DETERMINAREA COORDONATELOR ȚINTELOR AERIENE UTILIZÂND NODURI DE DETECȚIE

Neculai Andrei

nandrei@ici.ro

Institutul Național de Cercetare - Dezvoltare în Informatică, ICI, București

Academia Oamenilor de Știință din România, București

Rezumat: Pentru determinarea coordonatelor spațiale (poziția) unei ținte aeriene (un avion), care presupune existența unui sistem de poziționare în trei dimensiuni, ce poate furniza informații asupra distanței la care se află ținta față de anumiți emitori de semnale acustice de anumite frecvențe, se prezintă un model matematic de optimizare foarte simplu pentru care, inițializat corespunzător, metoda Newton poate furniza o soluție într-un timp de calcul de ordinul fracțiunilor de secundă.

Cuvinte cheie: detecție aeroacustică, metoda Newton.

Abstract. In order to determine the spatial coordinate (position) of an aerial receiver (a plane), using a global positioning system giving the distance of the receiver to some emitters, a simple optimization mathematical model is presented. Numerical experiments show that with a good initialization the Newton method determines the solution in a split of second.

Key Words: Aeroacoustic detection, Newton method.

1. Problema detecției aeroacustice

În aeroacustică, una dintre cele mai importante probleme este aceea a detecției surselor de zgomot și a urmăririi lor în timp. Aceasta are multiple aplicații atât în sfera civilă, cât mai ales în cea militară. În acest sens, se cunosc numeroase tehnici și metode de detecție și urmărire, multe dintre acestea având caracter foarte empiric, bazate pe observații practice.

În general, detecția se realizează cu o rețea de detectoare plasate în diferite poziții cunoscute, numite noduri de detecție. În nodurile de detecție, se pot afla diferiți senzori cu diferite proprietăți de comunicare în ceea ce privește lărgimea de bandă, amplitudinea zgomotului, coerența etc.

Senzorii aeroacustici sau detectorii aeroacustici sunt plasați în anumite domenii care la rândul lor sunt răspândiți în regiunea de interes în care se face detecția aeroacustică. Fiecare domeniu conține anumite capabilități de procesare a informației, precum și posibilități de transmitere a acestor informații la un centru de concentrare a datelor.

Problema centrală a detecției aeroacustice este aceea de stabilire cu o acuratețe cât mai mare a poziției (coordonatelor spațiale) unei ținte aeriene la diverse momente de timp.

Se cunosc mai multe tehnici de abordare și rezolvare a acestei probleme. Una dintre acestea, pe care o prezentăm în secțiunea 2, este ceva mai simplă și presupune existența unui sistem de poziționare în trei dimensiuni, care poate furniza informații asupra distanței la care se află ținta față de anumiți emitori de semnale acustice de anumite frecvențe. În acest caz, poziția țintei se calculează ca soluția unei probleme de optimizare în trei dimensiuni care se poate rezolva foarte ușor, chiar în timp real. Ideea acestei metode este că ținta nu emite zgomote sau că chiar dacă aceasta generează un câmp acustic acesta este de intensitate prea mică, și nu se ia în considerare. Alte abordări sunt mult mai complicate și implică un model matematic al configurației de senzori de zgomot în care analiza frecvențială a semnalelor este esențială și care se bazează pe zgomotele generate de țintă.

2. O abordare simplă a problemei detecției aeroacustice care conține mai mulți emitori independenți

În această abordare, vom considera detecția țintelor aeriene într-o manieră directă, care apelează la un sistem simplu de calcul al poziției țintei, bazat pe conlucrarea unor emitori care operează în spațiul de interes.

În acest sens, pentru determinarea poziției unei ținte, se consideră un număr de emitori care trimit semnale pe o anumită frecvența fixă și care sunt recepționate de țintă. Un ceas înregistrează timpul scurs de la trimiterea semnalelor către țintă până când ținta primește semnalul. Cunoscându-se diferența de timp de când pleacă semnalul către țintă și până când acesta lovește ținta, precum și viteza sunetului, se poate calcula distanța dintre emitor și țintă ca

$$Distan\c{t}a = viteza \times timp. \tag{2.1}$$

Totuși, datorită zgomotelor care apar în timpul acestui proces, pe de-o parte, și a micilor întârzieri înregistrate de ceas la pornirea și la oprirea înregistrărilor, distanța (2.1) este calculată într-o manieră aproximativă. De fapt, distanța obținută nu este altceva decât raza unei sfere $(R1)$ pe suprafața căreia se găsește ținta căutată. Acest proces de calcul al distanței este similar tuturor emitorilor, adică, de exemplu, al doilea emitor furnizează o sferă de rază $(R2)$ pe suprafața căreia se găsește ținta. Cele două sfere se intersectează rezultând astfel o zonă în care se găsește ținta. Un al treilea emitor funcționează în același mod, rafinând astfel acest proces de localizare a țintei aeriene în sensul că determină o sferă de rază $(R3)$ care se intersectează cu primele două sfere într-o zonă în care se găsește ținta etc. Ca atare, acuratețea determinării poziției țintei crește o dată cu sporirea numărului de emitori care se utilizează în acest proces.

În această manieră, pentru fiecare emitor, se poate măsura timpul scurs de la trimiterea semnalului de la emitor către țintă până când acesta ajunge la țintă. Cunoscând viteza sunetului în mediul în care lucrăm (aer), pentru fiecare emitor se calculează distanța emitor - țintă. Aceste distanțe se pot calcula de către un sistem de poziționare în trei dimensiuni notat aici 3SPA (Sistem de Poziționare Acustică). Cunoscând aceste distanțe (ca date primare), se poate determina poziția (coordonatele spațiale ale țintei). Totuși, dacă se dorește o acuratețe mai mare, atunci este necesară utilizarea unor metode de optimizare. Menționăm că utilizarea unui sistem de poziționare globală (GPS) nu conduce la o acuratețe acceptabilă [2].

Algoritmul prezentat mai jos calculează coordonatele țintei utilizând o tehnică de optimizare, bazată pe metoda Newton. În esență, metoda minimizează eroarea dintre distanța măsurată de sistemul de poziționare în trei dimensiuni (*3SPA*) și distanța calculată, bazată pe poziția țintei. Evident că, pentru inițializarea calculelor, este necesară o poziție inițială a țintei.

Ecuația fundamentală pentru calculul distanței dintre țintă și emitor este:

$$r_{se} = \sqrt{(x_e - x_s)^2 + (y_e - y_s)^2 + (z_e - z_s)^2} \tag{2.2}$$

unde r_{se} este distanța dintre țintă și emitor, (x_e, y_e, z_e) este poziția (coordonatele) emitorului care sunt cunoscute, iar (x_s, y_s, z_s) sunt coordonatele necunoscute ale țintei. Presupunem că sistemul de detecție acustică dispune de E emitori. Atunci, ecuația (2.2) se scrie pentru toți emitorii $e \in \{1, 2, \cdots, E\}$.

Observăm că ecuația (2.2) conține 3 necunoscute (x_s, y_s, z_s) și se pot scrie exact E ecuații de acest tip. Ca atare, sistemul de calcul a coordonatelor țintei este supra-determinat.

Pentru a ține seama de caracteristicile sistemului de detecție a țintei (pe care le-am prezentat mai sus în sensul creșterii acurateței), vom adopta următoarea procedură de calcul.

1). Pentru început, se determină diferența dintre poziția țintei și poziția fiecărui emitor în parte, care se exprimă ca diferența dintre coordonatele anterioare ale țintei $(x_{s_{old}}, y_{s_{old}}, z_{s_{old}})$ și coordonatele emitorului:

$$\begin{aligned} \Delta x_{se} &= x_{s_{old}} - x_e, \\ \Delta y_{se} &= y_{s_{old}} - y_e, \\ \Delta z_{se} &= z_{s_{old}} - z_e, \end{aligned} \tag{2.3}$$

Acum, distanța estimată dintre emitor și poziția estimată a țintei este:

$$d_{se} = \sqrt{(\Delta x_{se})^2 + (\Delta y_{se})^2 + (\Delta z_{se})^2}. \tag{2.4}$$

Observăm că aici s-a utilizat poziția estimată în funcțiile de coordonatele anterioare ale țintei $(x_{s_{old}}, y_{s_{old}}, z_{s_{old}})$, coordonate care se modifică în cadrul algoritmului Newton de determinare a poziției țintei.

2). Cu acestea, eroarea e_{se} dintre distanța estimată d_{se} și distanța calculată de 3SPA r_{se} este exprimată sub forma:

$$e_{se} = d_{se} - r_{se}. \tag{2.5}$$

3). Erorii e_{se} i se poate asocia imediat un „cost" care se exprimă cel mai simplu ca suma pătratelor erorii de-a lungul tuturor emitorilor $e \in \{1, 2, \cdots, E\}$:

$$c_{se} = \sum_{e=1}^{E} (e_{se})^2 . \tag{2.6}$$

Deci

$$c_{se} = \sum_{e=1}^{E} (\sqrt{(\Delta x_{se})^2 + (\Delta y_{se})^2 + (\Delta x_{se})^2} - r_{se})^2 ,$$

sau

$$c_{se} = \sum_{e=1}^{E} (\sqrt{(x_{s_{old}} - x_e)^2 + (y_{s_{old}} - y_e)^2 + (z_{s_{old}} - z_e)^2} - r_{se})^2 .$$

4). Pentru implementarea metodei Newton, referitor la minimizarea erorii:

$$\min c_{se} \,\square\, \min \sum_{e=1}^{E} (\sqrt{(x_s - x_e)^2 + (y_s - y_e)^2 + (z_s - z_e)^2} - r_{se})^2$$

avem nevoie de derivatele de ordinul unu şi doi care participă în sistemul Newton,

$$(\nabla^2 c_{se})d = -\nabla c_{se} \tag{2.7}$$

unde d sunt variabilele cu care se actualizează coordonatele $(x_{s_{old}}, y_{s_{old}}, z_{s_{old}})$ ţintei, Pentru derivatele de ordinul unu avem imediat (gradientul funcţiei de minimizat c_{se}):

$$\frac{\partial c_{se}}{\partial x} = \sum_{e=1}^{E} \frac{2e_{se}\Delta x_{se}}{d_{se}},$$
$$\frac{\partial c_{se}}{\partial y} = \sum_{e=1}^{E} \frac{2e_{se}\Delta y_{se}}{d_{se}}, \tag{2.8}$$
$$\frac{\partial c_{se}}{\partial z} = \sum_{e=1}^{E} \frac{2e_{se}\Delta z_{se}}{d_{se}},$$

Cu acestea, derivatele de ordinul doi sunt:

$$\frac{\partial^2 c_{se}}{\partial x^2} = 2\sum_{e=1}^{E} \left[\frac{(\Delta x_{se})^2}{(d_{se})^2} + \frac{e_{se}}{d_{se}} - \frac{e_{se}(\Delta x_{se})^2}{(d_{se})^3} \right],$$
$$\frac{\partial^2 c_{se}}{\partial y^2} = 2\sum_{e=1}^{E} \left[\frac{(\Delta y_{se})^2}{(d_{se})^2} + \frac{e_{se}}{d_{se}} - \frac{e_{se}(\Delta y_{se})^2}{(d_{se})^3} \right], \tag{2.9}$$
$$\frac{\partial^2 c_{se}}{\partial z^2} = 2\sum_{e=1}^{E} \left[\frac{(\Delta z_{se})^2}{(d_{se})^2} + \frac{e_{se}}{d_{se}} - \frac{e_{se}(\Delta z_{se})^2}{(d_{se})^3} \right],$$

Derivatele mixte sunt;

$$\frac{\partial^2 c_{se}}{\partial x \partial y} = 2\sum_{e=1}^{E} \left[\frac{\Delta x_{se}\Delta y_{se}}{(d_{se})^2} - \frac{e_{se}\Delta x_{se}\Delta y_{se}}{(d_{se})^3} \right],$$
$$\frac{\partial^2 c_{se}}{\partial x \partial z} = 2\sum_{e=1}^{E} \left[\frac{\Delta x_{se}\Delta z_{se}}{(d_{se})^2} - \frac{e_{se}\Delta x_{se}\Delta z_{se}}{(d_{se})^3} \right], \tag{2.10}$$

$$\frac{\partial^2 c_{se}}{\partial y \partial z} = 2\sum_{e=1}^{E}\left[\frac{\Delta y_{se}\Delta z_{se}}{(d_{se})^2} - \frac{e_{se}\Delta y_{se}\Delta z_{se}}{(d_{se})^3}\right],$$

Cu acestea sistemul Newton (2.7) se poate imediat asambla şi rezolva în privinţa mărimilor $d = [d_x, d_y, d_z]^T$ cu care se actualizează variabilele $(x_{s_{old}}, y_{s_{old}}, z_{s_{old}})$ sub forma:

$$x_{s_{new}} = x_{s_{old}} + d_x, \quad y_{s_{new}} = y_{s_{old}} + d_y, \quad z_{s_{new}} = z_{s_{old}} + d_z. \tag{2.11}$$

Algoritmul Newton continuă până când un criteriu de oprire a iteraţiilor este îndeplinit. Cel mai convenabil criteriu se bazează pe norma gradientului funcţiei c_{se} dat de (2.8):

$$\|\nabla c_{se}\| = \sqrt{\left(\frac{\partial c_{se}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial c_{se}}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial c_{se}}{\partial z}\right)^2}. \tag{2.12}$$

Dacă $\|\nabla c_{se}\| \le \varepsilon$, unde ε este o toleranţa dată (de exemplu $\varepsilon = 10^{-3}$), atunci algoritmul se opreşte.

Cu aceste precizări, putem prezenta următorul algoritm bazat pe metoda Newton.

Algoritmul de detecţie aeroacustică cu mai mulţi emitori independenţi

1.	**Se consideră poziţiile (coordonatele) celor E emitori (x_e, y_e, z_e), $e = 1,2,\dots,E$, precum şi distanţele r_{se} determinate de sistemul de poziţionare acustică *3SPA*.**
2.	**Se iniţializează procesul de calcul cu poziţia iniţială a ţintei: $(x_{s_0}, y_{s_0}, z_{s_0})$. Se pune $k = 0$.**
3.	**Se calculează:** $\Delta x_{se} = x_{s_k} - x_e$, $\Delta y_{se} = y_{s_k} - y_e$, $\Delta z_{se} = z_{s_k} - z_e$, **pentru** $e = 1,2,\dots,E$.
4.	**Se calculează:** $d_{se} = \sqrt{(\Delta x_{se})^2 + (\Delta y_{se})^2 + (\Delta x_{se})^2}$, **pentru** $e = 1,2,\dots,E$.
5.	**Se calculează** $e_{se} = d_{se} - r_{se}$, **pentru** $e = 1,2,\dots,E$.
6.	**Se calculează derivatele de ordinul unu:** $$\frac{\partial c_{se}}{\partial x} = \sum_{e=1}^{E}\frac{2e_{se}\Delta x_{se}}{d_{se}}, \quad \frac{\partial c_{se}}{\partial y} = \sum_{e=1}^{E}\frac{2e_{se}\Delta y_{se}}{d_{se}}, \quad \frac{\partial c_{se}}{\partial z} = \sum_{e=1}^{E}\frac{2e_{se}\Delta z_{se}}{d_{se}},$$ **cu care se formează vectorul gradient** ∇c_{se}.
7.	**Se calculează matricea Hessian cu derivatele de ordinul doi din (2.9) şi (2.10):**

	$$\nabla^2 c_{se} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 c_{se}}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 c_{se}}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 c_{se}}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 c_{se}}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 c_{se}}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 c_{se}}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 c_{se}}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 c_{se}}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 c_{se}}{\partial z^2} \end{bmatrix}.$$
8.	**Se rezolvă sistemul Newton:** $(\nabla^2 c_{se})d = -\nabla c_{se}$ **în privința lui** $d = [d_x, d_y, d_z]^T$.
9.	**Se actualizează variabilele problemei:** $$x_{s_{k+1}} = x_{s_k} + d_x,$$ $$y_{s_{k+1}} = y_{s_k} + d_y,$$ $$z_{s_{k+1}} = z_{s_k} + d_z.$$
10.	**Se testează criteriul de oprire a iterațiilor. Dacă** $\lVert \nabla c_{se} \rVert \le \varepsilon$, **STOP; altfel, se pune** $k = k + 1$ **și se continuă cu pasul 3.** ♦

Observăm că algoritmul este foarte simplu. Acesta implică rezolvarea unui sistem algebric liniar de 3 ecuații cu 3 necunoscute, coordonatele țintei. Convergența algoritmului este asigurată de teoria generală a convergenței metodei Newton [1]. Complexitatea acestuia este redusă, mai ales datorită cerinței de rezolvare a unui sistem algebric de 3 ecuații cu 3 necunoscute. Pentru accelerarea algoritmului, este posibilă implementarea unui algoritm explicit de rezolvare a acestui sistem. Totuși, experimentele numerice cu acest algoritm, pe care le prezentăm în continuare, arată că, fără implementarea explicită a rezolvării sistemului Newton, acesta este extrem de rapid, pentru toate exemplele numerice considerate furnizând un timp de calcul de zero secunde. Aceasta recomandă utilizarea lui într-o buclă care poate determina traiectoria țintei. Ceea ce trebuie cunoscut sunt coordonatele emitorilor, pe de-o parte, și distanțele de la emitori la țintă, pe de altă parte. Aceasta implică existența sistemului de poziționare acustică *3SPA*.

3. Exemple numerice

În cele ce urmează, să considerăm funcționarea acestui algoritm pe anumite probleme de test. Acestea se pot imediat transpune în situații reale.

Exemplul 1. *Determinarea coordonatelor unei ținte urmărite de 3 emitori plasați în același plan cu ținta.* Să considerăm cazul în care sistemul de determinare a coordonatelor unei ținte este format dintr-o configurație cu trei emitori plasați în același plan cu ținta. Coordonatele emitorilor (într-o unitate de măsură dată) sunt următoarele:

$$e_1 = [-3 \quad 1 \quad 0]^T,$$
$$e_2 = [1 \quad 8 \quad 0]^T,$$
$$e_3 = [6 \quad 1 \quad 0]^T.$$

Sistemul de Poziționare Acustică *3SPA* determină distanțele de la fiecare emitor în parte către țintă. Acestea sunt:

$$r_{s1} = \sqrt{34}, \quad r_{s2} = \sqrt{17}, \quad r_{s3} = \sqrt{25}.$$

Considerăm poziția inițială a țintei cu coordonatele:

$$[x_{s_{old}}, y_{s_{old}}, z_{s_{old}}]^T = [1.5 \;\; 3.5 \;\; 0]^T.$$

Atunci, algoritmul de detecție acustică cu mai mulți emitori de mai sus, furnizează poziția (coordonatele) țintei:

$$[x_s, y_s, z_s]^T = [2 \quad 4 \quad 0]^T.$$

Soluția (poziția țintei) a fost obținută în 4 iterații, în 0 secunde.

Observație: În esența este vorba de a rezolva problema de minimizare

$$\min c_{se} \square \min \sum_{e=1}^{E} \left(\sqrt{(x_s - x_e)^2 + (y_s - y_e)^2 + (z_s - z_e)^2} - r_{se}\right)^2$$

în privința coordonatelor țintei (x_s, y_s, z_s), unde coordonatele emitorilor și distanțele de la emitori la ținte sunt cunoscute.

Dacă se utilizează metode de căutare directă [1] (care nu fac apel la derivatele funcției de minimizat), atunci se obțin următoarele rezultate. Tabelul 1 conține numărul de iterații, numărul de evaluări ale funcției de minimizat și timpul de calcul corespunzător fiecărei metode utilizate.

Tabelul 1. (Exemplul 1)

Metoda directă	Nr. iterații	Nr. evaluări	Timp (secunde)
Hooke-Jeeves	4	285	1.82
Rosenbrock	10	85	2.53
Powell	4	488	1.75
Nelder-Mead	18	57	1.65

În cadrul acestor algoritmi, s-a utilizat căutarea liniară, dată de secțiunea de aur. Observăm imediat că metoda Newton furnizează o soluție a problemei într-un timp de calcul extrem de mic. Aceasta oferă posibilitatea de a determina traiectoria țintei într-o manieră care utilizează metoda Newton într-o buclă de calcul. Pe de altă parte, metodele directe oferă o soluție într-un timp de calcul sensibil mai mare decât timpul cerut de metoda Newton, dar avantajul acestora este ușurința de utilizare a subrutinelor de minimizare. Totuși, într-un sistem real de determinare a coordonatelor unei ținte aeriene (problema detecției acustice), important este procesul de minimizare, care implică cel mai redus timp de calcul. După cum se vede, acesta este chiar algoritmul Newton pe care l-am prezentat mai sus.

Exemplul 2. *Determinarea coordonatelor unei ținte urmărite de 5 emitori plasați în același plan cu ținta.* Considerăm acum cazul determinării poziției unei ținte în care sistemul de urmărire este format din 5 emitori. Coordonatele emitorilor sunt:

$$e_1 = [-3 \quad 1 \quad 0]^T,$$
$$e_2 = [1 \quad 8 \quad 0]^T,$$
$$e_3 = [6 \quad 1 \quad 0]^T,$$
$$e_4 = [5 \quad 8 \quad 0]^T,$$
$$e_5 = [1 \quad 1 \quad 0]^T.$$

Sistemul de Poziționare Acustică *3SPA* determină distanțele de la fiecare emitor în parte către țintă ca:

$$r_{s1} = \sqrt{34}, \quad r_{s2} = \sqrt{17}, \quad r_{s3} = \sqrt{25}, \quad r_{s4} = \sqrt{25}, \quad r_{s5} = \sqrt{10}.$$

Considerăm aceeaşi poziție inițială a țintei cu coordonatele:

$$[x_{s_{old}}, y_{s_{old}}, z_{s_{old}}]^T = [1.5 \ \ 3.5 \ \ 0]^T.$$

Atunci, algoritmul de detecție acustică cu mai mulți emitori de mai sus (metoda Newton), furnizează poziția (coordonatele) țintei :

$$[x_s, y_s, z_s]^T = [2 \quad 4 \quad 0]^T.$$

Soluția (poziția țintei) a fost obținută în 3 iterații, în 0 secunde.

Observație. Dacă se utilizează metode de căutare directă (care nu fac apel la derivatele funcției de minimizat) atunci se obțin următoarele rezultate. Tabelul 2 conține numărul de iterații, numărul de evaluări ale funcției de minimizat şi timpul de calcul corespunzător fiecărei metode utilizate.

Tabelul 2. (Exemplul 2)

Metoda directă	Nr. iterații	Nr. evaluări	Timp (secunde)
Hooke-Jeeves	5	345	1.65
Rosenbrock	15	150	1.65
Powell	3	432	2.36
Nelder-Mead	19	60	1.37

Observație. Este important să notăm faptul că metoda Newton de determinare a coordonatelor țintelor aeriene cere o inițializare bună a metodei, în sensul de a se preciza un punct inițial cât mai apropiat de soluția problemei de minimizare. Aceasta este o problemă cu care se începe procedura de detecție acustică, de orientare în spațiul de căutare.

Exemplul 3. *Determinarea coordonatelor unei ținte în spațiu, urmărite de 3 emitori plasați în acelaşi plan, dar ținta se află în spațiu.* Vom considera acum cazul (real) în care sistemul de determinare a coordonatelor unei ținte este alcătuit din 3 emitori plasați în acelaşi plan. Evident că micile denivelări ale domeniului în care emitorii sunt plasați (suprafața pământului) sunt neglijate. Să considerăm emitorii cu următoarele coordonate:

$$e_1 = [-3 \quad 5 \quad 0]^T,$$
$$e_2 = [3 \quad -3 \quad 0]^T,$$
$$e_3 = [2 \quad 4 \quad 0]^T.$$

Sistemul de Poziționare Acustică *3SPA* determină distanțele de la fiecare emitor în parte către țintă. Acestea sunt:

$$r_{s1} = \sqrt{105}, \quad r_{s2} = \sqrt{161}, \quad r_{s3} = \sqrt{117}.$$

Considerăm poziția inițială a țintei cu coordonatele:

$$[x_{s_{old}}, y_{s_{old}}, z_{s_{old}}]^T = [-1 \ \ 2.5 \ \ 8.9]^T.$$

Atunci, algoritmul de detecție acustică cu mai mulți emitori de mai sus, furnizează poziția (coordonatele) țintei :

$$[x_s, y_s, z_s]^T = [-2 \quad 3 \quad 10]^T .$$

Soluția (poziția țintei) a fost obținută în 6 iterații și 0 secunde.

Observație. Dacă se utilizează metode de căutare directă (care nu fac apel la derivatele funcției de minimizat) atunci se obțin următoarele rezultate. Tabelul 3 conține numărul de iterații, numărul de evaluări ale funcției de minimizat și timpul de calcul corespunzător fiecărei metode utilizate.

Tabelul 3. (Exemplul 3)

Metoda directă	Nr. iterații	Nr. evaluări	Timp (secunde)
Hooke-Jeeves	30	1878	1.86
Rosenbrock	29	180	1.38
Powell	12	2181	1.64
Nelder-Mead	35	103	1.43

Dacă poziția inițială a țintei are coordonatele:

$$[x_{s_{old}}, y_{s_{old}}, z_{s_{old}}]^T = [-3 \ 2.5 \ 11]^T ,$$

atunci algoritmul Newton determină aceeași soluție ca mai sus dar în 5 iterații și 0 secunde. Tabelul 4 conține rezultatele obținute cu metode de căutare directă în condițiile în care se utilizează același punct inițial.

Tabelul 4. (Exemplul 3)

Metoda directă	Nr. iterații	Nr. evaluări	Timp (secunde)
Hooke-Jeeves	22	1389	1.70
Rosenbrock	47	297	1.26
Powell	8	1517	1.92
Nelder-Mead	51	146	1.37

Să considerăm un exemplu în care inițializarea nu se află în vecinătatea soluției optime. Dacă poziția inițială a țintei de unde începe procesul de minimizare are coordonatele:

$$[x_{s_{old}}, y_{s_{old}}, z_{s_{old}}]^T = [5 \ 1.5 \ 14]^T ,$$

atunci algoritmul Newton determină aceeaşi soluţie ca mai sus $[x_s, y_s, z_s]^T = [-2 \quad 3 \quad 10]^T$, dar în 7 iteraţii şi 0 secunde. Tabelul 5 conţine rezultatele obţinute cu metode de căutare directă în condiţiile în care se utilizează acelaşi punct iniţial.

Tabelul 5. (Exemplul 3)

Metoda directă	**Nr. iteraţii**	**Nr. evaluări**	**Timp (secunde)**
Hooke-Jeeves	28	1767	1.38
Rosenbrock	52	270	2.09
Powell	8	1583	1.32
Nelder-Mead	76	209	1.32

Şi pentru acest exemplu observăm faptul că metoda Newton, utilizată în algoritmul de detecţie acustică, este cea mai rapidă. Dezavantajul acesteia este că punctul iniţial de unde începe căutarea minimului trebuie să se afle într-o vecinătate a soluţiei problemei de minimizare.

Exemplul 4. *Determinarea coordonatelor unei ţinte în spaţiu urmărite de 3 emitori.* Să considerăm acum cazul în care sistemul de determinare a coordonatelor unei ţinte este format dintr-o configuraţie cu trei emitori plasaţi în spaţiu. Coordonatele emitorilor sunt următoarele:

$$e_1 = [1 \quad -2 \quad 4]^T,$$

$$e_2 = [-3 \quad 6 \quad 8]^T,$$

$$e_3 = [5 \quad 1 \quad 3]^T.$$

Sistemul de Poziţionare Acustică *3SPA* determină distanţele de la fiecare emitor în parte către ţintă. Acestea sunt:

$$r_{s1} = \sqrt{44}, \quad r_{s2} = \sqrt{44}, \quad r_{s3} = \sqrt{22}.$$

Considerăm poziţia iniţială a ţintei cu coordonatele:

$$[x_{s_{old}}, y_{s_{old}}, z_{s_{old}}]^T = [2.5 \ 3.5 \ 5.8]^T.$$

Atunci, algoritmul de detecţie acustică cu mai mulţi emitori de mai sus furnizează poziţia (coordonatele) ţintei:

$$[x_s, y_s, z_s]^T = [3 \quad 4 \quad 6]^T.$$

Soluţia (poziţia ţintei) a fost obţinută în 6 iteraţii şi 0 secunde.

Dacă poziţia iniţială a ţintei are coordonatele:

$$[x_{s_{old}}, y_{s_{old}}, z_{s_{old}}]^T = [2.1 \ \ 3.1 \ \ 5.4]^T,$$

atunci algoritmul determină aceeaşi soluţie ca mai sus dar în 10 iteraţii şi 0 secunde.

Dacă acum considerăm iniţializarea

$$[x_{s_{old}}, y_{s_{old}}, z_{s_{old}}]^T = [3.4 \ \ 4.3 \ \ 5.2]^T,$$

atunci algoritmul determină aceeaşi poziţie a ţintei ca mai sus în 7 iteraţii şi 0 secunde.

Cu cât iniţializarea algoritmului de calcul (vezi pasul 2) este mai departe de soluţia problemei de optimizare, cu atât convergenţa este mai lentă şi chiar este foarte posibil să se obţină coordonate false ale ţintei. Aceasta arată importanţa iniţializării algoritmului în sensul de a se determina o zonă aeriană în care se găseşte ţinta.

Modelul pe care l-am folosit aici pentru determinarea coordonatelor unei ţinte aeriene, adică modelul detecţiei aeroacustice, este foarte simplu şi face apel la resursele naturale ale unui sistem aerian de urmărire a ţintelor. Problema este aceea a determinării distanţelor de la emitori la ţintă. Sistemul *3SPA* calculează aceste distanţe cu o anumită acurateţe, aceasta având o anumită influenţă asupra întregului proces de detecţie acustică.

3. Concluzii

Lucrarea prezintă un model şi un algoritm de optimizare, corespunzător pentru detecţia aeroacustică a ţintelor aeriene. Modelul respectiv este general şi se bazează pe o tehnică de optimizare, care conduce la coordonatele unei ţinte aeriene, care nu produc zgomot. Ideea este că, de fapt, orice ţintă aeriană este generatoare de zgomot, dar în această lucrare nu ţinem seama de acest zgomot. În acest sens, prezentăm un algoritm de detecţie care calculează coordonatele ţintei pe baza informaţiilor furnizate de un număr de dispozitive de emitere a unor semnale cu frecvenţă fixă. Sistemul de detecţie acustică necesită cunoaşterea coordonatelor spaţiale ale emitorilor şi distanţa de la aceştia la ţintă. În esenţă, algoritmul constă în minimizarea erorii dintre distanţa estimată şi cea furnizată de sistemul de poziţionare acustică în 3 dimensiuni. Pentru aceasta, se utilizează metoda Newton, care se dovedeşte a fi foarte expeditivă în ceea ce priveşte rezolvarea problemei de minimizare respective. O clasă de experimente numerice consideră că atât emitorii, cât şi ţinta se află în acelaşi plan. Acesta este un caz pur experimental. O altă clasă de experimente consideră emitorii într-un plan (o regiune de pe suprafaţa pământului) şi ţinta în spaţiu. În final, se consideră cazul în care atât emitorii, cât şi ţinta se găsesc în spaţiu. Algoritmul prezentat este robust şi de încredere în sensul că furnizează o soluţie la problema detecţiei în condiţiile în care iniţializarea lui se face într-un punct din vecinătatea soluţiei optime. Aceasta reclamă elaborarea unei proceduri de iniţializare, care orientează căutarea detecţiei într-o zonă probabilă din spaţiu. Mai mult decât atât, soluţia prezentată aici este una de principiu. Evident că mai sunt şi alte probleme de rezolvat: iniţializarea, cazul soluţiilor multiple, robusteţe, acurateţe etc. În cazul real al utilizării detecţiei aeroacustice, algoritmul respectiv se poate implementa în cadrul unui sistem general de identificare în timp real a *traiectoriei* ţintelor aeriene.

Bibliografie

1. **ANDREI, N.:** Programarea Matematică Avansată - Teorie, Metode computaţionale, Aplicaţii, Editura Tehnică, Bucureşti, 1999.
2. **KAPLAN, E.D.:** Understanding GPS: Principles and Applications, Artech House Publishing, 1996.