UN MODEL ALGEBRIC PENTRU CONCEPTUL DE INFORMAȚIE SEMANTICĂ

Roman Chirilă

roman.chirila@ici.ro

Institutul Național de Cercetare-Dezvoltare în Informatică - ICI Bucureşti

Rezumat: Lucrarea de față propune o definiție pentru conceptul de informație semantică. Astfel, deşi este un concept necantitativist, în sensul lui Carnap, acest concept poate fi totuşi definit în maniera definiției Frege-Russell dată numărului natural. De asemenea, prin axiomele spațiilor topologice de deschidere, respectiv, închidere (Rasiowa-Sikorski), definiția propusă poate fi extinsă şi în domeniul logicilor neextensionale.

Cuvinte cheie: propoziție, informație, echivalență, clasă de echivalență, spațiu topologic, algebră booleană.

Abstract: The present paper proposes a definition for the concept of semantic information.Although it is a concept non-quantitative in the Carnap's sense, this concept could still be defined in the Frege-Russell manner as well as for the natural number. Also, by the axioms of open topological spaces and closed topological spaces respectively (Rasiowa – Sikorski) the proposed definition could be extended for the non-extensive logics, too.

Key words: proposition, information, equivalence, class of equivalence, topological space, boolean algebra.

1. Introducere

Lucrarea de față are ca obiect conceptul de informație semantică [1]. Cu toate că este un concept necantitativ, în sensul lui R. Carnap, el se pretează totuşi la o definiție exactă şi la un tratament logic adecvat. Definiția propusă trebuie înțeleasă ca o alternativă la teza lui Hintikka potrivit căreia „despre un enunț dat se poate spune cât de multă informație de suprafață transmite, pe când se observă uşor că în mod obişnuit nu există o metodă recursivă pentru a calcula cantitatea de informație de adâncime pe care o poartă un enunț." [2, p. 174].

Pe de altă parte, să observăm că niciunul dintre conceptele asociate conceptului de informație semantică nu este un concept cantitativ şi, deci, aceste concepte asociate nu pot fi apreciate nici ele în termeni de „mult" şi „puțin", ceea ce nu le face mai puțin precise, sau mai puțin operaționale din punct de vedere logic.

În cele ce urmează, simbolismul folosit în abordarea problemelor este cel logic obişnuit din calculul bivalent al propozițiilor şi din teoria mulțimilor:

p, q, r ,... (variabile propoziționale),

x, y, z, ... (variabile individuale),

a, b, c, ... (constante individuale)

C_A, C_B, C_C ... (conținutul conceptelor A, B, C,...),

E_A, E_B, E_C, ... (extensiunea conceptelor A, B, C, ...),

$\sim$, &, $\vee$, $\rightarrow$, $\approx$ (operatorii propoziționali: *non*, *şi*, *sau*, *implică*, *echivalent*)

v, f (constantele logice *adevăr* şi *fals*)

$\cap$, $\cup$, $\subset$, $\in$ (simbolurile obişnuite din teoria mulțimilor)

( ), [], {} (simboluri auxiliare despărțitoare).

Acestor simboluri de bază li se aplică regulile cunoscute de formare şi derivare. Structura subiacentă calculului propozițional bivalent este

$$\Pi = \{\Pi, \sim, \&, \vee, v, f\}$$

adică, o algebră booleană cu prim şi ultim element. De menționat faptul că mulțimea propozițiilor, Π, este închisă relativ la operațiile $\sim$, &, $\vee$. Prin urmare, avem:

$$\text{dacă } p, q \in \prod, \text{ atunci } \sim p, p \,\&\, q, p \vee q \in \prod$$

Simbolurile $\rightarrow$, $\approx$, ca şi alte simboluri, din aceeaşi categorie cu ele, pot fi introduse în $\prod$ prin definiţii corespunzătoare.

Conceptul de **informaţie semantică**, pe care deocamdată îl luăm ca termen prim, îl vom simboliza cu $\Im$ şi se aplică variabilelor propoziţionale. Informal, acest concept se aplică propoziţiilor şi tuturor actelor de limbaj care au ca obiect propoziţia, respectiv, asertarea propoziţiei, enunţarea, semnalizarea ei etc.

Prin urmare, dacă p este o variabilă propoziţională, $\Im(p)$ va fi expresia ce semnifică informaţia aferentă propoziţiei care o instanţiază pe p. Dacă şi în ce măsură „$\Im(\ )$" va putea fi înţeles ca un operator propoziţional monar, acest lucru va rezulta din cele ce urmează.

Scopul lucrării, aşadar, este să-l definească pe $\Im(p)$. În particular, vom demonstra că, astfel definit, conceptul de informaţie semantică este compatibil cu operaţiile şi relaţiile logice de bază, inclusiv cu conceptul de consecinţă logică.

2. Conceptele limbajelor

În cartea sa *Philosophical Foundations of Physics* (1966), Rudolf Carnap împarte conceptele limbajelor naturale şi ştiinţifice în trei mari categorii [3]:

- concepte calitative (sau clasificatorii),
- concepte comparative (sau topologice) şi
- concepte cantitative (sau numerice).

Conceptele calitative sunt cele exprimate prin predicatele obişnuite – *om*, *stradă*, *casă* etc. Acestea împart universul discursiv în lucrurile care cad sub incidenţa acestui concept şi lucrurile din afara lui. Toate conceptele taxonomice din biologie – *gen*, *specie*, *încrengătură*, *regn* etc. – sunt concepte calitative sau (clasificatorii) de acest fel. Carnap admite valoarea informativă a acestor concepte şi chiar posibilitatea ierarhizării lor în funcţie de informaţia conţinută. Dacă A şi B sunt concepte, iar $\Im(A)$, respectiv $\Im(B)$, informaţia asociată lor, atunci avem:

$$\Im(A) < \Im(B), \text{ dacă şi numai dacă } C_A \subset C_B \text{ şi } E_B \subset E_A.$$

Cu alte cuvinte, A şi B sunt ierarhizate informaţional, dacă sunt în raport gen-specie, unde specia este prin definiţie mai bogată informativ decât genul. Prin urmare, nu avem de-a face cu o ordonare diferită de ordonarea logică obişnuită a conceptelor, şi nu este de mirare că nici Carnap nu insistă asupra ei.

Conceptele comparative (sau topologice) sunt conceptele care exprimă relaţii sau care implică astfel de relaţii. În clasificarea tradiţională a conceptelor, ele sunt întâlnite sub denumirea de *concepte relative*. Conceptul *mare*, de exemplu, poate fi luat ca un concept calitativ, însă cel mai corect ar fi să-l privim ca pe un *concept relaţional*. Nimeni nu este *mare* doar în general, aşa cum nimeni nu este *tată* în general, sau *profesor* în general, şi aşa mai departe, cineva/ceva este *mare* raportat la altcineva/altceva; este *tată*, raportat la cineva care îi este fiu; este *profesor*, raportat la cineva care îi este elev etc. Relaţiile presupuse de conceptele comparative sunt de două feluri:

- relaţii de echivalenţă şi
- relaţii de ordine.

Primele sunt simbolizate de Carnap cu E, celelalte cu L.

Relaţia E asociată conceptului *înălţime*, de exemplu, va genera conceptul comparativ *x este la fel de înalt ca y*. Această relaţie este **reflexivă, simetrică** şi **tranzitivă**, deci este o **relaţie de echivalenţă** în sensul generic al termenului.

Acelaşi concept asociat relaţiei L va genera conceptul comparativ *x este mai înalt decât y*, care este o **relaţie de ordine** strictă.

De aici, rezultă două reguli de bază privind funcţionarea şi utilizarea conceptului *înalt*:

R1: Dacă $E_I(x, y)$, atunci $I(x) = I(y)$

R2: Dacă $L_I(x, y)$, atunci $I(x) < I(y)$

Conceptele comparative sunt numite de R. Carnap **concepte precantitative** pentru că ajută la introducerea conceptelor cantitative şi, mai mult decât atât, la asocierea lor cu valori numerice de un gen anume. Cum şi prin ce reguli se ajunge la atribuirea de valori numerice acestor concepte cantitative, nu vom demonstra în cadrul acestei lucrări, ci doar ne vom rezuma la a spune că sunt cantitative doar acele concepte care se pretează la o exprimare numerică. Conceptele *temperatură*, *greutate*, *înălţime*, *viteză*, şi multe altele, sunt concepte cantitative în modul descris mai sus.

Faţă de conceptele calitative şi comparative, care implică o doză mai mult sau mai puţin recunoscută de subiectivism, conceptele cantitative sunt exacte, ele se pretează la aprecieri obiective ce pot fi testate prin metode accesibile. Mai mult decât atât, conceptele cantitative funcţionează ca *explicans* al conceptelor comparative şi calitative subsumate lor (conceptul *temperatură*, de exemplu, explică conceptele de *cald*, *mai cald*, *la fel de cald* etc.).

Odată lămurite aceste lucruri, putem reveni la problema de fond a discuţiei noastre: este conceptul de informaţie semantică un concept calitativ, comparativ sau cantitativ? Ce argumente pot fi aduse în favoare unui răspuns sau altul?

Teza pe care o introducem în această lucrare este că nici unul dintre tipurile conceptuale descrise de Carnap nu poate fi aplicat conceptului de informaţie semantică. Şi aceasta, în ciuda faptului că informatica şi ştiinţa calculatoarelor operează din plin cu un concept cantitativ de informaţie, însă nu acesta este obiectul prezentei dezbateri.

Evident, nimic nu ne împiedică să spunem despre conceptul de informaţie semantică faptul că acesta ar fi un concept calitativ, însă această aserţiune nu înseamnă altceva decât a putea recunoaşte între informaţie şi non informaţie, ceea ce, trebuie să recunoaştem, nu înseamnă prea mare lucru.

Nefiind un concept calitativ, informaţia semantică nu este nici unul comparativ şi nici unul cantitativ. Nu putem asocia acestui gen de informaţie nicio relaţie de ordine şi nici una de echivalenţă care să ducă, în final, la o estimare numerică satisfăcătoare. Ceea ce nu înseamnă că acest concept nu ar putea fi definit şi altfel.

3. Definiţia conceptului de informaţie semantică

Definiţia pe care o avem în vedere se bazează pe noţiunea de echivalenţă (logică) a propoziţiilor şi pe noţiunea de clasă de echivalenţă. Prin urmare, vom continua cu câteva precizări pe marginea celor două noţiuni. Vom începe cu echivalenţa propoziţiilor, simbolizată cu „$p \approx q$", care poate însemna două lucruri:

1. propoziţiile p şi q au aceeaşi valoare logică (se mai spune şi *valoare de adevăr*), indiferent care este conţinutul lor;
2. propoziţiile p şi q sunt de aşa natură încât nu se poate ca una să fie adevărată şi cealaltă falsă, adică adevărul / falsul uneia implică adevărul / falsul celeilalte, şi invers).

Prima echivalenţă de mai sus se numeşte echivalenţă *materială*, iar a doua se numeşte echivalenţă *logică* a propoziţiilor p şi q.

Propoziţiile *Paris este capitala Franţei* şi $2 + 2 = 4$ sunt echivalente material, spre deosebire de propoziţiile *Toţi oameni sunt muritori* şi *Niciun om nu este nemuritor*, care sunt echivalente logic. De remarcat faptul că orice echivalenţă logică este concomitent o echivalenţă materială, nu şi invers.

Notăm echivalenţa logică cu $p \approx q$ şi redăm în continuare câteva din proprietăţile ei mai importante:

1. $p \approx p$

2. $(p \approx q) \rightarrow (q \approx p)$,

3. $(p \approx q) \rightarrow ((q \approx r) \rightarrow (p \approx r))$

4. $(p \approx (q \approx r)) \approx ((p \approx q) \approx r)$

5. $(p \approx p) \approx v$

6. $(p \approx v) \approx p$

7. $(p \approx f) \approx \sim p$

8. $(p \approx \sim p) \approx f$

9. $((p \approx r) \approx (q \approx p)) \approx (r \approx q)$

10. $(p \approx (q \approx r)) \approx (p \approx (q \approx r))$

Expresiile 1 - 3 corespund proprietăților de reflexivitate, simetrie şi tranzitivitate, ceea ce înseamnă că relația de echivalență logică este concomitent o relație de echivalență generică (aceste proprietăți caracterizează şi relația de paralelism, de egalitate, de asemănare şi multe altele). Expresia 4 corespunde proprietății de asociativitate, iar 5 şi 6 redau ideea de element neutru şi element invers în cazul în care echivalența ar fi privită nu ca relație, ci ca operație (este interesant că acelaşi concept poate avea atât proprietăți de relație, cât şi proprietăți de operație). În fine, expresiile 9 şi 10 corespund celor două axiome din axiomatizarea pe care Lesniwski a dat-o echivalenței [4].

Să ne întoarcem la echivalența înțeleasă ca relație. În baza proprietăților enumerate putem introduce mai departe noțiunea de *clasă de echivalență*: dacă p este o propoziție oarecare, $\Delta(p)$ este clasa tuturor propozițiilor logic echivalente cu p:

$$\Delta(p) = \{x: \mathrm{x} \in \prod \ \& \ x \approx p\}$$

Această noțiune stă la baza definiției conceptului de informație semantică după cum urmează.. Fie $\prod = \{p_1, p_2, \ldots, p_{12}\}$ o mulțime de 12 propoziții oarecare pe care s-a definit relația "≈" şi fie $\Im(p_i)$ informația semantică asociată propoziției p_i, cu $1 \leq i < 12$. Clasele de propoziții echivalente (sau clasele de echivalență) se formează în funcție de echivalențele pe care le stabileşte fiecare propoziție în parte. De exemplu, $\Delta(p_1)$ este clasa tuturor propozițiilor din $\prod$ echivalente cu p_1; $\Delta(p_2)$ este clasa tuturor propozițiilor din $\prod$ echivalente cu p_2, şi aşa mai departe. Dacă, în final, s-au definit pe $\prod$ clasele de echivalențe:

$$\Delta\ (p_1) = \{p_1\},$$

$$\Delta\ (p_2) = \{p_2, p_5, p_8, p_{11}\},$$

$$\Delta\ (P_3) = \{p_3, p_6, p_9\},$$

$$\Delta\ (P_4) = \{p_4, p_7, p_{10}, p_{12}\},$$

atunci putem formula următoarea

Definiție. Informația semantică $\Im(p_i)$ exprimată de o propoziție oarecare p_i este clasa tuturor propozițiilor logic echivalente cu p_i.

O propoziție oarecare p_i, care aparține clasei $\Delta(p_k)$ exprimă informația $\Im(p_k)$. Raporturile logice dintre propoziții şi informații vor lua în acest caz următoarea formă:

Dacă $\Im(p_i) = v$ şi $p_j \in \Delta\ (p_i)$, atunci $p_j = v$,

Dacă $\Im(p_i) = \Im(p_k)$, atunci $p_i \approx p_k$, Dacă $p_i \approx p_k$, atunci $p_i \in \Delta(p_i)$ şi $p_k \in \Delta(p_i)$.

Prima propoziţie se traduce astfel: dacă informaţia $\Im(p_i)$ este adevărată, iar propoziţia p_j exprimă informaţia $\Im(p_i)$, atunci şi propoziţia p_j este adevărată.

A doua propoziţie afirmă faptul că dacă clasele de echivalenţă (deci, informaţiile) sunt identice, atunci propoziţiile prin care se exprimă ele sunt echivalente.

În fine, a treia şi ultima propoziţie exprimă următoarea judecată: dacă propoziţiile sunt echivalente logic, atunci ele exprimă una şi aceeaşi informaţie.

Dacă, din punct de vedere algebric, interpretăm adevărul prin $\prod$ şi falsul prin $\varnothing$, alte raporturi dintre propoziţii şi informaţii pot fi exprimate în aceeaşi manieră:

Dacă $\Im(p) = \prod$ şi $\sim\Im(p) = \varnothing$, atunci $p= v$ şi $\sim p = f$,

Dacă $\Im(p_i) \subset \Im(p_j)$, atunci $p_i \rightarrow p_j$,

Dacă $\Im(p_i) \subset \Im(p_j) \cup \Im(p_j)$,, atunci $p_i \rightarrow p_i \vee p_j$,

Dacă $\Im(p_i) \cap \Im(p_j) \subset \Im(p_i)$, atunci $p_i \,\&\, p_j \rightarrow p_i$.

Algebra $\{\prod/\approx, \cup, \cap, \subset, - , \varnothing, \prod\}$ cu care am definit conceptul de informaţie semantică şi în care pot fi dezvoltate toate aceste raporturi este o algebră booleană cu prim şi ultim element izomorfă cu algebra logicii propoziţiilor $\prod$. Acest izomorfism face ca toate operaţiile şi relaţiile din logica propoziţiilor să-şi păstreze valabilitatea şi în cazul înlocuirii conceptului de propoziţie cu cel de informaţie semantică.

4. Spaţii topologice

Distincţia făcută de J. Hintikka între informaţia de suprafaţă şi informaţia de adâncime corespunde, în modelul algebric construit şi prezentat mai sus, cu distincţia dintre informaţia exprimată de propoziţie în mod nemijlocit şi informaţiile implicate de propoziţie luate împreună. De pildă, propoziţia *Socrate este filosof* transmite (comunică) o informaţie de suprafaţă, spre deosebire de propoziţia *Socrate este om*, care transmite o informaţie de adâncime. Aceasta, pentru că prima propoziţie o implică pe a doua. Prin urmare, putem considera informaţia de adâncime drept informaţia implicată sau totalitatea informaţiilor implicate, ideea este aceeaşi.

Notăm aceste informaţii cu $\Im_1(p)$, respectiv, $\Im_2(p)$ şi introducem în continuare spaţiile topologice de închidere, respectiv deschidere, în maniera lui Rasiowa-Sikorski [5], după cum urmează:

1. $\Im_1(p \,\&\, q) = \Im_1(p) \cap \Im_1(q)$	1'. $\Im_2(p \vee q) = \Im_2(p) \cup \Im_2(q)$
2. $\Im_1\Im_1(p) \subset \Im_1(p)$	2'. $\Im_2(p) \subset \Im_2\Im_2(p)$
3. $\Im_1(p) \subset p$	3'. $p \subset \Im_2(p)$
4. $\Im_1(\prod) = \prod$	4'. $\Im_2(\varnothing) = \varnothing$

Conceptele $\Im_1(p)$, $\Im_2(p)$ se inter definesc cu ajutorul negaţiei, deci vom putea adăuga la axiomele 1 – 4 şi 1' – 4' definiţiile:

5. $\Im_1(p) = -\Im_2 - (p)$

5.' $\Im_2(p) = -\Im_1 - (p)$

Spaţiile topologice $\{\prod/\approx, \cap, \Im_1\}$, $\{\prod/\approx, \cup, \Im_2\}$ sunt homeomorfe şi se conţin în algebra booleană topologică $\{\prod/\approx, \cup, \cap, \subset, - , \Im_1, \Im_2, \varnothing, \prod\}$. Aceasta poate deveni model pentru definiţia unui concept extins de informaţie semantică.

5. Concluzii

Din materialul prezentat în prezenta lucrare, se pot trage cel puțin două concluzii principale:

a) deşi nu este un concept cantitativ, în sensul clasificării lui Carnap, conceptul semantic de informație poate fi definit în maniera definițiilor prin abstracție, inițiate în matematică de către G. Frege (a se vedea definiția Frege-Russell dată numărului natural);

b) astfel definit, conceptul de informație semantică îşi păstrează calitatea de *purtător de adevăr*. Este ceea ce îl distinge de conceptul cantitativ de informație din informatică şi ştiința calculatoarelor. În plus, s-a dovedit faptul că definiția propusă permite o extindere a definiției inițiale, prin introducerea spațiilor topologice corespunzătoare informației de suprafață şi informației de adâncime (J. Hintikka). Astfel extins, conceptul de informație semantică devine operațional şi în domeniul logicilor neextensionale.

BIBLIOGRAFIE

1. **CARNAP, R.:** Introduction to Semantics, Harvard University Press, Cambridge, Massachusets, 1961.
2. **HINTIKKA, J.:** Inferență, informație şi adevăr, în Epistemologie, orientări contemporane, (trad. I. Pârvu), Editura Politică, Bucureşti, 1974, pp. 142-213.
3. **CARNAP, R.:** Philosophical Foundations of Physics, Basic Books, Inc. Publishers, New York, London, 1966.
4. **LUKASIEWICZ, J.:** The Equivalential Calculus, în Jan Lukasiewicz, *Selected Works* (ed. by L. Borkowski), North-Holland Publishing Company; PWN Warszawa, 1970, pp. 250-277.
5. **RASIOWA, H.; SIKORSKI, R.:** The mathematics of Metamathematics, PWN Warszawa, 1963.
6. **BRIDGMAN, P. W.:** The Logic of Modern Physiscs, The Macmillan Company, New York, 1951.
7. **COHEN, M.; NAGEL, E.:** An Introduction to Logic and Scientific Method, Routledge & Kegan Paul LTD, London, 1972.