

ORTOGONALITATEA CIFRELOR ARABE ȘI A ALFABETULUI LATIN FOLOSIND DIFERENȚELE NETE

Ion Ivan

ionivan@ase.ro

Daniel Milodin

daniel.milodin@ase.ro

Academia de Studii Economice, București

Rezumat. Se definește conceptul de ortogonalitate a textelor. Se construiesc două sisteme de referință, folosite pentru studiul ortogonalității. Se studiază ortogonalitatea alfabetului latin și a cifrelor arabe. Se prezintă și se aplică un algoritm pentru determinarea ortogonalității pe baza sistemului de reprezentare. Algoritmul este implementat într-un produs software ale cărui rezultate sunt prezentate în lucrare.

Cuvinte cheie: ortogonalitate, alfabet, metrice, sistem de referință.

1. Ortogonalitate și sisteme de referință

Alfabetul este format din totalitatea literelor folosite pentru a construi cuvinte.

Cuvântul este unitatea de bază a vocabularului, construit cu ajutorul literelor unui alfabet.

Vocabularul este mulțimea formată din totalitatea cuvintelor unei limbi.

Textul este format din mai multe cuvinte a căror alăturare are ca prim scop transmiterea unor informații.

Ortogonalitatea este conceptul pe baza căruia este studiată asemănarea dintre două sau mai multe cuvinte, texte, alfabet.

Ortogonalitatea cuvintelor depinde atât de ordinea literelor din care sunt formate, cât și de semnificația pe care o are conținutul celor două cuvinte.

Două texte T_i și T_j sunt ortogonale dacă nu au nimic în comun.

În continuare, este studiată ortogonalitatea simbolurilor unui alfabet. Pentru aceasta, sunt dezvoltate două sisteme de referință diferite, cu ajutorul cărora sunt reprezentate simbolurile alfabetului pentru o analiză complexă a ortogonalității acestora.

Entitatea este o noțiune primară. O entitate este descrisă printr-o serie de caracteristici.

Se consideră caracteristicile C_1, C_2, \dots, C_m cu care se descriu cel puțin două entități.

Ortogonalitatea măsoară cât de diferite sunt entitățile. Ortogonalitatea este măsura diferenței dintre elementele unei colectivități.

Primul sistem de referință, S este prezentat în figura 1. Acesta este un sistem cu o fidelitate mai scăzută, datorită faptului că nu redă întocmai construcția literelor unui alfabet. Spre exemplu, folosind acest sistem, nu vor fi reprezentate toate literele alfabetului latin.

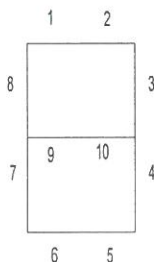


Figura 1. Sistemul de referință S

Dacă se consideră alfabetul corespunzător simbolurilor asociate cifrelor arabe $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, folosind sistemul de referință S , se obțin reprezentările date în figura 2.

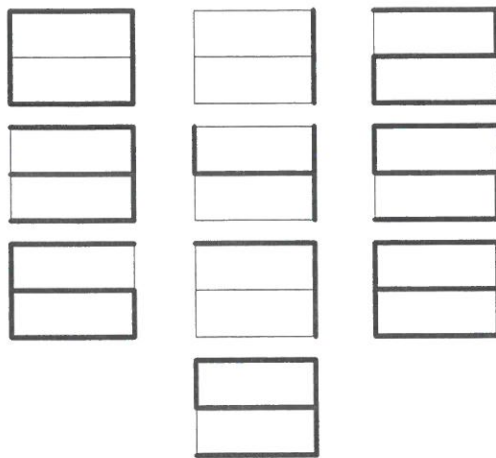


Figura 2. Reprezentarea cifrelor arabe folosind sistemul de referință S

Datorită incapacității de reprezentare a tuturor simbolurilor unui alfabet și datorită reprezentării mai puțin fidele, cu doar 10 elemente, ce influențează comparațiile ulterioare prin diferențe foarte mici între simboluri, acest sistem de reprezentare este foarte rar utilizat. Este preferat sistemul de reprezentare R, cu 20 elemente de reprezentare, sistem ce va fi prezentat în continuare.

2. Reprezentarea simbolurilor arabe și a alfabetului latin

Se consideră un alfabet A, format din simbolurile a_1, a_2, \dots, a_n , $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$.

Pentru reprezentarea simbolurilor lui, se definește un sistem de referință $R = \{r_1, r_2, \dots, r_k\}$ (figura 3).

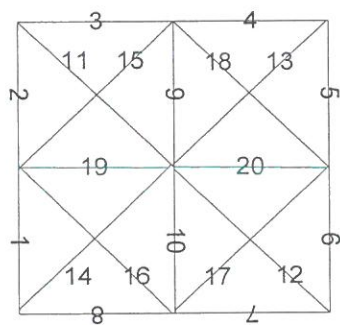


Figura 3. Sistemul de referință R

Alfabetul corespunzător simbolurilor asociate cifrelor arabe $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ este reprezentat cu ajutorul sistemului de referință R din figura 4.

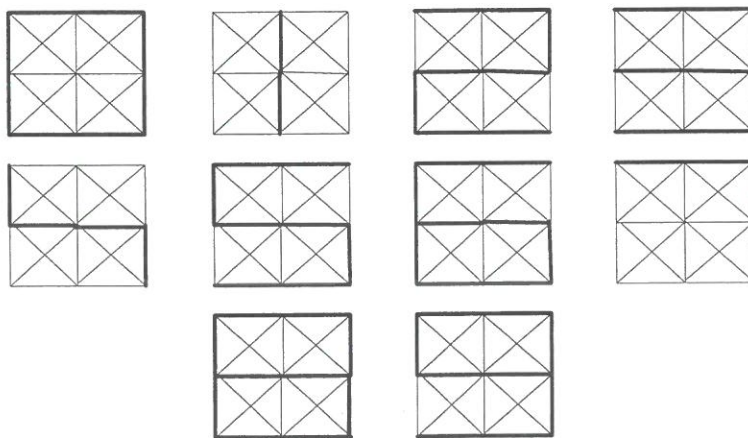


Figura 4. Reprezentarea cifrelor arabe cu sistemul de referință

Pentru alfabetul latin $A_L = \{A, B, \dots, W\}$, folosind același sistem de referință se obțin reprezentările date în figura 5.

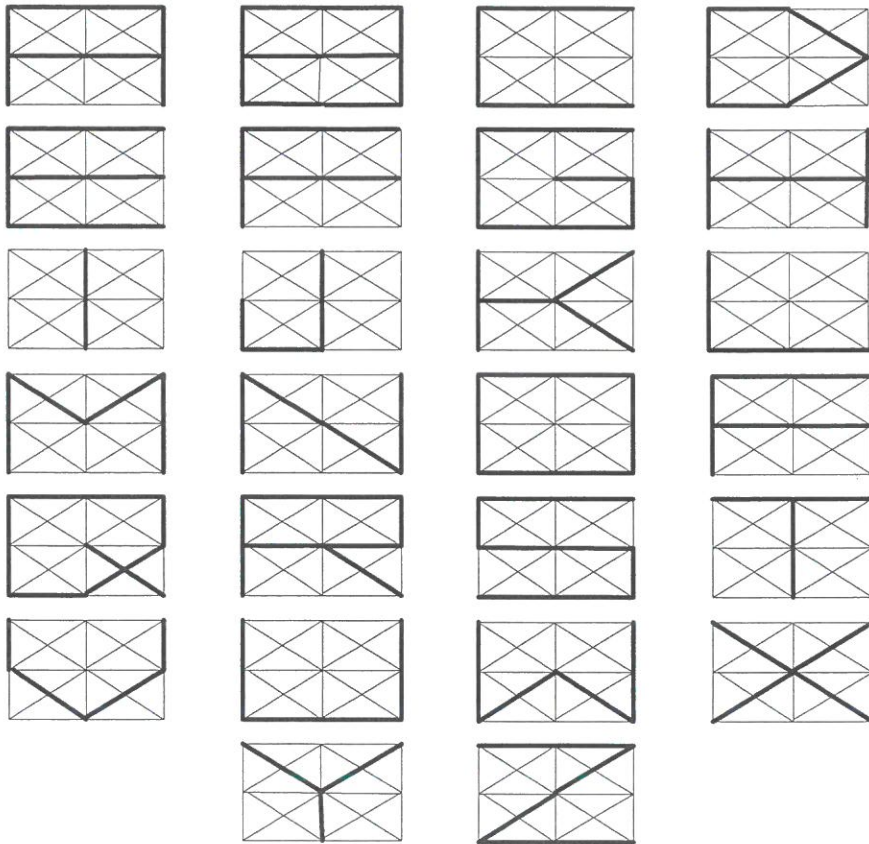


Figura 5. Reprezentarea simbolurilor alfabetului latin

Se observă că simbolurile nu se confundă unele cu altele pentru că sunt diferite.

Sistemul de referință R are mai multe elemente constituente față de sistemul S, motiv pentru care va fi folosit în construirea algoritmilor pentru studiul ortogonalității simbolurilor alfabetelor.

3. Ortogonalitatea pe baza frecvențelor de utilizare ale elementelor sistemului de referință R

Pentru a cuantifica gradul de diferențiere dintre două simboluri ale unui alfabet, se propune algoritmul:

Pasul 1: se definește un sistem de referință format din segmentele r_1, r_2, \dots, r_k .

Pasul 2: se asociază câte un rang α_i fiecărui segment r_i din sistemul de referință, obținând perechile (α_i, r_i) .

Pasul 3: se construiesc simbolurile alfabetului A folosind sistemul de referință.

Pasul 4: se construiește o matrice $M(A)$ asociată alfabetului astfel încât elementul $x_{ij} = 1$ dacă pentru a construi simbolul a_i din alfabetul A se utilizează segmentul de referință r_j .

Pasul 5: se calculează sumele pe coloanele $T_j = \sum_{i=1}^n x_{ij}$, $j = 1, 2, \dots, k$, pentru a totaliza frecvențele de utilizare a segmentelor din sistemul de referință în definirea simbolurilor din alfabet.

Pasul 6: se interschimbă coloanele matricei $M(A)$ pentru a obține o dispunere în ordine descrescătoare după totalurile T_j , $j = 1, 2, 3, \dots, k$.

Prima coloană corespunde segmentului r_h deoarece totalul său T_h are valoare maximă, iar ultima coloană corespunde segmentului r_p , întrucât totalul T_p este cu valoare minimă.

Pasul 7: se recodifică rangurile segmentelor sistemului de referință, astfel încât noile numere să reflecte frecvențele de utilizare, obținându-se perechile (r_j, β_j) .

Pentru simbolurile alfabetului B, descrise în figura 4, se construiește matricea inițială, dată în tabelul 1.

Tabelul 1. Frecvențele sistemului de referință pentru cifrele arabe

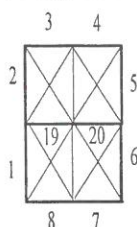
R	r ₁	r ₂	r ₃	r ₄	r ₅	r ₆	r ₇	r ₈	r ₉	r ₁₀	r ₁₁	r ₁₂	r ₁₃	r ₁₄	r ₁₅	r ₁₆	r ₁₇	r ₁₈	r ₁₉	r ₂₀
α	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
3	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
4	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
5	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
6	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
7	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
9	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
T _i	4	6	8	8	6	8	7	7	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	7	7

După aplicarea pașilor 6 și 7 ai algoritmului, se obține tabelul 2.

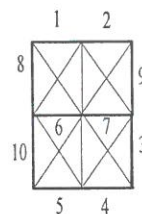
Tabelul 2. Noul sistem de referință, obținut în urma ordonării frecvențelor

R	r ₁	r ₂	r ₃	r ₄	r ₅	r ₆	r ₇	r ₈	r ₉	r ₁₀	r ₁₁	r ₁₂	r ₁₃	r ₁₄	r ₁₅	r ₁₆	r ₁₇	r ₁₈	r ₁₉	r ₂₀
β	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
α	3	4	6	7	8	19	20	2	5	1	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Pentru vechiul sistem de coduri, simbolului 8 îi corespunde sistemul de referință din figura 6a, și noul sistem de referință din figura 6b.



a) vechiul sistem de ranguri



b) noul sistem de ranguri

Figura 6. Schimbarea rangurilor sistemului de referință pentru simbolul 8 din alfabetul B

Pentru simbolurile alfabetului latin A_L se construiește matricea X(A_L), dată în tabelul 3.

Tabelul 3. Matricea asociată alfabetului latin

Vechea Codificare		r ₁	r ₂	r ₃	r ₄	r ₅	r ₆	r ₇	r ₈	r ₉	r ₁₀	r ₁₁	r ₁₂	r ₁₃	r ₁₄	r ₁₅	r ₁₆	r ₁₇	r ₁₈	r ₁₉	r ₂₀
R		r ₁	r ₂	r ₃	r ₄	r ₅	r ₆	r ₇	r ₈	r ₉	r ₁₀	r ₁₁	r ₁₂	r ₁₃	r ₁₄	r ₁₅	r ₁₆	r ₁₇	r ₁₈	r ₁₉	r ₂₀
A	1	2	3	4	5	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	19	20	
B	1	2	3	4	5	6	7	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	19	20	
C	1	2	3	4	0	0	7	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
D	1	2	3	0	0	0	0	8	0	0	0	0	0	0	0	0	17	18	0	0	
E	1	2	3	4	0	0	7	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	19	20	
F	1	2	3	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	19	20	
G	1	2	3	4	0	6	7	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	
H	1	2	0	0	5	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	19	20	
I	0	0	0	0	0	0	0	9	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
J	1	0	0	0	0	0	0	8	9	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
K	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	12	13	0	0	0	0	0	0	19	0	
L	1	2	0	0	0	7	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
M	1	2	0	0	5	6	0	0	0	11	0	13	0	0	0	0	0	0	0	0	
N	1	2	0	0	5	6	0	0	0	11	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
O	1	2	3	4	5	6	7	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
P	1	2	3	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	19	20	
R	1	2	3	4	5	0	0	0	0	0	12	0	0	0	0	0	0	0	19	20	
Q	1	2	3	4	5	0	0	8	0	0	12	0	0	0	0	0	17	0	0	0	
S	0	2	3	4	0	6	7	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	19	20	
T	0	0	3	4	0	0	0	9	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
U	1	2	0	0	5	6	7	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
V	0	2	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16	17	0	0	0	0	
W	1	2	0	0	5	6	0	0	0	0	12	0	14	0	0	0	0	0	0	0	
X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	12	13	14	0	0	0	0	0	0	0	
Y	0	0	0	0	0	0	0	0	10	11	0	13	0	0	0	0	0	0	0	0	
Z	0	0	3	4	0	0	7	8	0	0	0	13	14	0	0	0	0	0	0	0	

După aplicarea pașilor 5 și 6 din algoritm se obține matricea din tabelul 4.

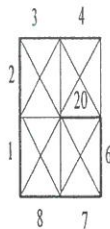
Tabelul 4. Noul sistem de referință, obținut în urma ordonării frecvențelor

Noua Codificare																				
R	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11	r12	r13	r14	r15	r16	r17	r18	r19	r20
A	1	2	3	4	0	6	7	0	9	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	1	2	3	4	5	0	0	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	1	2	3	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	17	0	19	0
E	1	2	3	4	5	0	0	8	9	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F	1	2	3	4	0	0	0	0	9	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G	1	2	3	4	5	0	7	8	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H	1	2	0	0	0	6	7	0	9	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
I	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13	0	15	0	0	0	0	0
J	0	2	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	13	0	15	0	0	0	0	0
K	1	2	0	0	0	0	0	0	9	0	11	12	0	0	0	0	0	0	0	0
L	1	2	0	0	5	0	0	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M	1	2	0	0	0	6	7	0	0	0	0	12	0	14	0	0	0	0	0	0
N	1	2	0	0	0	6	7	0	0	0	11	0	0	14	0	0	0	0	0	0
O	1	2	3	4	5	6	7	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P	1	2	3	4	0	0	0	0	9	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R	1	2	3	4	0	6	0	0	9	10	11	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q	1	2	3	4	5	6	0	0	0	0	11	0	0	0	0	0	17	0	0	0
S	1	0	3	4	5	0	7	8	9	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T	0	0	3	4	0	0	0	0	0	0	0	0	13	0	15	0	0	0	0	0
U	1	2	0	0	5	6	7	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
V	1	0	0	0	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	17	18	0	0
W	1	2	0	0	0	6	7	0	0	0	11	0	0	0	0	16	0	0	0	0
X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	12	0	14	0	16	0	0	0	0
Y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	13	14	0	0	0	0	0	0	0
Z	0	0	3	4	5	0	0	8	0	0	0	12	0	0	0	16	0	0	0	0

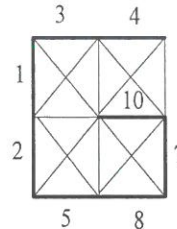
Tabelul 5. Noul sistem de referință, obținut în urma ordonării frecvențelor

poziție nouă	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
poziție veche	2	1	3	4	8	5	6	7	19	20	12	13	10	11	9	14	17	16	18	15

Simbolul G este reprezentat folosind codificarea inițială a sistemului de referință în figura 7a. Folosirea sistemului de referință recodificat în reprezentarea aceluiași caracter este dată în figura 7b.



a) vechiul sistem de ranguri



b) noul sistem de ranguri

Figura 7. Schimbarea rangurilor sistemului de referință pentru simbolul G din alfabetul A_L

4. Ortogonalitatea pe baza diferențelor nete

Pentru a măsura ortogonalitatea dintre simbolul a_i și simbolul a_j trebuie definit un indicator $H(a_i, a_j) \in [0;1]$, astfel încât:

- $H(a_i, a_j) = 0$ dacă cele două elemente sunt identice,
- $H(a_i, a_j) = 1$ dacă cele două elemente sunt complet diferite.

Pentru caracteristicile de calitate C_1, C_2, \dots, C_m , ortogonalitatea vizează măsura în care elementele a_i și a_j sunt înzestrate cu caracteristici de calitate diferite.

Elementele a_i și a_j sunt identice dacă au aceleași niveluri ale caracteristicilor de calitate.

Când elementul a_i este înzestrat cu submulțimea de caracteristici C' și elementul a_j este înzestrat cu submulțimea de caracteristici C'' și $C' \cap C'' = \emptyset$ rezultă că elementele a_i și a_j sunt ortogonale dacă sunt privite numai prin prisma acestui mod de a remarca diferențele dintre ele.

Se definește funcția:

$$h(x) = \begin{cases} 0, & \text{dacă } x = 0 \\ 1, & \text{dacă } x \neq 0 \end{cases}$$

Segmentele folosite pentru a defini un simbol al alfabetului formează o sublistă $L(a_i)$.

Pentru exemplul considerat:

$$L(R) = \{r_1, r_2, \dots, r_{20}\}$$

Pentru simbolul dat în figura 8

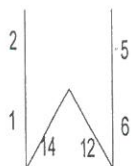


Figura 8. Sistemul de referință al simbolului W

se constituie lista $L(W) = \{r_1, r_2, r_5, r_6, r_{14}, r_{12}\}$

Pentru simbolul din figura 9

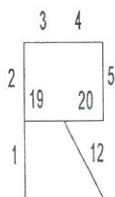


Figura 9. Sistemul de referință al simbolului R

se obțin $L(R) = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_{20}, r_{19}, r_{12}\}$.

Pentru măsurarea ortogonalității dintre simbolurile a_i și a_j ale alfabetului A_L se definește indicatorul cu forma analitică:

$$H(a_i, a_j) = \frac{\max_{r=1}^m \{f_{r_i}, f_{r_j}\} * f(h(f_{r_i}), h(f_{r_j}))}{\sum_{r=1}^m f_{r_i} + \sum_{r=1}^m f_{r_j}}$$

Astfel, pentru simbolurile W și R, rezultatul se calculează folosind tabelul nr. 6:

Tabelul 6. Valorile necesare determinării indicatorului $H(W, R)$

	$W(f_{r_i})$	$R(f_{r_j})$	$h(f_{r_i})$	$h(f_{r_j})$	$\max \{f_{r_i}, f_{r_j}\}$	$f(h(f_{r_i}), h(f_{r_j}))$	$\max \{f_{r_i}, f_{r_j}\} * f$
r_1	1	1	1	1	1	0	0
r_2	2	2	1	1	2	0	0
r_3	0	3	0	1	3	1	3
r_4	0	4	0	1	4	1	4
r_5	5	5	1	1	5	0	0
r_6	6	0	1	0	6	1	6
r_7	0	0	0	0	0	0	0
r_8	0	0	0	0	0	0	0
r_9	0	0	0	0	0	0	0
r_{10}	0	0	0	0	0	0	0
r_{11}	0	0	0	0	0	0	0
r_{12}	12	12	1	1	12	0	0
r_{13}	0	0	0	0	0	0	0
r_{14}	14	0	1	0	14	1	14
r_{15}	0	0	0	0	0	0	0
r_{16}	0	0	0	0	0	0	0

r ₁₇	0	0	0	0	0	0	0
r ₁₈	0	0	0	0	0	0	0
r ₁₉	0	19	0	1	19	1	19
r ₂₀	0	20	0	1	20	1	20
	40	66					66

$$H(W,R) = \frac{66}{40+66} = 0.62$$

Se calculează matricea simetrică de ortogonalitate a simbolurilor alfabetului A_L, obținându-se datele din tabelul 7.

Tabelul 7. Matricea de ortogonalitate a alfabetului A_L

Matricea H pentru litere																											
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z		
A	0.00	0.11	0.76	0.89	0.21	0.10	0.35	0.06	1.00	0.98	0.59	0.92	0.71	0.71	0.56	0.10	0.14	0.73	0.16	0.84	0.69	0.86	0.72	1.00	1.00	0.87	
B	0.11	0.00	0.50	0.77	0.08	0.21	0.19	0.17	1.00	0.83	0.64	0.61	0.75	0.75	0.35	0.21	0.23	0.44	0.06	0.86	0.46	0.88	0.76	1.00	1.00	0.65	
C	0.76	0.50	0.00	0.62	0.44	0.73	0.34	0.92	1.00	0.66	0.92	0.16	0.90	0.90	0.18	0.73	0.78	0.53	0.69	0.73	0.33	0.94	0.91	1.00	1.00	0.41	
D	0.89	0.77	0.62	0.00	0.75	0.88	0.72	0.94	1.00	0.77	0.94	0.67	0.93	0.93	0.67	0.88	0.90	0.39	0.78	0.92	0.72	0.57	0.93	1.00	1.00	0.78	
E	0.21	0.08	0.44	0.75	0.00	0.13	0.22	0.28	1.00	0.80	0.60	0.56	0.94	0.94	0.50	0.13	0.25	0.69	0.05	0.84	0.61	0.96	0.94	1.00	1.00	0.61	
F	0.10	0.21	0.73	0.88	0.13	0.00	0.40	0.18	1.00	0.97	0.54	0.91	0.93	0.93	0.76	0.00	0.15	0.80	0.19	0.81	0.92	0.96	0.93	1.00	1.00	0.86	
G	0.35	0.19	0.34	0.72	0.22	0.40	0.00	0.64	1.00	0.77	0.94	0.48	0.80	0.80	0.29	0.40	0.49	0.65	0.17	0.82	0.40	0.96	0.80	1.00	1.00	0.56	
H	0.06	0.17	0.92	0.94	0.28	0.18	0.44	0.00	1.00	0.98	0.56	0.92	0.69	0.69	0.69	0.18	0.21	0.85	0.23	1.00	0.66	0.85	0.70	1.00	1.00	1.00	
I	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.19	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	
J	0.98	0.83	0.66	0.77	0.80	0.97	0.77	0.98	1.00	0.19	0.00	0.97	0.61	0.97	0.97	0.72	0.97	0.98	0.77	0.84	0.30	0.68	1.00	0.97	1.00	0.68	0.79
K	0.59	0.64	0.92	0.94	0.60	0.54	0.94	0.56	1.00	0.97	0.00	0.91	0.62	0.64	0.93	0.54	0.40	0.70	0.64	1.00	0.92	0.95	0.66	0.48	0.68	0.73	
L	0.92	0.61	0.16	0.67	0.56	0.91	0.48	0.92	1.00	0.61	0.91	0.00	0.89	0.89	0.33	0.91	0.93	0.69	0.61	1.00	0.23	0.93	0.90	1.00	1.00	0.55	
M	0.71	0.75	0.90	0.93	0.94	0.93	0.80	0.69	1.00	0.97	0.62	0.89	0.80	0.33	0.62	0.93	0.85	0.82	0.85	1.00	0.58	0.82	0.64	0.45	0.33	0.70	
N	0.71	0.75	0.90	0.93	0.94	0.93	0.80	0.69	1.00	0.97	0.62	0.89	0.33	0.62	0.93	0.61	0.55	0.85	1.00	0.58	0.82	0.32	0.47	0.69	1.00	0.48	
O	0.56	0.35	0.18	0.67	0.50	0.76	0.29	0.69	1.00	0.72	0.93	0.33	0.62	0.62	0.00	0.76	0.71	0.48	0.43	0.77	0.11	0.82	0.63	1.00	1.00	0.48	
P	0.10	0.21	0.73	0.88	0.13	0.00	0.40	0.18	1.00	0.97	0.54	0.91	0.93	0.93	0.76	0.00	0.15	0.80	0.19	0.81	0.92	0.96	0.93	1.00	1.00	0.86	
Q	0.14	0.23	0.70	0.90	0.25	0.15	0.49	0.21	1.00	0.98	0.40	0.93	0.85	0.61	0.71	0.15	0.00	0.54	0.29	0.85	0.83	0.87	0.62	0.79	1.00	0.88	
R	0.73	0.64	0.53	0.39	0.69	0.80	0.65	0.85	1.00	0.77	0.70	0.69	0.82	0.55	0.48	0.80	0.54	0.00	0.72	0.82	0.60	0.48	0.57	0.76	1.00	0.70	
S	0.16	0.04	0.49	0.78	0.05	0.19	0.17	0.23	1.00	0.84	0.64	0.61	0.85	0.85	0.43	0.19	0.29	0.72	0.00	0.85	0.53	0.96	0.85	1.00	1.00	0.63	
T	0.84	0.86	0.73	0.92	0.84	0.81	0.82	1.00	1.00	0.16	0.30	1.00	1.00	1.00	0.77	0.81	0.85	0.82	0.85	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.67	0.81
U	0.69	0.44	0.33	0.72	0.61	0.92	0.40	0.66	1.00	0.68	0.92	0.23	0.58	0.58	0.11	0.92	0.83	0.60	0.53	1.00	0.00	0.80	0.59	1.00	1.00	0.62	
V	0.86	0.88	0.94	0.57	0.96	0.96	0.96	0.85	1.00	1.00	0.95	0.93	0.82	0.82	0.82	0.96	0.87	0.48	0.96	1.00	0.80	0.00	0.82	1.00	1.00	1.00	
W	0.72	0.76	0.91	0.93	0.94	0.93	0.80	0.70	1.00	0.97	0.66	0.90	0.64	0.32	0.63	0.93	0.62	0.57	0.85	1.00	0.59	0.82	0.00	0.42	1.00	0.69	
X	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.48	1.00	0.45	0.47	1.00	1.00	0.79	0.76	1.00	1.00	1.00	1.00	0.42	0.43	0.45	1.00	
Y	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.68	0.68	1.00	0.33	0.69	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.40	0.43	0.00	0.69	
Z	0.87	0.65	0.41	0.78	0.61	0.86	0.56	1.00	1.00	0.79	0.73	0.55	0.70	1.00	0.48	0.86	0.88	0.70	0.63	0.81	0.62	1.00	0.69	0.45	0.69	0.00	

Pentru simbolurile care formează setul cifrelor romane folosind sistemul de referință R = {r₁, r₂, ..., r₂₀}, se calculează matricea simetrică a ortogonalității, dată în tabelul 8.

Tabelul 8. Matricea de ortogonalitate a cifrelor romane

Matricea H pentru cifre										
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
0	0.0000	1.0000	0.4563	0.3889	0.8072	0.4286	0.4151	0.3333	0.3514	0.3636
1	1.0000	0.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
2	0.4563	1.0000	0.0000	0.0504	0.3158	0.1029	0.0949	0.7176	0.0563	0.0638
3	0.3889	1.0000	0.0504	0.0000	0.2437	0.0496	0.0563	0.6000	0.0204	0.0137
4	0.8072	1.0000	0.3158	0.2437	0.0000	0.1897	0.1966	0.8154	0.2295	0.2231
5	0.4286	1.0000	0.1029	0.0496	0.1897	0.0000	0.0072	0.7011	0.0417	0.0350
6	0.4151	1.0000	0.0949	0.0563	0.1966	0.0072	0.0000	0.7045	0.0345	0.0417
7	0.3333	1.0000	0.7176	0.6000	0.8154	0.7011	0.7045	0.0000	0.6129	0.6087
8	0.3514	1.0000	0.0563	0.0204	0.2295	0.0417	0.0345	0.6129	0.0000	0.0067
9	0.3636	1.0000	0.0638	0.0137	0.2231	0.0350	0.0417	0.6087	0.0067	0.0000

Se observă că cele două alfabeturi au simboluri care diferă unele de altele. Există simboluri care diferă mai puțin unele de altele, precum 0 și 4, 1 și 2, sau 4 și 7.

De asemenea, există simboluri ce diferă foarte mult unele de altele, precum 0 și 5, 0 și 9 sau 2 și 3.

5. Ortogonalitatea globală a alfabetelor

Pentru a avea o imagine globală asupra ortogonalității simbolurilor din alfabet, se propune indicatorul de forma:

$$H(A_L) = \frac{2}{n(n-1)} \sqrt{\prod_{i=1}^{n-1} \left(\prod_{j=i+1}^n H(a_i, a_j) \right)}$$

Pentru alfabetul B (al cifrelor romane), H(B) = 0,22.

Pentru alfabetul A_L (al literelor mari din alfabetul latin), H(A_L) = 0.64.

Când se construiește un indicator acesta trebuie să fie: *senzitiv, necatastrofic, necompensatoriu*

Indicatorul H(a_i, a_j) este *senzitiv* întrucât pentru variații mici ale structurii simbolurilor L(a_i) și L(a_j) se obțin variații mici ale indicatorului H, iar pentru variații mari ale structurilor se obțin, de asemenea,

variații mari ale indicatorului.

Indicatorul $H(a_i, a_j)$ este *necatastrofic* pentru că toate valorile sunt diferite de zero, numitorul nefiind niciodată nul.

Indicatorul este *compensatoriu* pentru multe dintre simbolurile diferite ale alfabetului A_L , obținându-se aceleași valori după cum rezultă din tabelul 9.

Tabelul 9. Frecvențele nivelurilor identice ale indicatorului de ortogonalitate pentru matricea $M(A_L)$

Valoare - Frecvență									
1.0000	134	0.6226	4	0.7662	2	0.6585	2	0.6410	2
0.0000	28	0.8205	4	0.9375	2	0.8495	2	0.7011	2
0.7647	8	0.4545	4	0.6716	2	0.6989	2	0.6164	2
0.9231	8	0.4286	4	0.6706	2	0.1915	2	0.6117	2
0.3333	8	0.1111	2	0.8957	2	0.1556	2	0.5506	2
0.9310	8	0.8899	2	0.3861	2	0.9733	2	0.8491	2
0.2097	6	0.0619	2	0.7797	2	0.6087	2	0.5758	2
0.6854	6	0.9773	2	0.9200	2	0.9697	2	0.3247	2
0.9302	6	0.5888	2	0.7179	2	0.9692	2	0.4713	2
0.9326	6	0.7143	2	0.5730	2	0.7188	2	0.6901	2
0.4000	6	0.7113	2	0.7755	2	0.9787	2	0.7059	2
0.8133	6	0.5625	2	0.2174	2	0.7750	2	0.4773	2
0.1009	4	0.1429	2	0.2821	2	0.8351	2	0.1077	2
0.3514	4	0.7321	2	0.8043	2	0.2963	2	0.8158	2
0.1628	4	0.8372	2	0.6036	2	0.6842	2	0.6316	2
0.7200	4	0.8600	2	0.5610	2	0.9706	2	0.4842	2
0.5000	4	0.8716	2	0.9406	2	0.6774	2	0.5424	2
0.7742	4	0.0791	2	0.2462	2	0.7922	2	0.2889	2
0.6129	4	0.1905	2	0.6897	2	0.6235	2	0.8478	2
0.7522	4	0.1719	2	0.0526	2	0.6429	2	0.8316	2
0.2340	4	0.8252	2	0.8444	2	0.9277	2	0.8679	2
0.4423	4	0.6393	2	0.9615	2	0.3982	2	0.7931	2
0.8783	4	0.7500	2	0.9423	2	0.6870	2	0.7190	2
0.6216	4	0.6378	2	0.6106	2	0.6379	2	0.6049	2
0.7297	4	0.0417	2	0.7722	2	0.9211	2	0.5652	2
0.9077	4	0.8614	2	0.9388	2	0.9540	2	0.7030	2
0.8776	4	0.7565	2	0.7978	2	0.6552	2	0.8526	2
0.9412	4	0.6452	2	0.7955	2	0.4845	2	0.5306	2
0.1327	4	0.4382	2	0.2874	2	0.6790	2	0.9633	2
0.1765	4	0.4321	2	0.4872	2	0.7292	2	0.8532	2
0.9740	4	0.6604	2	0.6505	2	0.8929	2	0.6271	2
0.5417	4	0.9167	2	0.1667	2	0.8909	2	0.6667	2
0.9104	4	0.9048	2	0.9560	2	0.9286	2	0.7971	2
0.1478	4	0.9032	2	0.8022	2	0.6857	2	0.5942	2
0.8020	4	0.1803	2	0.9753	2	0.6092	2	0.6154	2
0.1864	4	0.7892	2	0.9155	2	0.8966	2	0.8250	2
0.9551	4	0.5325	2	0.6923	2	0.5522	2	0.4222	2
0.8571	4	0.4894	2	0.6889	2	0.8462	2	0.6867	2
0.4783	4	0.7255	2	0.2101	2	0.8222	2		
0.8182	4	0.9382	2	0.8476	2	0.8505	2		
0.5600	4	0.4054	2	0.2295	2	0.5821	2		

Pentru alfabetul B al cifrelor romane, se obțin frecvențele din tabelul 10.

Tabelul 10. Frecvențele nivelurilor identice ale indicatorului de ortogonalitate pentru matricea M(B)

Valoare	Frecvență	Valoare	Frecvență	Valoare	Frecvență	Valoare	Frecvență
1.0000	18	0.3333	2	0.2437	2	0.2231	2
0.0000	10	0.3514	2	0.0496	2	0.0072	2
0.0563	4	0.3636	2	0.6000	2	0.7011	2
0.0417	4	0.0504	2	0.0204	2	0.0350	2
0.4563	2	0.3158	2	0.0137	2	0.7045	2
0.3889	2	0.1029	2	0.1897	2	0.0345	2
0.8072	2	0.0949	2	0.1966	2	0.6129	2
0.4286	2	0.7176	2	0.8154	2	0.6087	2
0.4151	2	0.0638	2	0.2295	2	0.0067	2

Se pune problema construirii unui indicator de ortogonalitate $H'(a_i, a_j)$ care să amelioreze caracterul compensatoriu reducând numărul valorilor identice ale indicatorului pentru perechi de simboluri diferite.

Fiecărui segment r_1, r_2, \dots, r_k i se asociază perechile p_1, p_2, \dots, p_k , obținând tripletele (r_i, α_i, p_i) , astfel încât $p_i \in [0;1]$ și $\sum_{i=1}^k p_i = 1$.

Se construiește indicatorul

$$H'(a_i, a_j) = \frac{\sum_{s=1}^k \alpha_{is} \alpha_{js} p_s}{\max\{T(a_i), T(a_j)\}}$$

unde $T(a_i) = \sum_{j=1}^k \alpha_j^2 p_j \delta_j$

$$\delta_j = \begin{cases} 1, & \text{dacă segmentul } r_j \text{ intră în definiția simbolului } a_i \\ 0, & \text{în caz contrar} \end{cases}$$

De exemplu, pentru simbolul L din alfabetul A_L folosind sistemul de referință $R = \{r_1, r_2, \dots, r_{20}\}$, prezentat în figura 10,

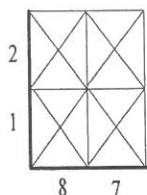


Figura 10. Reprezentarea simbolului L din alfabetul A_L elementele definite sunt date în tabelul 11

Tabelul 11. Valorile tabelare ale simbolului L din alfabet

	α_i	δ_j	p_j	α_i^2	$\delta_j p_j \alpha_j^2$
r_1	1	1	0.1218	1	0.1218
r_2	2	1	0.1282	4	1.0256
r_8	8	1	0.0769	64	39.3728
$H(L)$					40.52

Pentru simbolul F, se obțin datele din tabelul 12.

Tabelul 12. Valorile tabelare ale simbolului F din alfabet

	α_i	δ_j	p_j	α_i^2	$\delta_j p_j \alpha_j^2$
r_1	1	1	0.1218	1	0.1218
r_2	2	1	0.1282	4	1.0256
r_3	3	1	0.0897	9	2.4219
r_{19}	19	1	0.0577	361	395.7643
$H(F)$					399.33

Tabelul 13. Valoarea lui θ pentru segmentele comune simbolurilor F și L

r_1	1	1	0.1218	1	0.1218
r_2	2	1	0.1282	4	1.0256
θ					1.1474

Indicatorul de ortogonalitate pentru simbolurile L și F se calculează după relația:

$$H'(F,L) = \frac{\theta}{\max\{H'(F), H'(L)\}}, \text{ unde } \theta \text{ se obține asemănător cu } H'(O), \text{ însă doar pentru segmentele}$$

comune celor două simboluri.

$$H'(F,L) = 0.002$$

Aplicând această relație pentru toate simbolurile alfabetului, se obține matricea $M'(A_L)$, respectiv $M'(B)$. Folosind valorile obținute, se completează tabelele valorilor distincte și ale frecvențelor de apariție.

Tabelul 14. Matricea $M'(A_L)$

Matricea M Prim a alfabetului latin

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	Q	S	T	U	V	W	X	Y	Z
A	1.00	0.94	0.01	0.00	0.94	0.97	0.54	0.99	0.00	0.00	0.45	0.00	0.03	0.03	0.04	0.97	0.93	0.02	0.94	0.01	0.03	0.01	0.03	0.00	0.00	0.01
B	0.94	1.00	0.07	0.05	0.98	0.91	0.57	0.93	0.00	0.04	0.42	0.06	0.03	0.03	0.10	0.91	0.92	0.06	0.99	0.01	0.09	0.01	0.03	0.00	0.00	0.07
C	0.01	0.07	1.00	0.25	0.07	0.01	0.13	0.00	0.00	0.50	0.00	0.89	0.01	0.01	0.75	0.01	0.01	0.22	0.07	0.11	0.73	0.01	0.01	0.00	0.00	0.35
D	0.00	0.05	0.25	1.00	0.05	0.00	0.08	0.00	0.00	0.23	0.00	0.23	0.01	0.01	0.25	0.00	0.00	0.63	0.05	0.01	0.23	0.55	0.01	0.00	0.00	0.22
E	0.94	0.98	0.07	0.05	1.00	0.94	0.57	0.93	0.00	0.04	0.43	0.07	0.00	0.00	0.07	0.94	0.92	0.05	0.99	0.01	0.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.07
F	0.97	0.91	0.01	0.00	0.94	1.00	0.54	0.97	0.00	0.00	0.46	0.00	0.00	0.00	0.01	1.00	0.92	0.01	0.92	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
G	0.54	0.57	0.13	0.08	0.57	0.54	1.00	0.54	0.00	0.07	0.00	0.11	0.03	0.03	0.15	0.54	0.50	0.09	0.58	0.01	0.14	0.00	0.03	0.00	0.00	0.12
H	0.99	0.93	0.00	0.00	0.93	0.97	0.54	1.00	0.00	0.00	0.45	0.00	0.03	0.03	0.03	0.97	0.92	0.01	0.93	0.00	0.03	0.01	0.03	0.00	0.00	0.00
I	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.34	0.00	0.00	0.00	0.00	0.20	0.00
J	0.00	0.04	0.50	0.23	0.04	0.00	0.07	0.00	0.50	1.00	0.00	0.50	0.00	0.00	0.44	0.00	0.00	0.18	0.04	0.50	0.48	0.00	0.00	0.00	0.20	0.21
K	0.45	0.42	0.00	0.00	0.43	0.46	0.00	0.45	0.00	0.00	1.00	0.00	0.13	0.13	0.00	0.46	0.49	0.13	0.42	0.00	0.00	0.00	0.13	0.26	0.13	0.13
L	0.00	0.06	0.89	0.23	0.07	0.00	0.11	0.00	0.00	0.50	0.00	1.00	0.01	0.01	0.66	0.00	0.00	0.19	0.06	0.00	0.73	0.01	0.01	0.00	0.00	0.31
M	0.03	0.03	0.01	0.01	0.00	0.00	0.03	0.03	0.00	0.00	0.13	0.01	1.00	0.45	0.19	0.00	0.01	0.05	0.02	0.00	0.19	0.08	0.17	0.47	0.80	0.37
N	0.03	0.03	0.01	0.01	0.00	0.00	0.03	0.03	0.00	0.00	0.13	0.01	0.45	1.00	0.19	0.00	0.08	0.35	0.02	0.00	0.19	0.08	0.63	0.45	0.26	0.00
O	0.04	0.10	0.75	0.25	0.07	0.01	0.15	0.03	0.00	0.44	0.00	0.66	0.19	0.19	1.00	0.01	0.02	0.26	0.09	0.09	0.91	0.08	0.17	0.00	0.00	0.35
P	0.97	0.91	0.01	0.00	0.94	1.00	0.54	0.97	0.00	0.00	0.46	0.00	0.00	0.00	0.01	1.00	0.92	0.01	0.92	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
R	0.93	0.92	0.01	0.00	0.92	0.92	0.50	0.92	0.00	0.00	0.49	0.00	0.01	0.08	0.02	0.92	1.00	0.09	0.92	0.01	0.01	0.01	0.08	0.07	0.00	0.01
Q	0.02	0.06	0.22	0.63	0.05	0.01	0.09	0.01	0.00	0.18	0.13	0.19	0.05	0.35	0.26	0.01	0.09	1.00	0.05	0.04	0.23	0.48	0.35	0.30	0.00	0.22
S	0.94	0.99	0.07	0.05	0.99	0.92	0.58	0.93	0.00	0.04	0.42	0.06	0.02	0.02	0.09	0.92	0.92	0.05	1.00	0.01	0.08	0.00	0.02	0.00	0.00	0.07
T	0.01	0.01	0.11	0.01	0.01	0.01	0.01	0.00	0.84	0.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.09	0.01	0.01	0.04	0.01	1.00	0.00	0.00	0.00	0.20	0.04	0.00
U	0.03	0.09	0.73	0.23	0.07	0.00	0.14	0.03	0.00	0.48	0.00	0.73	0.19	0.19	0.91	0.00	0.01	0.23	0.08	0.00	1.00	0.08	0.17	0.00	0.00	0.31
V	0.01	0.01	0.01	0.55	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.01	0.08	0.08	0.08	0.00	0.01	0.48	0.00	0.00	0.08	1.00	0.07	0.00	0.00	0.00
W	0.03	0.03	0.01	0.01	0.00	0.00	0.03	0.03	0.00	0.00	0.13	0.01	0.17	0.63	0.17	0.00	0.08	0.35	0.02	0.00	0.17	0.07	1.00	0.53	0.00	0.28
X	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.26	0.00	0.47	0.45	0.00	0.00	0.07	0.30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.53	1.00	0.47	0.55
Y	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.20	0.20	0.13	0.00	0.80	0.26	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.20	0.00	0.00	0.00	0.47	1.00	0.37
Z	0.01	0.07	0.35	0.22	0.07	0.01	0.12	0.00	0.00	0.21	0.13	0.31	0.37	0.00	0.35	0.01	0.01	0.22	0.07	0.04	0.31	0.00	0.28	0.55	0.37	1.00

Tabelul nr. 15. Frecvențele nivelurilor identice ale indicatorului de ortogonalitate pentru matricea $M'(A_L)$

Valoare	Frecvență	Valoare	Frecvență	Valoare	Frecvență	Valoare	Frecvență
0.0000	134	0.1855	4	0.0464	2	0.4761	2
1.0000	28	0.0106	4	0.0790	2	0.0009	2
0.0013	20	0.4672	4	0.2260	2	0.2072	2
0.0103	12	0.3704	4	0.0038	2	0.1341	2
0.0021	10	0.1914	4	0.6303	2	0.4921	2
0.0270	10	0.0812	4	0.0456	2	0.4225	2
0.0268	8	0.3505	4	0.0139	2	0.0019	2
0.0090	8	0.0082	4	0.5463	2	0.2565	2
0.0754	8	0.9376	2	0.2199	2	0.6648	2
0.9361	6	0.0100	2	0.5724	2	0.0012	2
0.0251	6	0.0040	2	0.9277	2	0.1859	2

0.0013	6	0.5449	2	0.0427	2	0.0641	2
0.0066	6	0.9913	2	0.4289	2	0.4514	2
0.0012	6	0.0001	2	0.0522	2	0.0457	2
0.9200	6	0.4465	2	0.9853	2	0.8030	2
0.0276	6	0.0013	2	0.0084	2	0.6311	2
0.1970	6	0.0355	2	0.0011	2	0.4495	2
0.1267	6	0.9294	2	0.0723	2	0.2621	2
0.0158	6	0.0199	2	0.5409	2	0.0188	2
0.1664	6	0.9370	2	0.0727	2	0.2619	2
0.9745	4	0.0111	2	0.0021	2	0.0871	2
0.0087	4	0.0718	2	0.1110	2	0.0855	2
0.9137	4	0.0453	2	0.1507	2	0.9145	2
0.2457	4	0.9761	2	0.4997	2	0.0894	2
0.0736	4	0.5733	2	0.0889	2	0.9199	2
0.4990	4	0.9294	2	0.5786	2	0.0105	2
0.0089	4	0.0417	2	0.0143	2	0.0706	2
0.0092	4	0.4186	2	0.1365	2	0.0513	2
0.7269	4	0.0636	2	0.0019	2	0.0356	2
0.0079	4	0.0957	2	0.1232	2	0.2263	2
0.0080	4	0.9230	2	0.0001	2	0.4784	2
0.3520	4	0.0602	2	0.4504	2	0.2970	2
0.0041	4	0.9906	2	0.9212	2	0.2162	2
0.2318	4	0.0082	2	0.0113	2	0.0083	2
0.0652	4	0.0875	2	0.9287	2	0.0789	2
0.5431	4	0.0104	2	0.0112	2	0.0011	2
0.9743	4	0.0706	2	0.8364	2	0.0713	2
0.0001	4	0.1253	2	0.0002	2	0.0408	2
0.4582	4	0.8861	2	0.0009	2	0.0688	2
0.9222	4	0.7503	2	0.0010	2	0.5328	2
0.0012	4	0.0095	2	0.4354	2	0.2776	2
0.5010	4	0.2215	2	0.0001	2	0.5505	2
0.1319	4	0.0724	2	0.1812	2		
0.3112	4	0.1139	2	0.0419	2		

Se observă că au crescut valorile indicatorilor și că au scăzut frecvențele lor de apariție, ceea ce arată că, pentru indicatorul H' , caracterul necompensatoriu s-a îmbunătățit. Prin introducerea frecvențelor în calculul indicatorului H' , s-a redus numărul valorilor identice ale indicatorului pentru perechi de simboluri diferite.

Cu ajutorul indicatorilor globali pentru studiul ortogonalității, sunt identificate diferențele și asemănările existente între diferite simboluri ale alfabetelor.

6. Concluzii

Sistemul de referință prezentat permite identificarea gradului de ortogonalitate între simbolurile unui alfabet. Pornind de la experimente practice, sunt calculate valorile începând cu care două simboluri sunt considerate asemănătoare, diferite sau identice.

Studierea ortogonalității evidențiază măsura în care anumite componente sunt reutilizate. Pornind de la alfabetul de bază ortogonalitatea permite studiarea asemănării între cuvintele formate cu simbolurile alfabetului și între texte formate din cuvinte.

Construirea unui sistem de referință, care să permită o reprezentare cât mai amănunțită a simbolurilor, conduce la scăderea confuziilor între reprezentările simbolurilor aceluiași alfabet.

O reprezentare cât mai precisă permite un calcul exact al ortogonalității și o identificare clară a simbolurilor comune ale alfabetului.

Bibliografie

1. **IVAN, I., GH. NOȘCA, S. TCACIUC, O. PÂRLOG, R. CĂCIULĂ:** Calitatea *datelor*, Editura INFOREC, București, 1999.
2. **IVAN, I., M. POPA, C. TOMA, I. RĂDULESCU:** The Aggregation of the Data Orthogonality Metrics. În: Proc. of „The 35th International Scientific Symposium of METRA”, vol. 1, București, 27 – 28 mai 2004, pp. 590 – 595.
3. **IVAN, I., M. POPA:** Ortogonalitatea produselor program orientate obiect. În: Informatica Economică, vol. 8, nr. 4, 2004, pp. 93 – 96.
4. **IVAN, I., A. VIȘOIU, M. POPA:** Ortogonalitatea – caracteristică a calității bazei de modele economice. În: Revista Română de Informatică și Automatică, vol. 14, nr. 3, 2004, pp. 89 – 100.
5. **ISAIC-MANIU, A., C. MITRUȚ, V. VOINEAGU:** Statistica pentru managementul afacerilor, Editura Economică, București, 1999.
6. **IVAN, I., D. MILODIN, M. POPA:** Ortogonalitatea alfabetelor. În: Revista Română de Informatică și Automatică, vol. 15, nr. 3, 2005, pp. 41 – 56.