SOLUȚIA PARADOXELOR LOGICO-MATEMATICE PRIN RESPECTAREA CONDIȚIILOR DEFINIȚIEI

Paul Sfetcu

psfetcu@yahoo.com

Institutul Național de Cercetare-Dezvoltare în Informatică, ICI – Bucureşti

Rezumat: În această lucrare se prezintă eroarea comisă în momentul definirii paradoxelor şi anume crearea unor enunțuri vicioase din cauza nerespectării regulilor logicii clasice.

Cuvinte cheie: Definiție *idem per idem*, definiție contradictorie, principiul cercului vicios.

Abstract: In this paper we present the error appeared when we define the paradoxes, namely the formation of erroneous enounces due to the failure to comply with the rules of classical logic.

Keywords: idem per idem definition, contradictory definition, principle of vicious circle.

1. Introducere

În articolul anterior, am observat că paradoxele apar în momentul în care afirmăm anumite propoziții prin care vrem să definim un predicat oarecare P printr-un alt predicat ψ. Utilizând numai aparatul logico-matematic din *Principia mathematica* al lui Russell şi Whitehead, am obținut o implicație, notată **Tω**, prin care, fie la nivel de predicate, fie la nivel de clase, excludem dintre valorile lui P tocmai pe ψ, pentru a nu degenera într-o definiție *idem per idem* (când enunțul este pozitiv), sau într-o definiție contradictorie (când enunțul este negativ). Vom ajunge la acelaşi rezultat, utilizând de data aceasta numai regulile logicii clasice.

2. Condițiile definiției şi soluția tuturor paradoxelor

Am găsit soluția paradoxelor care se bazează pe o definiție de forma generală

$$\mathrm{P}(x) =_{\mathrm{Df}} \sim\psi(x).$$

Astfel, paradoxele *compatibil – incompatibil* (şi cazul său particular, paradoxul lui Russell *predicabil – impredicabil*), *izonom – heteronom* (şi cazul său particular, paradoxul lui Grelling-Nelson, *autologic – heterologic*), *izomorf – heteromorf* (şi cazul său particular, paradoxul lui Richard), paradoxul teoriei tipurilor, ca şi paradoxul clasei claselor incompatibile (şi cazul său particular, paradoxul lui Russell al clasei claselor care nu îşi aparțin ca element), ca şi paradoxul lui Gödel sunt rezolvate.

Rămâne acum să găsim soluția paradoxelor care se bazează pe o definiție de forma generală

$$\mathrm{P}(x) =_{\mathrm{Df}} \psi(x)$$

şi ale căror cazuri particulare sunt paradoxele lui Burali-Forti, Cantor, Zermelo-König şi Skolem. Soluția găsită ar fi suficientă şi pentru rezolvarea acestor paradoxe, dar vom pleca de la un alt punct de vedere, care va arunca o nouă lumină asupra soluției date.

Faptul cel mai neglijat de logica matematică este noțiunea de definiție, care a fost introdusă foarte simplu prin simbolul «$=_{\mathrm{Df}}$» pus între două expresii simbolice, cu singura specificare că cele două expresii simbolice reprezentate – una, de termenul *definiens* (la dreapta) şi cealaltă, de termenul *definiendum* (la stânga) – înseamnă acelaşi lucru. Definiția este o noțiune foarte delicată şi extrem de importantă atât pentru matematică, cât şi pentru logică şi filosofie.

Filosofia nu s-a putut constitui decât în momentul în care Sokrates a descoperit noţiunea de definiţie. Aristoteles a făcut din definiţie nervul motor al deducţiei silogistice, termenul mediu fiind o definiţie; Leibniz a conceput definiţia ca începutul şi sfârşitul oricărei demonstraţii, o demonstraţie nefiind decât un lanţ de definiţii etc. Cu toate acestea, noţiunea de definiţie a fost acceptată în logica matematică într-o manieră vagă şi neprecisă, şi Russell a fost nevoit sa conchidă: «Definiţia nu este definisabilă şi nici măcar nu este o noţiune definită».

Această lipsă de precizie a noţiunii de definiţie a provocat o serie de dificultăţi şi, cum foarte bine a remarcat Dubislav [1], nu există în teoria lui Frege o caracterizare exactă a construcţiei regulate în simboluri, a unei formule.

Vom considera ca semn al definiţiei semnul «$=_{\mathrm{Df}}$»; acest semn nu este definit; el este o relaţie între expresia care defineşte (*definiens*) şi expresia definită (*definiendum*), relaţie care poate fi adevărată sau falsă.

Există o serie întreagă de condiţii pe care o definiţie trebuie să le îndeplinească şi pe care le găsim enumerate în orice tratat clasic de logică. O definiţie se enunţă prin *genus proximum et differentia specifica*; definiţia trebuie să convină definitului în întregime şi numai definitului – *toti et soli definito*; într-o definiţie este obligatoriu să se poată înlocui definitul prin definisant (condiţia pascaliană a definiţiei) etc.

Vom aminti aici, în mod special, două reguli fără de care nici o definiţie nu poate fi constituită.

(1) O definiţie nu trebuie să fie construită *idem per idem*, ea nu trebuie să fie tautologică; nu se poate defini definitul prin definit – *definiendum per definiendum*.

O formă mai dezvoltată a falsei definiţii *idem per idem* este *circulus in definiendo* sau *diallela*: se defineşte un lucru prin altul, dar fiecare se defineşte prin elementele celuilalt. De exemplu: «reprezentările sunt complexe de senzaţii» şi «senzaţiile sunt complexe de reprezentări».

(2) O definiţie nu trebuie să conţină o contradicţie, în speţă, nici o *contradictio in terminis*, nici o *contradictio in adjecto*.

Să notăm *definiendum* prin D şi *definiens* prin d; relaţia de definiţie se scrie:

$$\mathrm{D} =_{\mathrm{Df}} \mathrm{d}.$$

Condiţiile precedente sunt necesare, dar nu suficiente pentru ca D şi d să fie în relaţie de definiţie. Dar dacă una dintre aceste condiţii nu este satisfăcută, relaţia de definire

$$\mathrm{D} =_{\mathrm{Df}} \mathrm{d}$$

este falsă, adică este fals că expresia d este în relaţie de definire cu expresia D.

După această introducere, să examinăm definiţia următoare: «dacă x are predicatul ψ, atunci x are predicatul φ» sau, în simboluri:

$$\varphi(x) = \psi(x) \qquad \text{(a)}$$

Conform condiţiei (1), această definiţie poate să nu fie falsă atâta timp cât $\psi \neq \varphi$ (condiţie necesară), altfel avem o definiţie *idem per idem*, în care definitul este definit prin definit:

$$\varphi(x) = \varphi(x).$$

Această ultimă propoziţie este adevărată, fiind o identitate, dar, ca definiţie, ea este falsă, tocmai pentru că este o identitate. În consecință, în definițiile de forma (a) suntem obligați să ținem seama de condiția (1) a definiției, de a nu defini definitul prin definit, *idem per idem*, şi să conchidem că predicatele ψ şi φ nu pot fi identice, deci $\psi \neq \varphi$.

În mod analog, în definiția

$$\varphi(x) =_{Df} \sim\psi(x) \tag{b}$$

suntem obligați de condiția (2) a definiției să conchidem că predicatele ψ şi φ nu pot fi identice, pentru a nu construi o definiție prin contradicție, deci trebuie să avem $\psi \neq \varphi$. Tocmai această condiție a fost pusă în evidență de teorema **T**$\boldsymbol{\omega}$, pe care am obținut-o prin demonstrație.

Avem deci rezultatul următor: definițiile generale de forma (a) şi definițiile generale de forma (b) implică, fiecare dintre ele, condiția $\psi \neq \varphi$, dar această relație $\psi \neq \varphi$ nu implică definiția (a) sau definiția (b); într-adevăr, se poate ca $\psi \neq \varphi$ să fie adevărată (cele două predicate să nu fie identice), dar funcțiile $\psi(x)$ şi $\varphi(x)$ sau $\sim\varphi(x)$ să nu fie în relație de definiție, deoarece condiția este necesară, dar nu suficientă. Avem deci formulele următoare:

D_1 $$\varphi(x) =_{Df} \psi(x) \supset \psi \neq \varphi$$
D_2 $$\varphi(x) =_{Df} \sim\psi(x) \supset \psi \neq \varphi.$$

Aceste formule au fost obținute cu ideile de identitate şi de non-identitate, de implicație, definiție şi condițiile definiției, fără a ține seama de teoria tipurilor; ele aparțin deci sistemului *Principia mathematica* fără teoria tipurilor.

Relația $\psi \neq \varphi$ priveşte numai predicatele ψ şi φ (funcțiile), dar argumentul nu este supus nici unei condiții.

Am discutat pe larg formula D_2 cu ocazia stabilirii teoremei **T**$\boldsymbol{\omega}$; formula D_1 este o tautologie, afirmație uşor de verificat dacă întocmim tabloul respectiv al valorilor de adevăr. Dar putem observa direct că: 1) dacă definiția $\varphi(x) =_{Df} \psi(x)$ este adevărată, ea îndeplineşte condițiile definiției, deci $\psi \neq \varphi$ este adevărată; 2) dacă $\varphi(x) =_{Df} \psi(x)$ este o definiție falsă, ea implică totul, deci şi $\psi \neq \varphi$, fie că această ultimă relație este adevărată sau falsă.

În concluzie, dacă afirmăm o definiție de tipul general

$$\vdash : \varphi(x) =_{Df} \psi(x)$$

ea implică, în mod automat, printr-un *modus ponens*, în virtutea tautologiei D_1, relația

$$\vdash \psi \neq \varphi.$$

Deci echivalența generală care rezultă de aici

$$\vdash : (x)\ \varphi(x) \equiv_{Df} \psi(x)$$

este însoțită de relația (pe care o implică)

$$\vdash \psi \neq \varphi$$

care este introdusă de chiar condiția definiției.

Argumentul poate să varieze în mod arbitrar, dar funcțiile nu sunt absolut arbitrare.

Formulele D_1 şi D_2 pot fi scrise, ca şi în cazul formulei **Tω**, în termeni de clase:

D_1 $\quad |\!-: x \in \hat{z}(\varphi z) =_{Df} z \in \hat{z}(\psi z) \supset \hat{z}(\psi z) \neq \hat{z}(\varphi z)$

D_2 $\quad |\!-: x \in \hat{z}(\varphi z) =_{Df} \sim z \in \hat{z}(\psi z) \supset \hat{z}(\psi z) \neq \hat{z}(\varphi z)$

Pentru φ constant, φ = P, D_1 în comprehensiune şi în extensiune devine:

D_1 $\quad |\!-: P(x) =_{Df} \psi(x) \supset \psi \neq P$

D_2 $\quad |\!-: x \in \hat{z}(Pz) =_{Df} x \in \hat{z}(\psi z) \supset \hat{z}(\psi z) \neq \hat{z}(Pz)$

Deoarece formulele D_1 şi D_2 sunt tautologii şi deci sunt valabile oricare ar fi valorile variabilelor, să scriem $x = \psi$ şi obținem astfel:

D_1 $\quad |\!-: \varphi(\psi) =_{Df} \psi(\psi) \supset \psi \neq \varphi$

D_2 $\quad |\!-: \varphi(\psi) =_{Df} \sim\psi(\psi) \supset \psi \neq \varphi$

Dacă facem aceeaşi substituție $x = \psi$ în formulele D_1 şi D_2 scrise în termeni de clase, obținem:

$$|\!-: \psi \in \hat{z}(\varphi z) =_{Df} \psi \in \hat{z}(\psi z) \supset \hat{z}(\psi z) \neq \hat{z}(\varphi z)$$
$$|\!-: \psi \in \hat{z}(\varphi z) =_{Df} \sim\psi \in \hat{z}(\psi z) \supset \hat{z}(\psi z) \neq \hat{z}(\varphi z)$$

Pentru φ = P (constant) obținem:

$$|\!-: P(\psi) =_{Df} \psi(\psi) \supset \psi \neq P$$
$$|\!-: P(\psi) =_{Df} \sim\psi(\psi) \supset \psi \neq P$$

Sau, în extensiune:

$$|\!-: \psi \in \hat{z}(Pz) =_{Df} \psi \in \hat{z}(\psi z) \supset \hat{z}(\psi z) \neq \hat{z}(Pz)$$
$$|\!-: \psi \in \hat{z}(Pz) =_{Df} \sim\psi \in \hat{z}(\psi z) \supset \hat{z}(\psi z) \neq \hat{z}(Pz).$$

Am obținut cu definiția D_2 aceleaşi rezultate pe care le-am obținut cu teorema **Tω**. În ceea ce priveşte definiția D_1, ea ne va dezvălui imediat natura predicatelor *compatibil*, *predicabil*, *izonom*, *autologic* etc. şi, de asemenea, natura clasei claselor *compatibile*, a clasei claselor care îşi aparțin ca element etc.

Să examinăm acum un paradox mai general, de exemplu, paradoxul clasei claselor incompatibile (toate paradoxele fiind de acelaşi tip). Avem cele două serii de clase, corespunzătoare celor două serii de predicate ordonate în două moduri diferite:

$$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots, \alpha_n$$
$$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \ldots, \beta_n.$$

Dacă clasa α_x aparține ca membru clasei β_x, am spus că clasa α_x este *compatibilă* şi, în cazul contrar, că ea este *incompatibilă*; am considerat apoi clasa G a tuturor claselor *compatibile* şi clasa

Γ a tuturor claselor *incompatibile*.

Definiția clasei G este:

$$\vdash \cdot\ \alpha_x \in G =_{Df} \alpha_x \in \beta_x.$$

Să scriem D_1 cu simbolurile acestei probleme, în termeni de clasă:

$$D_1 \qquad \vdash \cdot\ \alpha_x \in G =_{Df} \alpha_x \in \beta_x \supset G \neq \beta_x.$$

Deci definiția (1) implică, printr-un *modus ponens*, relația:

$$G \neq \beta_x$$

şi echivalența corespunzătoare definiției (1) este însoțită de această condiție:

$$\vdash : (\alpha_x)\ \alpha_x \in G =_{Df} \alpha_x \in \beta_x$$
$$\vdash \cdot\ G \neq \beta_x.$$

Aceasta demonstrează că în (1) sau în formele particulare pe care această definiție le poate lua, ca şi în echivalența (2), β_x nu poate lua valoarea G, deoarece atunci definiția inițială ar degenera într-o definitie *idem per idem*.

Pentru $\alpha_x = \beta_x$ (paradoxul lui Russell), când G devine clasa claselor care îşi aparțin ca element, obținem:

$$\vdash : \alpha_x \in G =_{Df} \alpha_x \in \alpha_x$$
$$\vdash \cdot\ G \neq \alpha_x$$

Această definiție spune: «oricare ar fi clasa α_x, dacă ea este membru al ei însăşi, ea este membru al clasei G». Relația $G \neq \alpha_x$ arată că argumentul α_x nu poate lua valoarea G. Să citim în această condiție $\alpha_x \neq G$, în mod riguros, faptul logic pe care aceasta îl exprimă. Prin definiția

$$\alpha_x \in G =_{Df} \alpha_x \in \alpha_x$$

vrem să definim clasa G. Condiția $\alpha_x \neq G$, impusă de D_1, arată că G nu poate fi o valoare a argumentului α_x, că G nu poate fi identică cu α_x, deci definiția lui G nu poate fi identică cu definiția lui α_x (oricare ar fi aceasta). În consecință, dacă nu avem o altă definiție pentru G, alta decât definiția unuia dintre membrii săi, G nu este definită şi expresia $\alpha_x \in \alpha_x$ nu este un termen definisant (*definiens*) pentru simbolul G. Într-adevăr, al doilea membru al definiției date ($\alpha_x \in \alpha_x$), este format cu definiția clasei α_x şi cu o proprietate care decurge, pentru ea şi numai pentru ea, din propria sa definiție, deci nu avem efectiv decât definiția clasei α_x; condiția $\alpha_x \neq G$ arată că expresia $\alpha_x \in \alpha_x$, formată exclusiv cu definiția clasei α_x şi cu nimic altceva, nu poate să fie termen definisant pentru o altă clasă G. Faptul este evident deoarece, dacă G are definiția lui α_x, dacă scriem deci $\alpha_x = G$ (fără să ținem seama de D_1), obținem

$$G \in G =_{Df} G \in G$$

relație care este o identitate şi deci o definiție falsă, *idem per idem*.

Dar această concluzie nu rezultă din faptul că expresia $\alpha_x \in \alpha_x$ înseamnă «orice clasă care se conține ca membru» şi din faptul că G ar trebui definit, în consecință, ca şi membrii săi; faptul logic exprimat aici este mai vast şi poate fi regăsit în alte expresii, nu numai în cele construite cu simbolul de apartenență.

Într-adevăr, să ne referim la simbolul de incluziune şi să construim în cadrul seriilor claselor paradoxului *compatibil – incompatibil* definițiile următoare:

$$\alpha_x \subset G =_{Df} \alpha_x \subset \beta_x$$
$$\alpha_x \subset \Gamma =_{Df} \sim(\alpha_x \subset \beta_x).$$

Dacă nu ținem seama de condițiile definiției, putem scrie echivalențele generale:

$$(\alpha_x)\ \alpha_x \subset G =_{Df} \alpha_x \subset \beta_x$$
$$(\alpha_x)\ \alpha_x \subset \Gamma =_{Df} \sim(\alpha_x \subset \beta_x).$$

Pentru $\alpha_x = \beta_x$, obținem:

$$(\beta_x)\ \beta_x \subset G =_{Df} \beta_x \subset \beta_x$$
$$(\beta_x)\ \beta_x \subset \Gamma =_{Df} \sim(\beta_x \subset \beta_x)$$

Pentru $\beta_x = G$ şi, respectiv, $\beta_x = \Gamma$

$$G \subset G \equiv G \subset G$$
$$\Gamma \subset \Gamma \equiv \sim(\Gamma \subset \Gamma).$$

Ultima echivalență spune că propoziția «clasa Γ este inclusă în clasa Γ» este echivalentă cu propoziția «clasa Γ nu este inclusă în clasa Γ», ceea ce este absurd. Dar prima echivalență a transformat definiția inițială într-o definiție *idem per idem,* iar a doua, într-o contradicție.

În general, să presupunem că scriem definițiile următoare, în raport cu două serii de clase construite în paradoxul claselor *incompatibile* şi unde am notat prin R relația dintre clase:

$$\vdash \cdot\ \alpha_x\ R\ G_h =_{Df} \alpha_x\ R\ \beta_x$$
$$\vdash \cdot\ \alpha_x\ R\ \Gamma_k =_{Df} \sim(\alpha_x\ R\ \beta_x).$$

Prima definiție enunță: «dacă clasa α_x are relația R (oricare ar fi aceasta) cu clasa β_x de acelaşi rang din a doua serie, atunci expresia α_x R β_x defineşte o altă clasă G_h cu care α_x are relația R». A doua definiție enunță: «dacă clasa α_x nu are relația R cu clasa β_x de acelaşi rang din seria a doua, atunci expresia $\sim(\alpha_x\ R\ \beta_x)$ defineşte clasa Γ cu care α_x are relația R». Condițiile definițiilor (1) şi (2) impun relația $\beta_x \neq G_h$, pentru a nu avea o definiție *idem per idem*, şi $\beta_x \neq \Gamma_k$, pentru a nu avea o definiție contradictorie. Dacă nu ținem seama de aceste condiții, atunci avem echivalențele generale:

$$\vdash \cdot\ (\alpha_x)\ \alpha_x\ R\ G_h \equiv \alpha_x\ R\ \beta_x$$
$$\vdash \cdot\ (\alpha_x)\ \alpha_x\ R\ \Gamma_k \equiv \sim(\alpha_x\ R\ \beta_x).$$

Pentru $\alpha_x = \beta_x$ se obține:

$$\vdash \cdot\ (\alpha_x)\ \alpha_x\ R\ G_h \equiv \alpha_x\ R\ \alpha_x$$
$$\vdash \cdot\ (\alpha_x)\ \alpha_x\ R\ \Gamma_k \equiv \sim(\alpha_x\ R\ \alpha_x).$$

Pentru $\alpha_x = G_h$ şi, respectiv, pentru $\alpha_x = \Gamma_k$, obținem:

$$\vdash \cdot\ G_h\ R\ G_h \equiv G_h\ R\ G_h$$
$$\vdash \cdot\ \Gamma_k\ R\ \Gamma_k \equiv \sim(\Gamma_k\ R\ \Gamma_k).$$

Expresiile prin care am definit clasele G şi Γ au degenerat în paradoxe.

Dacă ar fi trebuit să urmărim linia lui Russell, ar fi trebuit să spunem că expresiile de forma $\alpha \in \alpha$, $\alpha \subset \alpha$ şi, în general, α R α, sau sub forma negativă, $\sim(\alpha \in \alpha)$, $\sim(\alpha \subset \alpha)$ şi, în general, $\sim\alpha$ R α, nu au sens, adică o clasă nu ar putea avea nici o relaţie cu ea însăşi, ceea ce este absurd şi în contradicţie cu faptele.

Expresiile de forma $\alpha \in \alpha$, $\alpha \subset \alpha$ *şi în general* α *R* α, *sau sub forma negativă*, $\sim\alpha \in \alpha$, $\sim\alpha \subset \alpha$, *şi, în general*, $\sim\alpha$ R α, *formate cu definiţia unei singure clase şi bazate pe o relaţie pe care această clasă ar avea-o exclusiv în virtutea propriei sale definiţii*, *nu sunt deci termeni definisanţi pentru nici o altă clasa* G *sau* Γ, *deoarece clasa* G *sau clasa* Γ *trebuie să aibă o definiţie care nu poate fi identică cu definiţia clasei* α *sau care nu poate fi exprimată prin definiţia clasei* α *sau prin proprietăţile care decurg pentru* α *din propria sa definiţie*.

Principiul cercului vicios al lui Russell este: nici o colecţie nu poate fi definită dacă ea conţine membri care nu pot fi definiţi decât cu ajutorul colecţiei luate în totalitatea ei. Principiul este adevărat, dar el nu enunţă faptul logic general exprimat de condiţiile (1) şi (2) ale definiţiei: *definiţia unei clase* α *şi proprietăţile care rezultă*, *pentru ea şi numai pentru ea*, *din propria ei definiţie*, *nu pot fi definisante pentru nici o altă clasă G sau* Γ, *ci exclusiv numai pentru* α. Faptul este evident, din moment ce, tocmai prin definiţii distingem lucrurile între ele. Iată sensul condiţiilor impuse prin regulile definiţiei, traduse prin relaţiile $\beta_x \neq G_h$ sau $\beta_x \neq \Gamma_k$, în cazurile particulare.

Acelaşi lucru este valabil pentru definiţiile în comprehensiune:

$$P(\varphi) =_{Df} \varphi(\varphi)$$
$$P(\varphi) =_{Df} \sim\varphi(\varphi).$$

Expresiile $\varphi(\varphi)$ şi $\sim\varphi(\varphi)$ nu sunt definisante, nu sunt *definientes*, pentru expresiile primului membru, pentru că definiţia unui predicat şi proprietăţile care ar decurge pentru el şi numai pentru el din propria sa definiţie nu pot să definească nici un alt predicat P, ci numai φ, ceea ce D_1 şi D_2 au impus prin relaţia $\varphi \neq P$.

Se vede acum de ce clasa tuturor claselor nu este definită: se ia noţiunea de clasă şi definiţia sa şi se pretinde că această definiţie defineşte o altă clasă, clasa tuturor claselor; dar definiţia noţiunii de clasă nu poate fi *definiens* pentru nici o altă clasă, decât pentru noţiunea de clasă deci, dacă încercăm să definim încă o clasă cu această definiţie, realizăm o falsă definiţie *idem per idem*.

Clasa tuturor claselor nu este altceva decât extensiunea noţiunii de clasă. Acesta este motivul pentru care nu este posibil să definim clasa tuturor claselor prin noţiunea de clasă, decât printr-o definiţie *idem per idem*.

În acest fel, paradoxele lui Burali-Forti, Cantor, Zermelo-König şi Skolem, care presupun clase definite încălcând condiţia (1) a definiţiei exprimate de D_1, sunt rezolvate.

Celelalte paradoxe au fost rezolvate prin teorema Tω sau D_2.

În consecinţă, elementele care lipseau din sistemul *Principia mathematica* sau din celelalte sisteme înrudite sunt tautologiile D_1 şi D_2 care exprimă două condiţii ale definiţiei şi care pot fi scrise, într-un mod mai general, astfel:

$$(D_1) \qquad \vdash : x \text{ R } \varphi =_{Df} x \text{ R } \psi \supset \psi \neq \varphi$$
$$(D_2) \qquad \vdash : x \text{ R } \varphi =_{Df} \sim x \text{ R } \psi \supset \psi \neq \varphi.$$

Aceste formule spun: *pentru ca expresiile*: x *R* ψ *sau* $\sim x$ *R* ψ *să fie definisante trebuie ca simbolul* ψ *să fie non-identic cu* φ. Mai este necesar să remarcăm că, pentru ca aceste expresii să fie definisante, trebuie ca simbolul ψ să nu presupună simbolul φ nici măcar într-un mod indirect, pentru că în acest caz am obţine o definiţie *idem per idem* de speţa a doua, *diallela.* Cu alte cuvinte, simbolul ψ nu poate fi definit nici el cu simboluri care servesc la definiţia simbolului φ.

Pentru Russell, problema s-a redus la examinarea expresiilor de forma $\alpha \in \alpha$ şi $\alpha \subset \alpha$ sau $\sim\varphi(\varphi)$

şi φ(φ), pe care el le-a declarat lipsite de sens, ceea ce l-a condus la teoria tipurilor. Pentru noi, clasa claselor care se conține ca element

$$G =_{Df} \hat{\alpha}\ (\alpha \in \alpha)$$

sau clasa claselor care nu se conțin ca element,

$$\Gamma =_{Df} \hat{\alpha}\ (\sim\alpha \in \alpha)$$

şi, în mod general, clasele definite în acest fel,

$$G =_{Df} \hat{\alpha}\ (\alpha\ R\ \alpha)$$
$$\Gamma =_{Df} \hat{\alpha}\ (\sim\alpha\ R\ \alpha)$$

nu sunt definite, deoarece expresiile din dreapta ale acestor definiții nu sunt termeni definisanți, fiind formate dintr-o clasă şi din relația acesteia cu ea însăşi care decurge din propria sa definiție. Russell a crezut că expresii ca $\alpha \in \alpha$ şi $\sim\alpha \in \alpha$ nu sunt *definite* şi nu reprezintă nimic. Dar este evident că propoziția «predicatul mamifer nu este el însuşi un mamifer» are un sens precis sau, în termeni de clasă, «clasa mamifer, nefiind un mamifer, nu se conține ca element»; sensul lor nu poate fi negat dar, pentru că sunt formate exclusiv cu definiția predicatului mamifer sau a clasei mamifer, aceste propoziții nu pot fi definisante pentru nici un alt predicat sau nici o altă clasă, ca şi, în general, expresiile de tipul $\psi\ R\ \psi$ sau $\sim\psi\ R\ \psi$.

BIBLIOGRAFIE

1. **ARISTOTELES :** Organon, traducere în limba română, vol. I: Categoriile, Despre interpretare. Traducere, studii introductive, introduceri şi note de Mircea Florian, Editura Ştiințifică, Bucureşti, 1957; vol. II: Analiticile prime, traducere şi studiu introductiv de Mircea Florian, Editura Ştiințifică, Bucureşti. 1958; (reeditate la IRI, 1997), vol. III: Analiticile secunde, traducere, studiu introductiv şi note de Mircea Florian, Editura Ştiințifică, Bucureşti, 1961; vol. IV: Topica, Respingerile sofistice, traducere, studiu introductiv şi note la «Topica», traducere şi note la «Despre respingerile sofistice» de Mircea Florian, notiță introductivă la «Despre respingerile sofistice» de Dan Bădărău, Editura Științifică, Bucureşti, 1963.
2. **DUBISLAV, W.:** Die Definition, Junker, Berlin, 1933.
3. **DUMITRIU, A.:** Soluția paradoxelor logico-matematice, Ed. Academiei Române, 1966.
4. **DUMITRIU, A. :** Eseuri, Ed. Eminescu, 1986.
5. **RUSSELL, B.; WHITEHEAD, A.:** Principia mathematica, Cambridge University Press; prima ediție, vol. I, 1910, vol. II, 1912, vol. III, 1913; ediția a 2-a vol. I, 1925, vol. II şi III, 1927.
6. **DUBISLAV, W.:** Die Definition, Junker, Berlin, 1933.