matrice de incidență  $A$ , sunt reflectate atât culorile arcelor *pre*, cât și a arcelor *post*. Aceste culori pot fi descrise în două matrice  $A_{pre}$ , respectiv  $A_{post}$ , care se pot construi din matricele  $W_{pre}$  și  $W_{post}$ , înlocuind valorile unitare cu valorile indicilor  $k=1$  sau  $k=2$  atribuiți culorilor *negru* și, respectiv, *alb*. Pe baza acestor matrice,  $A_{pre}$ , respectiv  $A_{post}$ , se poate construi matricea celulară  $A$ , care conține toate informațiile necesare privind arcele rețelei colorate:

$$A_{pre} = \begin{array}{c} T_1 \ T_2 \ T_3 \\ \begin{bmatrix} |10||00||00| P_1 \\ |00||01||00| P_2 \\ |00||00||10| P_3 \\ |00||00||00| P_4 \end{bmatrix} \end{array} \quad A_{post} = \begin{array}{c} T_1 \ T_2 \ T_3 \\ \begin{bmatrix} |00||00||00| P_1 \\ |01||00||00| P_2 \\ |00||10||00| P_3 \\ |00||00||01| P_4 \end{bmatrix} \end{array} \quad A = \begin{array}{c} T_1 \ T_2 \ T_3 \\ \begin{bmatrix} [-1\ 0] [0\ 0] [0\ 0] \\ [0\ 1] [0-1] [0\ 0] \\ [0\ 0] [1\ 0] [-1\ 0] \\ [0\ 0] [0\ 0] [0\ 1] \end{bmatrix} \end{array} \quad (3)$$

Se observă că, la nivel celular, operațiile și relațiile rețelelor Petri necolorate rămân valabile și în cazul bigrafulor colorate, în majoritatea lor. De exemplu, în cazul matricelor celulare (3) este valabilă relația:

$$A = A_{post} - A_{pre}$$

care este echivalentă cu relația pentru rețele Petri:

$$W = W_{post} - W_{pre}$$

în care  $W$ ,  $W_{post}$ ,  $W_{pre}$ , sunt matricele corespondente pentru o rețea Petri.

Un procedeu similar se poate folosi și pentru exprimarea matriceală a marcajului rețelei, care trebuie să exprime numărul de mărci din fiecare poziție  $P_i$  precum și culoarea acestora, exprimată prin cifre  $k=1, 2, \dots, nc$  asociate culorilor disponibile în reprezentarea rețelei. Deci, descrierea marcajului dintr-o singură poziție  $P_i$  se poate exprima printr-un vector  $m_i$  care are atâtea elemente câte culori sunt folosite în rețea, adică  $nc$  elemente:  $m_i = [m_i(1) \dots m_i(nc)]$ .

Dacă numărul de poziții în bigraf este  $np$ , se utilizează câte un astfel de vector pentru fiecare poziție, rezultând vectorul celular de marcaj:

$$M = [M_1 = [m_1(1), m_1(2), \dots, m_1(nc)] \\ \dots \\ M_{np} = [m_{np}(1), m_{np}(2), \dots, m_{np}(nc)]] \quad (4)$$

În care componentele celulare sunt  $np$  vectori,  $nc$ -dimensionali (câte o celulă pentru fiecare poziție din rețea). Numărul de mărci de aceeași culoare  $k=1, 2$ , aferent poziției  $P_i$  este înscris în celula  $m_i$  (în locul aferent culorii  $k$  a mărcii respective).

În figura 4, *Starea 1* ilustrează, prin pătratul negru, poziția submarinului, *navigând la suprafața apei*, la intrarea  $P_1$  în segmentul de rețea. Arcul  $(P_1, T_1)$  are culoarea indicată printr-un pătrat negru fapt care indică retragerea unui pătrat negru din  $P_1$  atunci când se execută  $T_1$ , și introducerea unui pătrat alb în  $P_2$ , deoarece arcul  $(T_1, P_2)$  este colorat în alb (fapt exprimat prin pătratul alb de lângă acest arc). Această situație este reprezentată în *Starea 2*, din figura 4.

Așadar, la intrarea în canal, submarinul se scufundă și, în acest caz, are loc execuția tranziției  $T_2$  care are ca rezultat retragerea pătratului alb din  $P_2$  deoarece arcul  $(P_2, T_2)$  este vopsit în alb și se introduce un pătrat negru în  $P_3$  fapt reprezentat în *starea 3* din figură. În continuare, arcele nu mai sunt vopsite, sunt arce „fără culoare” și, deci, deplasarea mărcilor se supune regulilor din rețelele necolorate. Așa se explică faptul că marca transferată în  $P_4$  are aceeași culoare cu cea din  $P_3$ . Succesiunea acestor evenimente din rețeaua prezentată în figura 4 poate fi pusă în evidență apelând la ecuația de stare a rețelei colorate, care permite calculul vectorului celular de marcaj la pasul  $t=2$ , pe baza vectorului de marcaj la pasul anterior (în *starea 1* din figura 4) care, conform convenției făcute pentru reprezentarea mărcilor colorate, vectorul de marcaj în *starea 1* va fi:

$$M_1 = \begin{bmatrix} [1\ 0] \\ [0\ 0] \\ [0\ 0] \\ [0\ 0] \end{bmatrix} \quad (5)$$

Ecuția de stare a rețelei Petri permite calculul recursiv al vectorului de marcaj la pasul  $t$ , pe baza vectorului de marcaj la pasul anterior  $t-1$  și a matricei de incidență  $W$ . Cunoscând starea de început, dată prin vectorul de marcaj inițial  $m_0$ , se pot calcula vectorii de marcaj la pașii următori,  $m_1, m_2, \dots$ , folosind ecuația de stare:

$$m_t = m_{t-1} + \text{coloana } T_q \text{ din } [W] \quad (6)$$

în care  $T_q$  reprezintă tranziția a cărei execuție este declanșată de marcajul  $m_{t-1}$  iar coloana  $T_q$  reprezintă coloana aferentă lui  $T_q$  din matricea de incidență  $[W]$ .

În cazul unui bigraf colorat de transport, ecuația de stare este asemănătoare cu cea a rețelei Petri, cu particularitatea că matricea de incidență este celulară, ca și vectorul de marcaj:

$$M_t = M_{t-1} + \text{coloana } T_q \text{ din } [A] \quad (7)$$

În cazul sistemului de transport, reprezentat în figura 4, în care vectorul de marcaj este  $M_1$  din (5), tranziția  $T_q = T_1$  iar vectorul de marcaj în starea următoare  $M_2$  va fi:

$$M_2 = \begin{bmatrix} [1 \ 0] + [-1 \ 0] & [0 \ 0] \\ [0 \ 0] + [0 \ 1] & [0 \ 1] \\ [0 \ 0] + [0 \ 0] & [0 \ 0] \\ [0 \ 0] + [0 \ 0] & [0 \ 0] \end{bmatrix}$$

Întreaga secvență de execuție a tranzițiilor și dinamica marcajelor colorate este următoarea:

$$M_1 = \begin{bmatrix} [1 \ 0] \\ [0 \ 0] \\ [0 \ 0] \\ [0 \ 0] \end{bmatrix} \rightarrow T_q = T_1 \rightarrow M_2 = \begin{bmatrix} [0 \ 0] \\ [0 \ 1] \\ [0 \ 0] \\ [0 \ 0] \end{bmatrix} \rightarrow T_q = T_2 \rightarrow M_3 = \begin{bmatrix} [0 \ 0] \\ [0 \ 0] \\ [1 \ 0] \\ [0 \ 0] \end{bmatrix} \rightarrow T_q = T_3 \rightarrow M_4 = \begin{bmatrix} [0 \ 0] \\ [0 \ 0] \\ [0 \ 0] \\ [1 \ 0] \end{bmatrix} \quad (8)$$

Din secvența de start, exprimată prin vectorii celulari din (8), se observă o perfectă concordanță cu imaginea grafică din figura 4, unde trecerea dintr-o stare în alta s-a obținut prin inspectarea bigrafului și prin aplicarea regulii de execuție a unei tranziții, în cazul bigrafului colorat.

## 6. Concluzii

Teoria algebrică a rețelelor Petri ordinare se poate extinde la rețelele Petri colorate de transport, cu condiția ca matricele de incidență și vectorii de marcaj să fie înlocuiți cu matricele și vectorii celulari de marcaj aferenți RPt colorate.

Avantajul reprezentării structurii bigrafurilor colorate de transport prin matrice celulare constă în faptul că relațiile algebrice între matricele  $A$ ,  $A_{\text{post}}$  și  $A_{\text{pre}}$  au aceeași structură cu cele dintre matricele bigrafurilor necolorate.

Bigrafurile colorate reprezintă instrumente cu capacitate superioară de modelare a sistemelor de transport maritim, militar și civil, dată fiind complexitatea și diversitatea aspectelor acestora.

## Bibliografie

1. PĂSTRĂVANU, O.: Sisteme cu evenimente discrete. Tehnici calitative bazate pe formalismul rețelelor Petri, Editura MatrixRom, București 1997, pp. 12-110.
2. BORDEA, GHE.: Modelarea relațională a sistemelor cu evenimente discrete, Editura Leda&Muntenia, Constanța 2000, pp. 9-45.
3. BORDEA, V.: Rețele Petri de transport. În: Revista Română de Automatică și Informatică, vol. 15, nr. 4, 2005 pp. 17-26.
4. TOADERE, T.: Grafe, Teorie, Algoritmi și Aplicații, Editura Albastră, Cluj-Napoca, 2002, pp. 151-185.
5. DAVID, R., H. ALLA: Du Grafet aux reseaux de Petri, Maison d'Édition Hermes, Paris, 1992.