UN MODEL DE PLANIFICARE A PRODUCȚIEI AGRICOLE CARE INCLUDE RISCURI LEGATE DE CONDIȚII CLIMATICE, DE PIAȚĂ ŞI DE POLUARE A MEDIULUI

Rădulescu Marius
mradulescu.csmro@yahoo.ro

Institutul de Statistică Matematică şi Matematică Aplicată, „Gheorghe Mihoc – Caius Iacob"

Rădulescu Constanța Zoie
radulescu@ici.ro

Institutul Național de Cercetare Dezvoltare în Informatică, ICI, Bucureşti

Rezumat: În articol se prezintă alături de preocupări existente pe plan internațional în domeniul modelării matematice în agricultură, un model matematic de planificare a producției agricole care include riscuri legate de condiții climatice, de piață şi de poluare a mediului. Modelul prezentat este un model de programare matematică multicriterială stocastică. El are la bază idei din teoria portofoliilor. În scopul protecției mediului şi evident al sănătății oamenilor, se consideră două niveluri: nivelurile maxim admisibile şi nivelurile dezirabile de aplicare a fertilizatorilor/pesticidelor. Modelul consideră penalități proporționale cu depăşirea nivelele dezirabile de aplicare a fertilizatorilor/pesticidelor. Diverse variante şi cazuri particulare ale modelului prezentat sunt discutate.

Cuvinte cheie: agricultură durabilă, protecția mediului, modele matematice, programare stocastică, programare multicriterială, risc.

1. Introducere

Edificarea unei societăți bazate pe principii de dezvoltare durabilă pune în fața cercetătorilor un mare număr de probleme dificile legate de elaborarea unor instrumente de asistare a deciziei. La elaborarea acestor instrumente participă alături de modelarea matematică (aici amintim în primul rând teoria probabilităților, statistica matematică şi programarea matematică) şi tehnologia informației.

Rezolvarea problemelor de dezvoltare durabilă şi în particular de agricultură durabilă necesită o abordare multidisciplinară. Când ne referim la o astfel de abordare ne gândim nu numai la o mare diversitate a domeniilor necesare pentru a rezolva problemele cât şi la o diversitate a metodelor de abordare a problemelor.

2. Modele matematice aplicate în agricultură

Agricultura este un domeniu vital al economiei, de care depinde bunăstarea întregii societăți. Întreaga producție agricolă este supusă unor riscuri multiple. Se cuvin amintite aici riscurile legate de condițiile climatice, dăunători, practicile agricole etc. Valorificarea pe piață a producției agricole evidențiază un risc suplimentar şi anume riscul de piață.

Acest lucru face ca metodele matematice ale teoriei riscului, care îşi au originea în matematicile actuariale să constituie un instrument eficient pentru abordarea problemelor de agricultură durabilă. Teoria riscului este o teorie matematică relativ nouă care reprezintă o parte a teoriei probabilităților.

Marea majoritate a problemelor legate de agricultura durabilă are un caracter multicriterial, cu obiective a căror optimizare este conflictuală. Conceptul de dezvoltare durabilă implică armonizarea sau realizarea simultană a obiectivelor legate de creşterea economică şi protejarea mediului înconjurător.

Incertitudinea inerentă problemelor de agricultură este modelată cu ajutorul teoriei probabilităților. Multe dintre problemele practice care apar în agricultură sunt probleme de programare matematică stocastică multicriterială.

In practică, în modelarea matematică în agricultură nu se pot lua în considerare toți factorii care contribuie la realizarea producției agricole. Numărul acestor factori este foarte mare, iar creşterea numărului acestora determină creşterea rapidă a complexității modelelor.

Dintre modelele matematice cele mai frecvent aplicate în agricultură putem enumera modelele de predicție, modelele de planificare a culturilor agricole, modelele de selecție optimală a fertilizatorilor şi pesticidelor etc.

Un instrument matematic important aplicat cu succes la modelarea problemelor din agricultură este reprezentat de teoria portofoliilor. Teoria amintită anterior a apărut şi s-a dezvoltat ca urmare a cercetărilor din domeniul financiar. Multe din aplicațiile sale pot fi găsite în agricultură. Aplicarea teoriei portofoliilor pentru determinarea unor alocări optime a terenurilor agricole este relativ populară în literatura de specialitate. În lucrările lui Newbery şi Stiglitz [19], Schaefer [24], Hardaker [11], Hazell şi Norton [12] şi Blank [3] au fost fie prezentate, fie aplicate diverse variante ale teoriei portofoliilor la deciziile de alocare a terenurilor agricole. În lucrările lui Collender [6], Romero [22] şi [23] au fost studiate mai multe modele de alocare a resurselor în agricultură care iau în considerare riscuri specifice. Deciziile fermierilor legate de adoptarea unor programe în agricultură care să nu afecteze mediul din punctul de vedere al schimbărilor climatice au fost studiate în Lewandrowski şi Brazee [15].

În silvicultură teoria selecţiei portofoliilor a fost aplicată la optimizarea deciziilor de recoltare a masei lemnoase (Reeves şi Haight [21], Thomson [26], Heikkinen [13]) şi la evaluarea sistemelor agro-silvice (Blandon [2], Babu şi Rajasekaran [1], Lilieholm şi Reeves [16]). Aplicaţii ale teoriei portofoliilor la păstrarea biodiversităţii pot fi găsite în Figge [7].

Teoria portofoliilor are interesante aplicaţii în zootehnie. Folosirea modelelor de selecţia portofoliilor a demarat la începutul anilor 80 ai secolului trecut cu lucrările lui Helgren [14] şi Schneeberger [25]. Cercetările au continuat cu lucrările lui Bloom [4] şi [5], Nash şi Rogers [17, 18], Dematawewa [8]. Teoria selecţiei portofoliilor a fost folosită în principal la selecţia genetică a vacilor producătoare de lapte. Arborii de decizie alături de teoria portofoliilor constituie un instrument important pentru analiza clinică a stării de sănătate a animalelor dintr-o cireadă. Reducerea riscurilor de îmbolnăvire în cadrul cirezilor se face prin găsirea unor combinaţii optime a intervenţiilor medicale efectuate, adică prin găsirea unui portofoliu optim de intervenţii. Studii în această direcţie pot fi găsite în lucrările lui Galligan [9, 10].

3. Un model de planificare a culturilor agricole care ia în considerare riscurile legate de condiţiile climatice şi cele de piaţă

Modelul prezentat în această secţiune este un model de programare matematică stocastică multicriterială. Obiectivele luate în considerare sunt riscul de piaţă, riscul generat de condiţiile climatice, riscul generat de folosirea fertilizatorilor şi pesticidelor şi profitul mediu realizat pe exploataţiile agricole. In scopul protecţiei mediului şi evident al sănătăţii oamenilor se consideră două nivele: nivelele maxime şi nivelele dezirabile de aplicare a fertilizatorilor/pesticidelor. Modelul consideră penalităţi proporţionale cu depăşirea nivelele dezirabile de aplicare a fertilizatorilor/pesticidelor. Diverse variante şi cazuri particulare ale modelelor sunt discutate.

Pentru a înţelege de ce este necesar să existe un bun management al aplicării îngrăşămintelor vom prezenta în continuare câteva lucruri despre îngrăşăminte.

Îngrăşămintele (fertilizatorii) sunt de două feluri: îngrăşăminte naturale şi îngrăşăminte chimice. Aplicarea de îngrăşăminte pe sol asigură o creştere a substanţelor nutritive din sol şi implicit o creştere a producţiei agricole. Aplicarea unor cantităţi mici de îngrăşăminte va face ca producţiile agricole să fie sărace. Decizia de aplicare a unor cantităţi prea mari de îngrăşăminte pe sol este în primul rând neeconomică şi poate cauza poluarea mediului (a solului, a apelor şi a aerului). De aceea problema managementului îngrăşămintelor este foarte importantă pentru protecţia resurselor de apă, sol şi a calităţii aerului.

Îngrăşămintele conţin 3 substanţe nutritive importante pentru culturile agricole (N, P şi K): azotaţii, fosfaţii şi compuşii chimici ai potasiului. Alte substanţe esenţiale necesare creşterii plantelor sunt reprezentate de micronutrienţi: calciu, sulf, zinc, cupru, magneziu, mangan. Aplicarea îngrăşămintelor pe sol este în strânsă legătură cu condiţiile climatice, tipul de sol, cantitatea de apă din sol şi tipul de plante cultivat. De exemplu aplicarea unor cantităţi mari de îngrăşăminte pe un sol care nu are o cantitate minimă de apă este inutilă. Apele de adâncime (subterane) şi de suprafaţă reprezintă o resursă importantă pentru asigurarea unei existenţe civilizate şi sănătoase a oamenilor. Practic toată apa potabilă, cea folosită pentru prelucrarea hranei, a irigaţiilor şi cea folosită în scopuri de divertisment provine din apele de adâncime (subterane) şi de suprafaţă.

Aplicarea necorespunzătoare a îngrăşămintelor (în cantitate prea mare sau la momente nepotrivite) poate conduce la poluarea apelor de adâncime (subterane) şi de suprafaţă. Excesul de azotaţi din îngrăşăminte se poate scurge prin sol în apele de suprafaţă şi subterane. Acest lucru poate conduce la contaminarea apelor, reducerea cantităţii de apă potabilă şi moartea peştilor din apele de suprafaţă. Excesul azotaţi şi de fosfor poate conduce creşterea în cantitate mare şi nedorită algelor în ape, cauzând fenomenele de turbiditate şi eutroficare.

4. Descrierea unui model multicriterial de planificare a culturilor agricole

Se consideră un teren agricol care este rezultat din reuniunea terenurilor agricole a mai multe ferme. Terenul agricol este împărțit în soluri de m tipuri. Fie S_j suprafața solului de tip j, $j = 1,2,...,m$. Pe acest teren se intenționează să se cultive n tipuri de plante. Aceste plante pot fi, de exemplu, destinate consumului alimentar (grâu, porumb, soia, orz etc.), producerii de biomasă pentru biocarburanți (rapiță, sorgul de mături, iarba de Sudan etc.), consumului în industria textilă (in, cânepă etc.).

Pentru sporirea producției agricole se folosesc fertilizatori și pesticide. Fie k numărul acestora. Pentru fertilizatorul/pesticidul r fie q_{1ir} (respectiv q_{2ir}) nivelul dezirabil de aplicare a fertilizatorului/pesticidului r pentru planta i (respectiv nivelul maxim de aplicare a fertilizatorului/pesticidului r pentru planta i). Aceste nivele se măsoară în raportul dintre greutatea/volumul fertilizatorului/pesticidului și unitatea de suprafață. Evident $0 \leq q_{1ir} \leq q_{2ir}$.

Fie J_i produsul de intervale $[0, q_{2ir}]$, adică $J_i = [0, q_{2i1}] \times [0, q_{2i2}] \times \ldots \times [0, q_{2ik}]$.

Considerăm spațiul de probabilitate $(\Omega, \mathsf{K}, \mathsf{P})$. Pentru orice $i \in \{1,2, \ldots, n\}$, $j \in \{1,2, \ldots, m\}$ definim funcțiile de productivitate a solurilor $c_{ij} : \Omega \times J_i \to \mathbf{R}_+$ și funcțiile de preț $b_i : \Omega \to \mathbf{R}_+$. Astfel dacă $\mathbf{q}$ este un vector din J_i atunci funcția $\omega \to c_{ij}(\omega, \mathbf{q})$ este o variabilă aleatoare. Analog toate funcțiile b_i sunt variabile aleatoare. $c_{ij}(\cdot\ , \mathbf{q})$ reprezintă cantitatea de plante de tipul i care este produsă de o unitate de sol de tip j, iar b_i reprezintă prețul obținut din vânzarea unei unități din cultura plantei i.

Fie a_{ij} suma de bani necesară pentru a efectua lucrările pentru o unitate de suprafață din solul de tipul j pentru cultura plantei i. Pentru orice $i \in \{1,2, \ldots, n\}$, $j \in \{1,2, \ldots, m\}$, $r \in \{1,2, \ldots, k\}$ notăm cu:

- d_r - costul unei unități din fertilizatorul/pesticidul r
- w_{ir} - coeficientul de penalizare pentru depășirea nivelului dezirabil q_{1ir}.
- x_{ij} - suprafața de sol de tip j cultivată cu plante de tipul i
- y_{ijr} - cantitatea de fertilizator/pesticid r folosită la cultivarea plantei i pe solul de tipul j.

Notăm $\mathbf{y}_{ij} = (y_{ij1}, y_{ij2}, \ldots, y_{ijk})$.

Observăm că variabila aleatoare:

$$\omega \to \sum_{i=1}^{n} b_i(\omega) \sum_{j=1}^{m} c_{ij}\left(\omega, \frac{1}{x_{ij}} \mathbf{y}_{ij}\right) x_{ij} \tag{1}$$

reprezintă suma de bani care se obține dacă se aplică politica de cultivare x_{ij}, $\mathbf{y}_{ij} = (y_{ij1}, y_{ij2}, \ldots, y_{ijk})$, $i \in \{1,2, \ldots, n\}$, $j \in \{1,2, \ldots, m\}$. Vom nota pe scurt această politică de cultivare cu $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$.

Vom nota variabila aleatoare definită prin relația (1) cu $\omega \to \psi(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{y})$.

În cele ce urmează, vom defini un model de planificare multicriterială a culturilor agricole. In cadrul acestui model managerul agricol va selecta politica de cultivare x_{ij}, $\mathbf{y}_{ij} = (y_{ij1}, y_{ij2}, \ldots, y_{ijk})$, $i \in \{1,2, \ldots, n\}$, $j \in \{1,2, \ldots, m\}$ care va maximiza profitul mediu obținut și va minimiza riscurile legate de condițiile climatice, de piață și de poluare.

În această lucrare, riscurile legate de condițiile climatice și de piață le vom măsura prin dispersia variabilei aleatoare ψ. Dacă pentru orice $i, \alpha \in \{1,2, \ldots, n\}$, $j, \beta \in \{1,2, \ldots, m\}$ notăm

$$\mu_{ij}\left(\frac{1}{x_{ij}} \mathbf{y}_{ij}\right) = E\left[b_{ij}(\cdot) c_{ij}\left(\cdot, \frac{1}{x_{ij}} \mathbf{y}_{ij}\right)\right], \quad \sigma_{ij\alpha\beta}\left(\frac{1}{x_{ij}} \mathbf{y}_{ij}, \frac{1}{x_{\alpha\beta}} \mathbf{y}_{\alpha\beta}\right) =$$

$$= E\left[\left(b_{ij}(\cdot)c_{ij}\left(\cdot,\frac{1}{x_{ij}}\mathbf{y}_{ij}\right) - \mu_{ij}\left(\frac{1}{x_{ij}}\mathbf{y}_{ij}\right)\right)\left(b_{\alpha\beta}(\cdot)c_{\alpha\beta}\left(\cdot,\frac{1}{x_{\alpha\beta}}\mathbf{y}_{\alpha\beta}\right) - \mu_{ij}\left(\frac{1}{x_{\alpha\beta}}\mathbf{y}_{\alpha\beta}\right)\right)\right]$$

atunci dispersia variabilei aleatoare $\omega \to \psi(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{y})$ va fi egală cu:

$$\mathrm{Var}(\psi(\cdot, \mathbf{x}, \mathbf{y})) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{\alpha=1}^{n}\sum_{\beta=1}^{m}\sigma_{ij\alpha\beta}\left(\frac{1}{x_{ij}}\mathbf{y}_{ij}, \frac{1}{x_{\alpha\beta}}\mathbf{y}_{\alpha\beta}\right)x_{ij}x_{\alpha\beta}$$

Evident că pentru măsurarea riscurile legate de condițiile climatice și de piață se pot folosi și alte măsuri ale riscului cum ar fi semidispersia, momentul parțial inferior, valoarea la risc sau valoarea condițională la risc [20]. Prin riscul de poluare, vom înțelege suma penalizărilor pentru depășirea pragurilor dezirabile q_{1ir} de aplicare a fertilizatorilor/pesticidelor.

Notăm cu t_+ partea pozitivă a numărului real t, adică: $t_+ = \dfrac{|t| + t}{2} = \max(t, 0)$

Atunci modelul multicriterial este prezentat mai jos:

$$\begin{cases} \max\left\{E\left[\sum_{i=1}^{n} b_i(\omega)\sum_{j=1}^{m} c_{ij}\left(\omega, \frac{1}{x_{ij}}\mathbf{y}_{ij}\right)x_{ij}\right]\right\} \\ \min[\mathrm{Var}(\psi(\cdot, \mathbf{x}, \mathbf{y}))] \\ \min\left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{r=1}^{k} w_{ir}\left(\left(\sum_{j=1}^{m} y_{ijr} / \sum_{j=1}^{m} x_{ij}\right) - q_{1ir}\right)_+\right] \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = S_j \;\; j = 1,2,\ldots,m \\ \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} a_{ij}x_{ij} + \sum_{r=1}^{k} d_r\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} y_{ijr}\right) = M \\ x_{ij} \geq 0,\, 0 \leq y_{ijr} \leq q_{2ir}x_{ij} \;\; i = 1,2,\ldots,n,\; j = 1,2,\ldots,m,\; r = 1,2,\ldots,k \end{cases}$$

Pornind de la problema de mai sus putem formula trei noi probleme:

- problema de minimizare a riscurilor legate de condițiile climatice și de piață;
- problema de maximizare a profitului mediu;
- problema de minimizare a riscului de poluare.

4.1. Problema de minimizare a riscurilor legate de condițiile climatice și de piață

Riscurile legate de condițiile climatice și de piață sunt măsurate cu ajutorul dispersiei variabilei aleatoare $\omega \to \psi(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{y})$. In cadrul acestei probleme managerul încearcă să găsească o politică de cultivare care să:

- minimizeze riscurile legate de condițiile climatice și de piață;
- țină seama de restricțiile de mediu;
- obțină un profit mediu este mai mare decât o valoare dată W.

$$\begin{cases} \min\{\mathrm{Var}(\psi(\cdot,\mathbf{x},\mathbf{y}))\} \\ E\left[\sum_{i=1}^{n} b_i(\omega)\sum_{j=1}^{m} c_{ij}\left(\omega,\frac{1}{x_{ij}}\mathbf{y}_{ij}\right)x_{ij}\right] \geq W \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = S_j \quad j = 1,2,\ldots,m \\ \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} a_{ij}x_{ij} + \sum_{r=1}^{k} d_r\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} y_{ijr}\right) = M \\ x_{ij} \geq 0,\ 0 \leq y_{ijr} \leq q_{2ir}x_{ij} \quad i = 1,2,\ldots,n,\ j = 1,2,\ldots,m,\ r = 1,2,\ldots,k \end{cases}$$

Variabilele de decizie din modelul anterior sunt x_{ij}, $\mathbf{y}_{ij} = (y_{ij1}, y_{ij2}, \ldots, y_{ijk})$, $i \in \{1,2,\ldots,n\}$, $j \in \{1,2,\ldots,m\}$.

4.2. Problema de maximizare a profitului mediu

În cadrul acestei probleme, managerul încearcă să găsească o politică de cultivare care să:

- maximizeze profitul mediu obținut în urma investiției agricole;
- țină seama de restricțiile de mediu;
- păstreze riscurile legate de condițiile climatice și de piață sub un nivel dat τ.

$$\begin{cases} \max\left\{E\left[\sum_{i=1}^{n} b_i(\omega)\sum_{j=1}^{m} c_{ij}\left(\omega,\frac{1}{x_{ij}}\mathbf{y}_{ij}\right)x_{ij}\right]\right\} \\ \mathrm{Var}(\psi(\cdot,\mathbf{x},\mathbf{y})) \leq \tau \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = S_j \quad j = 1,2,\ldots,m \\ \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} a_{ij}x_{ij} + \sum_{r=1}^{k} d_r\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} y_{ijr}\right) = M \\ x_{ij} \geq 0,\ 0 \leq y_{ijr} \leq q_{2ir}x_{ij} \quad i = 1,2,\ldots,n,\ j = 1,2,\ldots,m,\ r = 1,2,\ldots,k \end{cases}$$

4.3. Problema de minimizare a riscului de poluare

În cadrul acestei probleme managerul dorește să găsească o politica de cultivare x_{ij}, $\mathbf{y}_{ij} = (y_{ij1}, y_{ij2}, \ldots, y_{ijk})$, $i \in \{1,2,\ldots,n\}$, $j \in \{1,2,\ldots,m\}$ care va: (a) minimiza riscul de poluare, (b) păstra profitul mediu obținut peste un prag dat W, (c) păstra riscurile legate de condițiile climatice și de piață sub un nivel dat τ

$$
\begin{cases}
\min\left\{\sum_{i=1}^{n}\sum_{r=1}^{k} w_{ir}\left(\left(\sum_{j=1}^{m} y_{ijr} / \sum_{j=1}^{m} x_{ij}\right) - q_{1ir}\right)_+\right\} \\
\operatorname{Var}(\psi(\cdot, \mathbf{x}, \mathbf{y})) \le \tau \\
E\left[\sum_{i=1}^{n} b_i(\omega) \sum_{j=1}^{m} c_{ij}\left(\omega, \frac{1}{x_{ij}}\mathbf{y}_{ij}\right) x_{ij}\right] \ge W \\
\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = S_j \ j = 1,2,\dots,m, \quad \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} a_{ij} x_{ij} + \sum_{r=1}^{k} d_r \left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} y_{ijr}\right) = M \\
x_{ij} \ge 0, 0 \le y_{ijr} \le q_{2ir} x_{ij} \ i = 1,2,\dots,n, \ j = 1,2,\dots,m, \ r = 1,2,\dots,k
\end{cases}
$$

În cele ce urmează, ne propunem să studiem cazul în care funcțiile de productivitate a solului sunt afine, adică atunci când $c_{ij}(\omega, \mathbf{q}) = c_{ij0}(\omega) + \sum_{r=1}^{k} c_{ijr}(\omega) q_r \quad \omega \in \Omega, \ \mathbf{q} \in J_i$.

Pentru orice $i \in \{1,2,\dots,n\}$, $j \in \{1,2,\dots,m\}$ notăm $y_{ij0} = x_{ij}$.

În acest caz, avem:

$$
E\left[\sum_{i=1}^{n} b_i(\omega) \sum_{j=1}^{m} c_{ij}\left(\omega, \frac{1}{x_{ij}}\mathbf{y}_{ij}\right) x_{ij}\right] = E\left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} b_i(\omega) c_{ij0}(\omega) x_{ij} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{r=1}^{k} b_i(\omega) c_{ijr}(\omega) y_{ijr}\right] =
$$

$$
= \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} E(b_i c_{ij0}) x_{ij} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{r=1}^{k} E(b_i c_{ijr}) y_{ijr} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{r=0}^{k} E(b_i c_{ijr}) y_{ijr}.
$$

Pentru orice $i, \alpha \in \{1,2,\dots,n\}$, $j, \beta \in \{1,2,\dots,m\}$, $r, \gamma \in \{0,1,2,\dots,k\}$ notăm

$\rho_{ijr\alpha\beta\gamma} = E[b_i c_{ijr} b_\alpha c_{\alpha\beta\gamma}] - E[b_i c_{ijr}] \cdot E[b_\alpha c_{\alpha\beta\gamma}]$.

Atunci $\operatorname{Var}(\psi(\cdot, \mathbf{x}, \mathbf{y})) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{r=0}^{k}\sum_{\alpha=1}^{n}\sum_{\beta=1}^{m}\sum_{\gamma=0}^{k} \rho_{ijr\alpha\beta\gamma} y_{ijr} y_{\alpha\beta\gamma}$

Observăm că funcția obiectiv a problemei de minimizare a riscului de poluare este netedă, adică nu este diferențiabilă. Acest lucru se datorează existenței funcției parte pozitivă în definiția ei. Prin introducerea unor variabile suplimentare z_{ir}, $i \in \{1,2,\dots,n\}$, $r \in \{1,2,\dots,k\}$ se observă că problema de minimizare a riscului de poluare devine echivalentă cu o problemă de optimizare cu funcție obiectiv diferențiabilă.

$$
\begin{cases}
\min\left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{r=1}^{k} w_{ir} z_{ir}\right] \\
\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{r=0}^{k}\sum_{\alpha=1}^{n}\sum_{\beta=1}^{m}\sum_{\gamma=0}^{k} \rho_{ijr\alpha\beta\gamma} y_{ijr} y_{\alpha\beta\gamma} \le \tau, \quad \left(\sum_{j=1}^{m} y_{ijr} / \sum_{j=1}^{m} y_{ij0}\right) - q_{1ir} \le z_{ir} \quad i = 1,2,\ldots,n,\ r = 1,2,\ldots,k \\
\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{r=0}^{k} E(b_i c_{ijr}) y_{ijr} \ge W, \quad \sum_{i=1}^{n} y_{ij0} = S_j \ \ j = 1,2,\ldots,m \\
\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} a_{ij} y_{ij0} + \sum_{r=1}^{k} d_r \left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} y_{ijr}\right) = M \\
y_{ij0} \ge 0,\ 0 \le y_{ijr} \le q_{2ir} y_{ij0} \ \ i = 1,2,\ldots,n,\ j = 1,2,\ldots,m,\ r = 1,2,\ldots,k \\
z_{ir} \ge 0, \quad i = 1,2,\ldots,n,\ r = 1,2,\ldots,k
\end{cases}
$$

Variabilele de decizie din modelul de mai sus sunt y_{ijr}, $i \in \{1,2,\ldots,n\}$, $j \in \{1,2,\ldots,m\}$, $r \in \{0,1,2,\ldots,k\}$ şi z_{ir} $i \in \{1,2,\ldots,n\}$, $r \in \{1,2,\ldots,k\}$

Problema de mai sus are o funcţie obiectiv liniară, iar mulţimea soluţiilor admisibile este convexă. Pentru acest tip de problemă există algoritmi în teoria programării neliniare care pot găsi soluţii optime. Din păcate există puţine cercetări asupra performanţelor acestor algoritmi.

5. Concluzii

Am construit un model de planificare a producţiei agricole care include riscuri legate de condiţii climatice, de piaţă şi de poluare. Modelul se poate complica adăugându-se noi funcţii obiectiv (de exemplu funcţii obiectiv care măsoară gradul de sechestrare a carbonului) şi noi restricţii (de exemplu limite inferioare/superioare pentru cantităţile de plante cultivate) sau înlocuind funcţia care măsoară riscul cu o altă funcţie care captează riscul cu o mai mare acurateţe. Modelul de mai sus se poate extinde la un model multiperioadă, care să caute decizii de cultivare pentru un orizont de timp care conţine mai multe perioade (de exemplu mai mulţi ani). In orice caz modelele obţinute sunt complexe şi în consecinţă dificil de rezolvat.

Menţiune

Cercetările din prezenta lucrare au fost finanţate din contractul de cercetare 28/2005 din cadrul Programului CEEX.

Bibliografie

1. **BABU, S. C., B. RAJASEKARAN**: Agroforestry, Attitude Towards Risk and Nutrient Availability: A Case Study of South Indian Farming Systems, Agroforestry Systems, Vol. 15, No. 1, 1991, pp. 1-15.
2. **BLANDON, P.**: Agroforestry and Portfolio Theory, Agroforestry Systems, Vol. 3, No. 3, 1985, pp. 239–249.
3. **BLANK, S. C.**: Producers get squeezed up the Farming Food Chain: A theory of Crop Portfolio Composition and Land Use, Review of Agricultural Economics, 23, 2001, pp. 404–22.
4. **BLOOM, A. S., M. A. TOMASZEWSKI, J. F. TAYLOR, C. R. SHUMWAY**: Sire Selection to Prescribe Utility Maximizing Portfolio based on Individual Producer Breeding Goals and Herd Management, J. Dairy Sci., Vol. 71, 1988, p. 237 (Abstr.).
5. **BLOOM, A. S., M. A. TOMASZEWSKI, J. F. TAYLOR, C. R. SHUMWAY**: Portfolio Sire Selection, a Microcomputer Program for Individual Cow Mating, J. Dairy Sci., Vol. 74, 1991, p. 268 (Abstr.).
6. **COLLENDER, R. N.**: Estimation Risk in Farm Planning under Uncertainty, Am. J. Agric. Econ., Vol. 71, 1989, pp. 996–1002.
7. **FIGGE, F.**: Bio-folio: Applying Portfolio Theory to Biodiversity, Biodiversity and Conservation, Vol. 13, 2004, pp. 827–849.

8. **DEMATAWEWA, C. M. B., P. J. BERGER, B. E. MELTON**: Optimization of Sire Selection Based on Maximization of Guaranteed Income and Risk Associated with Sire Merit, J. Dairy Sci., Vol. 81, 1998, pp. 807–816.

9. **GALLIGAN, D. T., W. MARSH**: An Application of Portfolio Theory for Optimal Choice of Dairy Veterinary Management Programs, Prev. Vet. Med., Vol. 5, 1988, p. 251.

10. **GALLIGAN, D. T., C. RAMBERG, C. CURTIS, J. FERGUSON, J. FETROW**: Application of Portfolio Theory in Decision Tree Analysis, J. Dairy Sci., Vol. 74, No. 7,1991, pp. 2138–2144.

11. **HARDAKER, J. B., R. B. M. HUIRNE, J. R. ANDERSON, G. LIEN**: Coping with Risk in Agriculture, 2nd ed., Oxfordshire, CABI Publishing, 2004.

12. **HAZELL, P. B. R., R. D. NORTON**: Mathematical Programming for Economic Analysis in Agriculture, Macmillan, New York, 1986.

13. **HEIKKINEN, V.P.**: Timber Harvesting as a Part of the Portfolio Management: a Multiperiod Stochastic Optimisation Approach, Manag. Sci. (USA), Vol. 49, No. 1, 2003, pp. 131–42.

14. **HELGREN, R. A., G E. SHOOK, R. A. SCHONEY**: A Portfolio Model for Dairy Sire Selection, J. Dairy Sci., Vol. 63, 1980, p. 109 (Abstr.).

15. **LEWANDROWSKI, J. K., R. J. BRAZEE**: Farm Programs and Climate Change, Climatic Change, Vol. 23, No. 1, 1993, pp. 1 – 20.

16. **LILIEHOLM, R. J., L. H. REEVES**: Incorporating Economic Risk Aversion in Agroforestry Planning, Agroforestry Systems, Vol. 13, No. 1, 1991, pp. 63–71.

17. **NASH, D. L., G. W. ROGERS**: Herd Sire Portfolio Selection: A Comparison of Rounded Linear and Integer Programming, J. Dairy Sci., Vol. 78, 1995, pp. 2486–2495.

18. **NASH, D.L., G.W. ROGERS**: Risk Management in Herd Sire Portfolio Selection: A Comparison of Rounded Quadratic and Separable Convex Programming, J. Dairy Sci., Vol. 79, 1996, pp. 301–309.

19. **NEWBERY, D. M. G., J. E. STIGLITZ**: The Theory of Commodity Price Stabilization: A Study in the Economics of Risk, Clarendon Press, Oxford, 1981.

20. **RĂDULESCU, M., S. RĂDULESCU, C.Z. RĂDULESCU**: Modele matematice pentru optimizarea investițiilor financiare, Editura Academiei Române, București, 2006.

21. **REEVES, L. H., R. G. HAIGHT**: Timber Harvest Scheduling with Prize Uncertainty Using Markowitz Portfolio Optimization, Ann. Oper. Res., Vol. 95, 2000, pp. 229–250.

22. **ROMERO, C.**: Una Aplicación del Modelo de Markowitz a la Selección de Planes de Variedades de Manzanos en la Provincia de Lérida, Revista de Estudios Agro-sociales, No. 97, 1976, pp. 61–79.

23. **ROMERO, C.**: Risk Programming for Agricultural Resource Allocation: A multidimensional Risk Approach, Annals of Operations Research, Vol. 94, 2000, pp. 57–68.

24. **SCHAEFER, K. C.**: A Portfolio Model for Evaluating Risk in Economic Development Projects, with an Application to Agriculture, in Niger. J. Agric. Econ., Vol. 43, 1992, pp. 412–423.

25. **SCHNEEBERGER, M., A. E. FREEMAN, M. D. BOEHLJE**: Application of Portfolio Theory to Dairy Sire Selection, J. Dairy Sci., Vol. 65, 1982, pp. 404–409.

26. **THOMSON, T. A.**: Efficient Combinations of Timber and Financial Market Investments in Single-period and Multiperiod Portfolios, Forest Sci., Vol. 37, No. 2, 1991, pp. 461–480.