ANTINOMIA MINCINOSULUI

Paul Sfetcu

Institutul Național de Cercetare - Dezvoltare în Informatică - ICI, București

psfetcu@yahoo.com

Rezumat: În acest articol prezentăm cel mai vechi și mai dificil paradox apărut încă din Antichitatea greacă, prezentând și soluția dată de Anton Dumitriu, bazată pe principiile logicii clasice, pe regulile definiției și pe sistemul formal din *Principia mathematica*, construit de B. Russell și A. Whitehead.

Cuvinte cheie: principiile logice, tautologie, negație.

Abstract: In this paper we present the oldest and the most difficult of all the paradoxes, appeared in the Greek Antiquity. We also present Anton Dumitriu's solution, based on the clasic logic principles, the rules of definition and the formal system presented by B. Russell and A. Whitehead in *Principia mathematica*.

Key words: logical principles, tautology, negation.

1. Introducere

Acest paradox, care este cel mai vechi paradox cunoscut, a creat mari dificultăți încă din Antichitate. El a stat și în atenția logicienilor din Evul Mediu care, cu meticulozitatea lor scolastică, i-au dat soluții subtile. Momentul în care a apărut necesitatea fundamentării matematicilor prin formalizare și axiomatizare coincide cu primele încercări de a-i da o soluție formală.

Antinomia mincinosului se pare că a fost construită de megaricul Eyboulides. Diogenes Laertios, în lucrarea sa *Despre viețile și doctrinele filosofilor* (VII, 180), menționează că logicianul Chrysippos a scris cel puțin șapte tratate despre mincinos. Chiar și Aristoteles, în *De sophisticis elenchis* (25), *Ethica nicomachică* (VII, 3) și în *Metafizica* (IV, 4, și 8) i-a consacrat o parte însemnată în studiile sale logice; Ciceron îl citează în *Libri academici* (II, 29); Seneca (*Epistolae ad Lucilium*, 45) menționează că "multe cărți au fost scrise despre el"; Aulus Gellius tratează acest subiect pe larg în *Noctes atticae* (XVIII, 2); Ploutarchos îl menționează în lucrarea sa *Contradicțiile stoicilor* (2 și 24). Scolasticii (în special Buridan, Albertus de Saxonia, Petrus de Allyaco, Paulus Nicolettus Venetus ș.a) au scris numeroase lucrări asupra acestei probleme, într-un capitol important din logică, purtând titlul *Insolubilia*, în care paradoxul "mincinosul" era formulat în diverse variante (pentru dezvoltări, a se vedea lucrarea lui Anton Dumitriu *Istoria logicii*, ca și numeroasele sale articole scrise pe această temă).

Întâlnind în teoria sa logico-matematică privitoare la fundamentele matematice unele contradicții sau paradoxe, Bertrand Russell a recunoscut că acestea sunt toate de același tip cu antinomia mincinosului. În lucrarea sa *Principia mathematica* (primul vol. 1910, scris împreună cu A. N. Whitehead), el a schițat o soluție formalistă pentru paradoxe – având la bază pe teoria tipurilor – dar propunând numai soluții restrictive, convenționale pentru ca paradoxele să nu mai poată apărea. Numeroși sunt cei care au avut contribuții în această problemă, dar eforturile lor nu au depășit soluția lui Russell, ci numai au încercat să o perfecționeze. Așa sunt studiile lui R. Carnap (*Logische Syntax der Sprache*, Springer, Viena, 1934), A. Tarski (*Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen* ("Studia Philosophica", Leopoli, 1933) ș.a.

Referitor la literatura asupra acestei probleme, avem cartea *The Paradox of the Liar*, editată de Robert L. Martin (Yale University Press, New Haven and London, 1970), precum și un articol al lui John F. Post *Shades of the Liar* ("Journal of Philosophical Logic", 2, 1973).

2. Enunțul paradoxului și principalele lui soluții

Formularea antinomiei mincinosului în Antichitate era următoarea: "*Minte cineva când spune că minte*?". Este evident că nu există decât două răspunsuri posibile: 1. minte; 2. nu minte.

1. Dacă *cineva minte*, atunci nu minte când spune că minte, deci *nu minte*.

2. Dacă cineva *nu minte* când spune că minte, atunci *minte*.

Contradicţia este evidentă: dacă *minte*, *nu minte*; dacă *nu minte*, *minte*.

O altă formă a acestui paradox este "argumentul reciproc", numit de greci *antistrephon* (αντιστρεφον) şi de latini *reciprocum*. Este în aşa fel construit încât el poate fi întors şi întrebuinţat, cu aceeaşi forţă, împotriva aceluia care îl foloseşte. Diogenes Laertios citează acest argument ca pe un fapt real din viaţa lui Protagoras. În *Noctes atticae*, Aulus Gellius îl expune astfel: Protagoras a fost angajat ca profesor de către discipolul său Eylathos, acesta trebuind să îi plătească onorariul atunci când va câştiga primul său proces. Totuşi, timpul trecea şi Eylathos nu voia să ia niciun proces, astfel că nu avea nicio obligaţie de plată faţă de profesorul său. Dându-şi seama de înşelătorie, Protagoras l-a chemat în judecată pe Eylathos, invocând următorul argument: "Dacă vei cîştiga, va trebui să îmi plăteşti în baza contractului nostru, deoarece ai câştigat primul tău proces; dacă pierzi, va trebui să îmi plăteşti conform sentinţei tribunalului". Eylathos i-a întors argumentul în felul următor: "Dacă pierd procesul, nu va trebui să îţi plătesc onorariul, deoarece contractul prevede că va trebui să o fac numai când voi câştiga primul meu proces; dacă îl câştig, nu voi fi forţat să îţi plătesc prin sentinţa tribunalului".

În *Les fondements des mtathématiques* (Edition Blanchard, Paris, 1926), Ferdinand Gonseth enunţă una dintre multe alte variante ale acestui paradox.

Logicienii scolastici au formulat această antinomie în 14 variante, după cum apare în tratatul lui Albertus de Saxonia *Perutilis logica* (tipărit pentru prima dată la Veneţia, 1522). Dintre acestea, vom cita acele variante care sunt fundamentale, celelalte reducându-se la acestea.

1. *Ego dico falsum* – "Eu spun falsul".

2. *Propositio scripta in illo folio est falsa* – "Propoziţia scrisă pe această foaie de hârtie este falsă".

3. Forma *antistrephon* sau *reciprocum* din procesul Protagoras-Eylathos are urrnătoarea formulare scolastică: Sokrates spune o singură propoziţie: "*Plato dicit falsum*" şi Platonos spune o singura propoziţie: "*Sokrates dicit verum*"; care dintre aceste propoziţii este adevărată şi care falsă? Este evident că orice valoare de adevăr am acorda uneia din aceste propoziţii, ea este anulată de cealaltă şi prin aceasta se arată caracterul "insolubil" al acestor propoziţii (ca şi în cazul mincinosului).

Care sunt soluţiile principale oferite până acum?

Prima soluţie pare să fie aceea a lui Aristoteles. Nu aceea din *De sofisticis elenchis*, ci aceea dată în *Metafizica* (IV, 4, 1 008 a şi IV. 8, 1012 b). El scrie: „Acela care afirmă că totul este adevărat, dă putere de adevăr şi afirmaţiei contrare, de unde rezultă că propria lui afirmaţie este falsă. Şi acela care afirmă că totul este fals, afirmă că şi propria lui aserţiune este falsă". Să detaliem soluţia lui Aristoteles. Să presupunem că enunţăm propoziţia universală:

1. Toate propoziţiile sunt adevărate.

Să formulăm acum propoziţia:

2. Propoziţia (1) este falsă.

Propoziţia (1) antrenează adevărul propoziţiei (2) şi propoziţia (2) antrenează falsitatea propoziţiei (1). Deci, dacă (1) este *adevărată*, (2) este adevărată de asemenea şi atunci (1) este *falsă*, ceea ce este o contradicţie.

În acelaşi mod, să considerăm propoziţia universală a mincinosului:

(3) Toate propoziţiile sunt false.

Să scriem acum propoziţia următoare:

(4) Propoziţia (3) este adevărată.

Propoziția (3) antrenează falsitatea propoziției (4) şi aceasta antrenează falsitatea propoziției (3). Aşadar, dacă (3) este *adevărată*, (4) este falsă şi atunci (3) este *falsă*, ceea ce este o contradicție.

Cu alte cuvinte, există propoziții care, cu toate că în mod aparent nu prezintă niciun pericol logic, conțin totuşi o contradicție ce poate fi explicitată mai mult sau mai puțin direct. Afirmațiile (1) şi (2), sau (3) şi (4), deşi par ireproşabile, conțin totuşi o contradicție care le anihilează.

Soluția lui Aristoteles, aşa cum a fost detaliată mai sus, se reduce de fapt la o constatare simplă. Şi cel care afirmă că toate propozițiile sunt adevărate, şi cel care afirmă că toate propozițiile sunt false, pleacă de la următoarea axiomă, admisă implicit:

(1) Există două valori de adevăr ale propozițiilor, *A* (adevărat) şi *F* (fals).

Una dintre următoarele propoziții:

(2) Toate propozițiile sunt adevărate,

(3) Toate propozițiile sunt false,

admițând numai o singură valoare de adevăr pentru propoziții, este contradictorie cu (1) şi este respinsă de această axiomă.

În concluzie: dacă presupunem că "există două valori de adevăr ale propozițiilor", nu putem să spunem apoi: "nu există decât o singură valoare de adevăr a propozițiilor". Aceasta este întreaga contradicție a mincinosului.

Referitor la soluțiile scolastice, trei dintre acestea sunt mai importante şi le vom menționa pe scurt.

(1) *Soluția lui Buridan* (în lucrarea sa *Summulae*, tipărită la Veneția, 1499). Această soluție cere "un timp" pentru oricare propoziție, ceea ce împiedică producerea paradoxelor de acest fel. Momentul în care este afirmată propoziția este diferit de momentul în care este făcută judecata asupra acestei propoziții (a se vedea articolul lui Anton Dumitriu, *Soluțiile contemporane şi scolastice ale antinomiilor logico-matematice*).

(2) *Soluția lui Albertus de Saxonia* (în lucrarea *Perutilis logica*, tipărită pentru prima dată la Veneția, 1522). Pentru Albertus, eroarea făcută în problemele de acest fel constă în faptul că se ia partea drept întreg.

(3) *Soluția lui Petrus de Allyaco* (în tratatul asupra problemei *Insolubilia*, tipărit pentru prima dată la Paris în 1494) este bazată pe o distincție subtilă făcută între propozițiile vocale sau scrise şi propozițiile mentale. Numai propozițiile vocale sau scrise pot indica valoarea de adevăr a unei propoziții mentale. Propozițiile scrise, adică prezentate în mod formal, nu pot spune nimic despre ele însele (aceasta este şi soluția indicată de Ludwig Wittgenstein în *Tractatus logico-philosophicus*).

Din Evul Mediu şi până la apariția monumentalei opere *Principia mathematica* nu s-a mai scris nimic pe acest subiect. Antinomia mincinosului este pusă din nou în discuție, în această lucrare, de Bertrand Russell. Să considerăm, o dată cu el, propoziția *p* şi declarația că *p* este falsă.

(1) p este falsă.

Să considerăm acum această nouă propoziție (1) şi să o declarăm falsă:

(2) propoziția „*p* este falsă" este falsă.

Ce spune Russell? Că „falsă" din (1) nu are acelaşi nivel cu al doilea „falsă" din (2), că ele trebuie deosebite şi că nu pot fi considerate ca unul şi acelaşi lucru. În propoziția (1) întrebuințăm un „tip" de adevăr care nu este identic cu al doilea. Dacă se face o astfel de „tipizare" a adevărului (şi falsului), paradoxul mincinosului nu mai poate apărea şi nici celelalte paradoxe înrudite cu acesta. Acestei soluții russelliene Tarski i-a dat o formă riguroasă şi a demonstrat că o definiție formală corectă a propoziției adevărate nu poate fi construită într-un sistem formal, ci într-un sistem care are un nivel superior, adică acela care vorbeşte despre proprietățile primului (metasistemul sistemului).

3. Paradoxul „filosoful şi califul" (variantă)

Să reluăm problema din procesul dintre Protagoras şi elevul său Eylathos. Dintre variantele acestui argument *antistrephon* o vom considera pe următoarea: Un filosof este condamnat la moarte de către un Calif, care îi acordă permisiunea să îşi aleagă singur felul morții. "Dacă spui o minciună, vei fi spânzurat; dacă spui un adevăr, vei fi decapitat". După un timp de reflecție, filosoful răspunde: "*Voi fi spânzurat*". Această propoziție, aparent atât de simplă, conduce însă la o contradicție: dacă ea este adevărată, filosoful trebuie să fie decapitat, dar în acest caz, propoziția lui este falsă şi, deci, trebuie să fie spânzurat! Dacă propoziția este falsă, filosoful trebuie să fie spânzurat, conform condiției puse de Calif, dar atunci această propoziție este adevărată şi el trebuie decapitat! Propoziția filosofului "*Voi fi spânzurat*" nu poate fi declarată nici adevărată, nici falsă, deşi ea trebuie să fie sau adevărată sau falsă.

Să vedem mai întâi cum apare cercul vicios. Condițiile Califului sunt: filosoful va spune o propoziție care, prin adevărul sau falsitatea ei, va determina modul său de execuție. Filosoful enunță o propoziție al cărei adevăr sau falsitate depinde de modul său de execuție. Condițiile inițiale au fost schimbate. Califul spune:

(1) Modalitatea executării tale depinde de valoarea de adevăr a propoziției pe care o vei spune.

Filosoful spune:

(2) Valoarea de adevăr a propoziției mele depinde de modalitatea executării mele.

Cu alte cuvinte, Califul a stabilit un antecedent logic care va determina consecința sa, pe când filosoful schimbă problema şi propoziția lui ia ca antecedent logic ceea ce tocmai problema declarase ca fiind consecvent.

Criteriile (1) şi (2) sunt considerate ca fiind identice, nu se face nicio distincție între ele, ca şi cum ar fi un singur criteriu, de unde cercul vicios.

În general, fiind dată o problemă în care un rezultat este o consecință a adevărului sau a falsității unei propoziții p, se obține o *petitio principii* sau un *cerc vicios* dacă facem să depindă valorile de adevăr ale propoziției p de însuşi acest rezultat, adică dacă introducem un criteriu invers, în mod implicit sau explicit, în raport cu criteriul prin care sunt determinate valorile de adevăr ale lui p. Să notăm cu K_1 criteriul conform căruia sunt deduse consecințele dintr-o astfel de problemă. Să notăm cu K_2 criteriul care determină valorile de adevăr ale lui p. Pentru $K_1 \neq K_2$, nu poate exista nicio contradicție. Dacă nu se ține seama de această condiție, se ajunge la o problemă iluzorie, în care nu se spune nimic şi care apare sau ca o *tautologie*, sau ca o *contradicție*, şi anume: dacă valoarea de adevăr a unei propoziții p este obligată să depindă de însăşi consecința determinată de adevărul propoziției p, atunci avem o tautologie; dacă adevărul propoziției este făcut să depindă de însăşi consecința determinată de falsitatea propoziției p, atunci avem o contradicție.

4. Mincinosul

Ce înseamnă „a fi mincinos"? Prin acest termen înțelegem că mincinosul în cauză este un mincinos absolut, care minte totdeauna, fără nicio excepție. *A minți în mod permanent înseamnă a afirma ca fiind adevărat ceea ce este fals şi ca fiind fals ceea ce este adevărat.* Pentru a putea minți, mincinosul trebuie să cunoască dacă ceea ce va spune se referă la ceva fals sau adevărat; altfel, necunoscând acest lucru, el poate să spună chiar adevărul, mințind la întâmplare, ceea ce este împotriva ipotezei. Mincinosul absolut îşi ia o obligație care este chiar definiția lui enunțată de propoziția „*Eu mint*": orice propoziție, oricare ar fi ea, determinată prin valoarea ei de adevăr, este declarată de el falsă şi prin aceasta capătă o valoare contrară aceleia atribuită ei. Mincinosul poate opera această inversiune a valorii de adevăr a unei propoziții utilizând functorii de adevăr A şi F (în fapt numai pe F) sau utilizând negația, care este suficientă pentru intenția sa.

Cu alte cuvinte, prin propoziția sa: „*Eu mint*" mincinosul spune: „Adevărul sau falsitatea unei propoziții p determină falsitatea sau adevărul pe care îl atribui eu propoziției p, oricare ar fi ea".

După cum se vede, şi în acest caz există un antecedent şi un consecvent, după cum am văzut în paradoxul „Califul şi filosoful". Antecedentul logic este „valoarea de adevăr a propoziţiei *p*"; consecventul este „valoarea contrară de adevăr dată de mincinos propoziţiei *p*".

Invers, şi noi avem un criteriu pentru a determina valorile de adevăr ale propoziţiei *p* pe care mincinosul le schimbă: orice propoziţie declarată adevărată de mincinos va avea, independent de mincinos, valoare falsă, şi orice propoziţie declarată falsă de mincinos trebuie să fie adevărată.

(1) Criteriul mincinosului. Valoarea de adevăr a propoziţiei *p,* oricare ar fi ea, determină valoarea de adevăr pe care o atribui eu acestei propoziţii *p*, anume în mod invers (prin negaţie).

(2) Criteriul independent de mincinos. Valoarea de adevăr atribuită de mincinos unei propoziţii *p*, oricare ar fi ea, determină valoarea de adevăr atribuită acestei propoziţii independent de mincinos, anume în sens invers (prin negaţie).

Prin urmare, orice propoziţie *p* poate avea, în cadrul acestei probleme, fie o valoare de adevăr independentă de mincinos, fie valoarea de adevăr dată ei de către mincinos. Confundând cele două criterii şi considerându-le ca fiind un singur criteriu, facem o confuzie între două valori de adevăr distincte, dar inverse – aceea a mincinosului şi aceea independentă de mincinos; de unde apare contradicţia exact ca şi în cazul "Califul şi filosoful".

Antinomia mincinosului se reduce la aceste două propoziţii contradictorii: Mincinosul spune:

(1) Nu există decît o singură valoare de adevăr pentru propoziţii, anume falsul.

Încercând să vedem dacă aserţiunea mincinosului este *adevărată* sau *falsă*, s-a admis implicit că există de fapt două valori de adevăr pentru propoziţii. Astfel, în paradoxul mincinosului mai există implicit o aserţiune:

(2) Există două valori de adevăr ale propoziţiilor, adevărat şi fals.

Aserţiunile (1) şi (2) sunt contradictorii, dar ele funcţionează simultan în paradox, fără a fi distincte, şi atunci nu este de mirare că aceasta creează iluzia unei antinomii.

Prin urmare, orice propoziţie *p* poate să se prezinte, în cadrul acestei probleme, cu valoarea sa de adevăr, independentă de mincinos, sau cu valoarea de adevăr pe care i-o atribuie mincinosul (care inversează prin negare, valorile de adevăr).

Confundând cele două criterii, noi confundăm adevărul sau falsitatea mincinosului cu adevărul sau falsitatea propoziţiei independente de mincinos; să notăm cu W criteriul după care acordăm unei propoziţii p valoarea „adevărat" sau „fals", independent de mincinos; să notăm cu V criteriul mincinosului (de a atribui oricărei propoziţii *p* valori de adevăr contrare celor acordate lui p de criteriul W). În aceste condiţii, prin definiţie, W şi V nu sunt identice, adică $W \neq V$. Acum, să vedem cum se confundă cele două criterii, deci valorile de adevăr atribuite de mincinos lui *p* cu valorile de adevăr atribuite lui *p*, independent de mincinos.

Eyboulides Megaricul îl întreabă pe mincinos: eşti mincinos sau nu eşti? Propoziţia „eu mint" o declari adevărată sau falsă? Dar mincinosul nu poate răspunde decât în două moduri, *tertium non datur*: 1) propoziţia „eu mint" este adevărată; 2) propoziţia „eu mint" este falsă.

1. Să presupunem că mincinosul atribuie propoziţiei „eu mint" valoarea „adevărat" (criteriul V). Atunci Eyboulides Megaricul face următorul raţionament: dacă această propoziţie este adevărată (criteriu V), atunci este adevărat că minţi (criteriul W), deci nu minţi (criteriul W) când spui că minţi (criteriul V), deci nu minţi (criteriul W).

2. Să presupunem că mincinosul atribuie valoarea „fals" propoziţiei „eu mint". Atunci Eyboulides Megaricul face următorul raţionament: dacă această propoziţie e falsă (criteriul V), atunci e fals că tu minţi (criteriul W), deci tu nu minţi (criteriul W), când spui ca minţi (criteriul V), deci tu minţi (criteriul W). Se observă că criteriul V funcţionează în acelaşi timp cu criteriul W, fără nicio distincţie, ca şi când ar fi un singur criteriu $W = V$; se confundă astfel întotdeauna adevărul propoziţiei „eu mint" pentru mincinos (criteriul V) cu adevărul propoziţiei independent de mincinos (criteriul W). Confuzia valorilor de adevăr inverse ale propoziţiei „eu mint" provoacă paradoxul.

Să ținem seama de definiția mincinosului, exprimată prin propoziția „eu mint” în virtutea căreia valorile de adevăr (criteriul W) sunt inversate de mincinos (criteriul V). Avem aceste două situații posibile:

1. Propoziția „eu mint” e declarată adevărată de către mincinos (criteriul V). Atunci, deoarece, prin definiție, mincinosul inversează valoarea de adevăr a propoziției „eu mint”, trebuie să spunem că valoarea care rezultă pentru propoziția „eu mint” e falsă (criteriul W). Deci, în realitate, mincinosul, declarând că e adevărat că minte (criteriul V), a declarat că e fals că minte (criteriul W), adică că nu minte (criteriul W). Nu rezultă nicio contradicție, fiindcă rezultatul e compatibil cu definiția mincinosului.

2. Propoziția „eu mint” este declarată falsă de către mincinos (criteriul V). Atunci, fiindcă, prin definiție, mincinosul inversează valoarea de adevăr a propoziției „eu mint”, trebuie să spunem că valoarea care rezultă pentru propoziția „eu mint” e adevărată (criteriul W). Deci, în realitate, mincinosul, declarând că e fals că minte (criteriul V), a declarat că e adevărat că minte (criteriul W), adică că el minte (criteriul W). Nu rezultă nicio contradicție fiindcă rezultatul e compatibil cu definiția mincinosului!

Cu alte cuvinte, dacă ținem seama de faptul că mincinosul afirmă ca fiind adevărat ceea ce e fals şi ca fiind fals ceea ce e adevărat şi că noi trebuie, în consecință, să transformăm valorile de adevăr atribuite de el unei propoziții (oricare ar fi ea), propoziția „eu mint” poate fi declarată sau adevărată, sau falsă de către mincinos şi nu rezultă absolut nimic, la fel cum nu rezultă nimic din faptul că noi declarăm propoziția „eu spun adevărul” adevărată sau falsă. Regăsim astfel a cincea soluție a logicienilor scolastici.

5. Soluția formală

Vom utiliza aici sistemul formal din *Principia mathematica*.

Am văzut că definiția mincinosului este: acela care neagă valorile de adevăr date oricărei propoziții *p*. Vom preciza că semnul de definiție „=” defineşte două expresii propoziționale echivalente. În acest caz, aceste expresii pot fi înlocuite una prin alta (condiția lui Pascal a definiției). El mai poate fi şi semnul de identitate.

Semnul „≠” arată că două expresii propoziționale nu pot fi în relație de definiție, nici nu sunt echivalente, nici nu pot fi înlocuite una prin alta şi nici nu sunt identice.

Dacă afirmăm echivalența

$(x)\ \varphi(x) \equiv \sim\psi(x) \quad (I)$

această echivalență poate să fie adevărată numai dacă $\varphi \neq \psi$. Cu alte cuvinte, echivalența (I) implică o condiție necesară: neidentitatea dintre simbolurile φ şi ψ, pentru a nu avea o definiție contradictorie. Dar această condiție nu este suficientă: se poate ca simbolurile φ şi ψ să nu fie identice şi totuşi echivalența (I) să nu fie adevărată. Într-adevăr, dacă avem două funcții propoziționale $\varphi(x)$ şi $\psi(x)$, din faptul că simbolurile φ şi ψ nu sunt identice ($\varphi \neq \psi$), nu rezultă ca ele sunt echivalente şi încă pentru orice x. Relația dintre expresia $(x)\ \varphi(x) \equiv \sim\psi(x)$ şi expresia $\varphi \neq \psi$ este deci exact relația de implicație: nu este cazul ca $(x)\ \varphi(x) \equiv \sim\psi(x)$ să fie adevărată şi $\varphi \neq \psi$ să fie falsă. Dar inversa nu este valabilă: este posibil ca $\varphi \neq \psi$ să fie adevărată şi $(x)\ \varphi(x) \equiv \sim\psi(x)$ să fie falsă. Prin acestea, Anton Dumitriu a stabilit următoarea formulă, care este o implicație şi pe care o notează cu $T\omega$:

$T\omega \vdash : (x)\ \varphi(x) \equiv \sim\psi(x) \supset \varphi \neq \psi.$

Această formulă este o tautologie şi se bazează exclusiv pe principiul contradicției şi nu face nimic altceva decât să exprime acest principiu în cazul studiat mai sus.

Se poate vedea uşor că formula $T\omega$ este o tautologie. Într-adevăr, primul membru poate fi adevărat sau fals, fiind o propoziție generală (variabila x este aparentă).

În cazul mincinosului, propoziția p = „Eu mint" face ca orice propoziție q să aibă o valoare de adevăr inversă decât aceea atribuită ei. Avem astfel definiția:

„Eu mint" = $\sim q$ Df

Această definiție este generală. Avem astfel echivalența:

„Eu mint" $\equiv \sim q$

Această echivalență este valabilă pentru orice propoziție care ar reprezenta variabila q; pentru q = "Eu mint" obținem contradicția:

„Eu mint" $\equiv$ ~ „Eu mint" („Eu mint" este echivalent cu „Eu nu mint").

Problema este: pentru ce în definiția de mai sus şi în echivalența derivată din ea q, care prin definiție este arbitrar, nu poate deveni "Eu mint"? Pentru ce avem şi trebuie să avem $q \neq$ „Eu mint"?

Vom pleca de la următoarea tautologie, unde semnul „=" este întrebuințat în sensul specificat mai sus:

$$p = q \supset p \equiv q \qquad (1)$$

Aceasta este evidentă şi înseamnă: dacă propozițiile p şi q sunt în relație de definiție sau sunt identice, atunci ele sunt echivalente.

Propoziția inversă nu este adevărată: dacă propozițiile sunt echivalente, nu urmează că ele sunt în relație de definiție (sau identice). Formula (1) este o implicație şi nu o echivalență.

Prin transpoziție obținem:

$$\sim(p \equiv q) \supset \sim(p = q)$$

Dar, deoarece $\sim(p = q)$ se poate scrie $p \neq q$, avem:

$$\sim(p \equiv q) \supset p \neq q \qquad (2)$$

În *Principia mathematica* există teorema 5.18:

5.18 $(p \equiv q) \cdot \equiv \cdot \sim(p \equiv \sim q)$

Sau prin transpoziția negației:

5.18 $\sim(p \equiv q) \cdot \equiv \cdot p \equiv \sim q$.

Înlocuind în (2) primul membru $\sim(p \equiv q) \cdot \equiv \cdot p \equiv \sim q$, conform regulii de înlocuire (*replacement*), obținem teorema pe care Anton Dumitriu a numit-o $T\omega$:

$$p \equiv \sim q \supset q \neq p.$$

În consecință, dacă avem definiția „Eu mint" = $\sim q$ (Df.), avem şi echivalența „Eu mint" $\equiv \sim q$ care, împreună cu teorema $T\omega$ duce la rezultatul **„**Eu mint" $\neq q$.

Într-o astfel de echivalență, propoziția q nu poate fi „Eu mint".

Explicația este simplă şi calculul a implicat cele două criterii care nu trebuie confundate, ceea ce s-ar întâmpla dacă q ar fi „Eu mint" (fiindcă ar rămâne numai criteriul mincinosului).

Vedem că propoziţia: „Afirm p şi p este fals” (1), care este o formă a antinomiei mincinosului este numai un caz particular al propoziţiei mai generale: „Afirm p şi p afirmă că q este fals” (2), q fiind o propoziţie arbitrară. Putem să luăm imprudent $q = p$ şi atunci propoziţia generală (2) devine propoziţia (1), pe care pare să o includă: „Afirm p şi p afirmă că p este falsă”. Dar propoziţia (1) a fost exclusă prin calcul dintre toate propoziţiile care pot fi reprezentate de propoziţia (2). Prin urmare, propoziţia (2) nu este o universală, din cauză că este o convenţie. Angajamentul luat de mincinos, de a falsifica orice propoziţie a cărei valoare de adevăr este dată, este o *convenţie* şi orice convenţie este o propoziţie particulară, din cauză că nu poate fi derivată din axiomele sistemului (sau din teoremele lui), tocmai fiindcă este o convenţie şi nu un adevăr în universul sistemului.

6. Concluzii

Am demonstrat teorema $T\omega$ în cadrul logic din *Principia mathematica*. Dar este uşor de văzut că această formulă este validă în orice sistem propoziţional, (care admite următoarele idei:

(1) *Variabile propoziţionale p, q, r, ...* care pot lua două valori, adevărul (*A*) sau falsul (*F*).

(2) *Definiţia*, desemnată prin semnul „=” care poate fi şi semnul de identitate; nondefiniţia sau nonidentitatea, desemnată prin semnul „≠”.

(3) Negaţia.

(4) Echivalenţa $p \equiv q$.

(5) *Implicaţia* $p \supset q$.

Orice sistem care admite aceste cinci idei admite de asemenea formula $T\omega$, care are întotdeauna valoarea *A* (este o tautologie) în sistem.

$T\omega \qquad \vdash p \equiv \sim q \supset q \neq p.$

(semnul lui Frege |– este semnul de aserţiune, deci nu este un semn logic, ca şi semnele de punctuaţie). Formula $T\omega$ exclude antinomia mincinosului.

În final, trebuie să scoatem în evidenţă un aspect care a scăpat din vederile celor care au căutat să dea o soluţie formală acestui paradox (şi în general tuturor paradoxelor).

Prin enunţ se vede că: dacă o propoziţie este adevărată, ea este falsă; dacă este falsă, ea este adevărată. De aici se vede că propoziţia este şi adevărată, şi falsă în acelaşi timp, ceea ce este o *contradicţie în termeni*.

În Principia mathematica avem:

$p \cdot q \ . = . \sim(\sim p \vee q)$

Să facem $q = \sim p$. Vom obţine:

$p \cdot \sim p \ . = . \sim(p \vee \sim p)$

Să negăm acum relaţia:

$\sim (p \cdot \sim p) \ . = . \ p \vee \sim p.$

Am obţinut, la nivel formal, identitatea dintre principiul contradicţiei (este fals că o propoziţie poate fi adevărată şi falsă în acelaşi timp) şi principiul terţiului exclus (o propoziţie este sau adevărată, sau falsă, a treia posibilitate nu există).

Dar cei care s-au ocupat de această problemă au concluzionat în mod imprudent că paradoxele, nefiind nici adevărate, nici false, scapă principiului terţiului exclus şi au introdus o a treia valoare de adevăr pentru propoziţii. Dar din faptul că o propoziţie este şi adevărată, şi falsă în acelaşi timp conduce la distrugerea ei. Acest lucru a fost afirmat încă din Antichitate, când stoicii au formulat această propoziţie logică, care în zilele noastre a fost pusă în haină formală astfel:

$$p \supset \sim p \,.\!\supset\!.\, \sim p$$

Nici intuiţionştii, care contestă principiul terţiului exclus în domeniul infinitului, nu au luat în considerare acest lucru evident.

Dar realitatea fenomenală, ca şi realitatea logică, este guvernată de principii, care nu sunt contingente, adică nu se supun conjuncturii materiale. Iar Aristoteles a afirmat pregnant acest lucru, spunând că "toate principiile se reduc la principiul contradicţiei, care este cel mai puternic dintre toate".

BIBLIOGRAFIE

1. **ALBERTUS DE SAXONIA**, Perutilis logica (Veneţia, 1522).

2. **ARISTOTELES**, De sophisticis elenchis; Ethica nicomachică; Metafizica.

3. **AULUS GELLIUS**, Noctes atticae.

4. **BURIDAN**, Summulae (Veneţia, 1499).

5. **CARNAP, R.**, Logische Syntax der Sprache. Ed. Springer (Viena, 1934).

6. **CICERON**, Libri academici.

7. **DIOGENES LAERTIOS**, Despre vieţile şi doctrinele filosofilor (trad. de Aram Frenkian, 1964).

8. **DUMITRIU, A.**, Soluţia paradoxelor logico-matematice (Bucureşti, 1966); Mecanismul logic al matematicilor (Ed. Academiei Române, 1968); Istoria logicii, Ed. tehnică (Bucureşti, vol. IV, 1998); Paradoxele în Evul Mediu (Revue roumaine des sciences sociales, s. de philosophie et de logique, 3, 1965); Problema paradoxelor logico-matematice (*Scientia*, Milano, 1968); Wittgenstein şi soluţia paradoxelor (Journal of the History of Philosophy, 2, Washington-San Diego, 1974); Soluţiile contemporane şi scolastice ale antinomiilor logico-matematice (International Philosophical Quarterly, 2, New York, 1974).

9. **GONSETH F.**, Les fondements des mtathématiques (Edition Blanchard, Paris, 1926).

10. **MARTIN, ROBERT L.**, The Paradox of the Liar. Yale University Press, New Haven and London, 1970.

11. **PETRUS DE ALLYACO**, Insolubilia (Paris, 1494).

12. **POST, JOHN F.**, Shades of the Liar („Journal of Philosophical Logic”, 2, 1973).

13. **PLOUTARCHOS**, Contradicțiile stoicilor.

14. **RUSSELL, B.**; **A. WHITEHEAD.** Principia mathematica (vol. I, 1910).

15. **SENECA**, Epistolae ad Lucilium.

16. **TARSKI, A.** Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen („Studia Philosophica”, Leopoli, 1933).