

# ANALIZA ȘI DETECȚIA UNDELOR TRANZITORII DIN EEG ÎN TIMPUL SOMNULUI

Cătălin Dumitrescu

Universitatea Politehnica București

**Rezumat:** Analiza electroencefalogrammei (EEG) constă în localizarea structurilor semnalului în timp și frecvență. Algoritmul bazat pe criteriul de adaptare (Matching Pursuit) găsește soluția suboptimală a problemei de expansiune liniară optimală a funcției, peste un dicționar redundant de forme de undă. În lucrare propun o metodă pentru detectarea și analiza automată a undelor tranzitorii din timpul somnului, bazată pe criteriul de adaptare cu un dicționar real de funcții Gabor. Fiecare vârf de undă este descris în termeni cu parametrii naturali. În acest cadru, sunt confirmate mai multe ipoteze apărute în literatură, referitoare la distribuția spațială, temporală și în frecvență a undelor tranzitorii din timpul somnului și relațiile lor cu activitatea cerebrală cu undă lentă.

**Cuvinte cheie:** matching pursuit, funcții discrete Gabor, analiza EEG, semnale nestaționare, semnale multicomponente.

## 1. Introducere

Primul succes în analizarea automată a EEG a fost introducerea algoritmului transformatei Fourier rapidă (Fast Fourier Transform) în anul 1965, care este o dezvoltare a transformatei Fourier (FT). Transformata Fourier îndeplinește criteriul predicției și realizează o categorie de informații – distribuția spectrală a energiei semnalului. Cu toate acestea, FT poate duce la erori statistice și este influențată sever ca urmare a presupunerii că semnalul este ori infinit, ori periodic în afara ferestrei de măsurare. Totuși, până acum, FFT este principala metodă de procesare a semnalelor, folosită pentru analiza semnalelor biomedicale. Metodele parametrice, cum ar fi modelul autoregresiv nu prezintă efectul de „ferestreuire”, și dau estimări cu proprietăți statistice mai bune, deoarece nu mai fac presupunerile asupra semnalului, în afara ferestrei de măsură. Totuși, analog ca în cazul FT, este necesar ca semnalul să fie staționar. Metodele spectrale, cum ar fi transformata Fourier și modelele autoregresive, au anumite limitări naturale. Ele oferă caracteristici globale ale întregului segment analizat, iar structurile de semnal cu durată mai scurtă decât fereastra de măsurare nu pot fi identificate. Conform cunoștințelor actuale, informația procesată de creier este codificată de schimbările dinamice ale activității electrice în timp, frecvență și spațiu. O descriere completă ale acestor fenomene ar necesita o rezoluție timp-frecvență foarte bună, care nu poate fi obținută cu FFT sau modelul autoregresiv. Într-adevăr, există destule cazuri când sunt necesare caracteristicile globale ale întregului sau modelul autoregresiv multicanal, de exemplu, direcția fluxului de informații între electrozi. Deoarece nici una din aproximările prezentate nu satisface toate cerințele, vom introduce în procesarea semnalelor biomedicale o nouă metodă – criteriul de adaptare cu funcții reale Gabor.

## 2. Criteriul de adaptare

Limitările naturale ale transformatei clasice, cu unde amortizate în prelucrarea semnalelor biomedicale, se datorează setului relativ mic de forme de undă, folosit să exprime dispersia semnalului. Se poate spune că dicționarul folosit în transformarea wavelet este limitat. În cazul transformatei ortogonale cu unde amortizate sau a pachetelor cu unde amortizate, se lucrează cu cel mai mic dicționar posibil – pe baze ortonormate.

Limbajul natural este redundant: există multe cuvinte cu înțeles apropiat.

Datorită acestui factor, suntem capabili să exprimăm idei foarte subtile și complicate în relativ puține cuvinte. Pe de altă parte, să presupunem că aceleași idei (sentimente, gânduri) sunt descrise de o persoană ce folosește un dicționar limitat. Nu numai că expresia va crește în mărime, dar va pierde mult din semnificație și, desigur, eleganță.

Dicționarele cu redundanță mică (sau fără, ca în cazul unei baze) sunt convenabile atât pentru calcule, cât și pentru interpretare. Totuși, dacă principalul scop este adaptarea reprezentării, trebuie să mărit „dicționarul” prin funcțiilor de bază. Poate fi generat un dicționar mare și redundant, de forme de undă de bază, de exemplu, prin scalarea, translatarea și, spre deosebire de transformata wavelet, **modularea** unei singure funcții fereastră  $g(t)$ :

$$g_I(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} g\left(\frac{t-u}{s}\right) e^{i\xi t} \quad (1)$$

unde  $s > 0$  – este scala,

$\xi$  – este frecvența de modulație,

$u$  – este translația.

Indexul  $I = (s, \xi, u)$  descrie setul de parametri. Funcția fereastră  $g(t)$  este, de regulă, pară, iar energia ei este concentrată cel mai mult în jurul lui  $u$ , într-un interval de timp proporțional cu  $s$ . În domeniul frecvență, energia este concentrată cel mai mult în jurul lui  $\xi$  cu o împărțire proporțională cu  $1/s$ . Minimul dispersiei timp-frecvență se obține dacă  $g(t)$  este Gauss-iană.

Dicționarele transformatei Fourier ferestruite și a transformatei cu unde amortizate pot fi obținute ca subseturi din acest dicționar, definite prin anumite restricții în alegerea parametrilor. În cazul transformatei Fourier ferestruite, scara  $s$  este constantă – egală cu lungimea de undă a fereștrei, iar parametrii  $u$  și  $\xi$  sunt eșantionați uniform. În cazul transformatei wavelet, modulația în frecvență este limitată de restricția asupra parametrului frecvență  $\xi = \xi_0/s$ ,  $\xi_0 = \text{const}$ .

Rămâne de ales dintr-un astfel de dicționar forme de undă, care să se potrivească cel mai bine structurilor semnalului, adică să exprime optim dispersia semnalului. Se poate defini o aproximare  $\varepsilon$  optimă, ca o extensie care minimizează eroarea  $\varepsilon$  a aproximării semnalului  $f$ , prin  $M$  forme de undă:

(2)

$$\varepsilon = \|f - \sum (f, g_i) g_i\| - \min$$

Găsirea unei astfel de aproximări  $\varepsilon$  optime este o problemă de polinom nedeterminat (Nondeterministic Polynomial) [1]. Aceasta se poate dovedi demonstrând că „acoperirea exactă prin problema cu 3 seturi” [2] poate fi transformată în polinom de timp, într-o problemă de aproximare  $\varepsilon$  optimală. Astfel, un algoritm care soluționează problema de aproximare  $\varepsilon$  poate soluționa „acoperirea exactă prin problema cu 3 seturi”, care este cunoscută și completă pentru polinomul nedeterminat.

Se poate spune că reprezentarea optimă – sau toată informația necesară pentru a o calcula – este adunată într-o secvență de numere, ce constituie o serie dinamică, pentru care nu avem nici o modalitate eficientă de rezolvare.

O altă problemă provine din faptul că o astfel de extensie optimă ar fi instabilă, față de numărul de forme de undă  $M$  folosite, deoarece modificarea lui  $M$ , chiar numai cu unu, poate duce la modificarea completă a setului de forme de undă, alese pentru reprezentare. Aceste probleme ne forțează să alegem soluții suboptimale. O extensie suboptimală a unei funcții peste un astfel de dicționar redundant poate fi găsită cu ajutorul **algoritmului criteriului de adaptare**.

În primul pas al procedurii iterative se alege un vector  $g_i$  care dă cel mai mare produs cu semnalul  $f(t)$ :

(3)

$$f - \langle f, g_i \rangle g_i - R^{\perp}f$$

Apoi, vectorul rămas  $R^I$ , obținut după aproximarea funcției  $f$  în direcția  $g$ , este descompus în mod similar.

Procedura iterativă se repetă până când se obțin rezultatele:

(4)

$$R^n f = \langle R^n f, g_i \rangle g_i - R^{n-1} f$$

În acest mod, semnalul  $f$  este descompus într-o sumă de atomi timp-frecvență, aleși să adapteze optim resturile semnalului:

(5)

$$f - \sum_{n=0}^m \langle R^n f, g_i \rangle g_i - R^m f$$

S-a demonstrat [1] că procedura converge către  $f(t)$ , adică:

(6)

$$\lim_{m \rightarrow \infty} |R^m f| = 0$$

De aici :

$$f(t) = \sum_{n=0}^m \langle R^n f, g_i \rangle g_i \quad (7)$$

și

$$|f|^2 = \sum_{n=0}^m |\langle R^n f, g_i \rangle g_i|^2 \quad (8)$$

Se poate vizualiza rezultatele descompunerii cu ajutorul criteriului de adaptare în planul timp-frecvență, prin adăugarea distribuției Wigner fiecărui din atomii selectați. Distribuția Wigner a funcției  $f(t)$  este definită ca:

$$Wf(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t + \tau) f(t - \tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (9)$$

Calculând distribuția Wigner din întreaga descompunere, conform definiției din ecuația (7), ar rezulta:

$$\begin{aligned} Wf(t, \omega) &= \sum_{n=0}^m | \langle R^n f, g_I \rangle |^2 W g_I(t, \omega) \\ &\stackrel{=} {\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0, m=n}^{\infty} \langle R^n f, g_I \rangle \langle R^m f, g_I \rangle W[g_I, g_I](t, \omega)} \end{aligned} \quad (10)$$

unde distribuția transversală Wigner  $W[f, h](t, w_0)$  a funcțiilor  $f$  și  $h$  este definită prin:

$$W[f, h](t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t - \tau) h(t - \tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (11)$$

Suma dublă, din ecuația (10), care conține distribuția transversală Wigner a diferenților atomi din extensia (7), corespunde termenilor transversali, prezenți, în general, în distribuția Wigner. Acești termeni trebuie eliberați pentru a obține o imagine clară a distribuției de energie în planul timp-frecvență. Înlăturarea acestor termeni din ecuația (10) este directă – păstrăm numai prima sumă. De aceea, pentru vizualizarea densității de energie în planul timp-frecvență al reprezentării semnalului obținut cu ajutorul criteriului de adaptare, se definește o mărime  $Ef(t, w)$ :

$$Ef(t, \omega) = \sum_{n=0}^m | \langle R^n f, g_I \rangle |^2 W g_I(t, \omega) \quad (12)$$

Distribuția Wigner a unui atom  $g_I$  conservă energia acestuia în planul timp-frecvență:

$$\iint_{-\infty}^{\infty} Wg(t, \omega) dt d\omega = | g_I |^2 - 1 \quad (13)$$

Combinând aceasta cu conservarea energiei extensiei criteriului de adaptare [ecuația (8)] și ecuația (11) rezultă:

$$\iint_{-\infty}^{\infty} Ef(t, \omega) dt d\omega = | f |^2 \quad (14)$$

Aceasta justifică interpretarea mărimii  $Ef(t, w)$  ca densitate de energie a semnalului  $f(t)$  în planul timp-frecvență. Toate referirile din acest articol la „hărțile Wigner” se bazează pe formula (12) – exceptând faptul că suma nu este infinită.

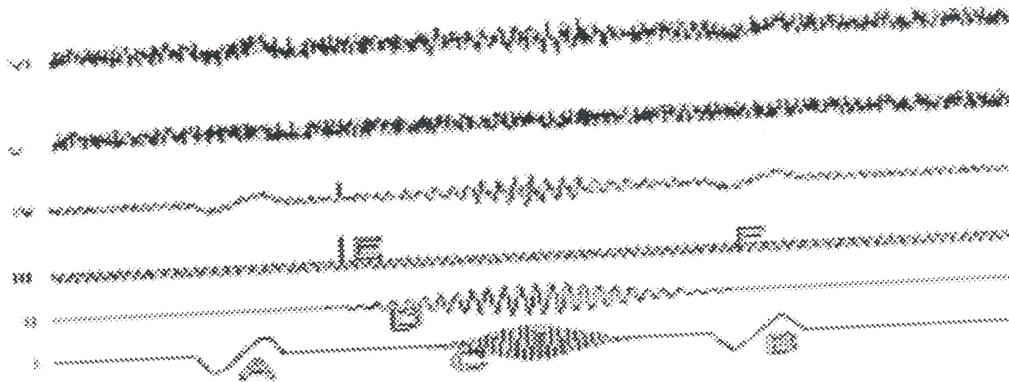
Evidențierea punctului în care ar trebui opriate iterațiile va fi discutată în capitolul următor.

### 3. Simulații și observații practice

În figura 1, sunt prezentate componentele semnalelor simulate în scopul prezentării metodelor timp-frecvență. Semnalul de bază, notat  $IV$ , este o sumă de semnale  $I$ ,  $II$  și  $III$ , care au fost desenate pentru a prezenta clar structurile determinante.

Structura  $A$  este o sinusoidă modulată, cu puterea a patra a lui Gauss, structura  $B$  este construită din linii drepte, iar structurile  $C$  și  $D$  sunt funcții Gabor, adică sinusoide modulate gaussiane. Acestea au frecvențe de modulație și lățimi în timp diferite și sunt centrate în același punct în timp. Structura  $E$  este derivată din funcția delta Dirac [cu un singur punct de discontinuitate],  $F$  – undă sinusoidală cu oscilație liberă prin toate perioadele.

Un zgomot similar și cu dispersia de 2,5 ori mai mare [semnalul  $V$ ] a fost adunat cu semnalul  $IV$  pentru a rezulta semnalul de zgomot  $VI$ .



**Figura 1. Componentele semnalelor simulate**

### 3.1. Criteriul de adaptare cu dicționar de funcții reale Gabor

Înregistrările EEG, care trebuie procesate numeric, sunt serii reale și discrete în timp. Pentru analizarea acestor semnale trebuie construit un dicționar de atomi reali timp-frecvență, generați în concordanță cu ecuația (1):

$$g_{(\gamma, \phi)}(n) = K_{(\gamma, \phi)} g_l(n-p) \cos\left(2\pi \frac{k}{N} n - \phi\right) \quad (15)$$

Indexul  $\gamma = (j, k, p)$  este un analog discret al lui  $I = (\xi, s, u)$  din ecuația (1). Dacă presupunem că semnalul are  $N = 2^L$  eșantioane, unde  $L$  este un număr întreg, atunci  $0 \leq j \leq L$ ,  $0 \leq p < N$  și  $0 \leq k < N$ . Parametrii  $p$  și  $k$  sunt eșantionați cu un interval  $2^l$ . O astfel de alegere limitată a parametrilor, asemănător eșantionării duale a spațiului timp-frecvență în analiza multirezoluție cu unde amortizate, este un rezultat al compromisului dintre precizia reprezentării și complexitatea calculelor. Figura 2 arată rezultatul eșantionării spațiului frecvență-în octave dintr-un astfel de dicționar. De reținut că atomii cu interval mai lung în timp [octavă superioară] au eșantionare mai fină în domeniul frecvență.

Parametrul  $\phi$ , care în ecuația (1) era ascuns ca fază a unui număr complex, acum apare explicit. Valoarea lui  $K_{(\gamma, \phi)}$  este astfel încât  $|g_{(\gamma, \phi)}| = 1$ . Integrând această formulă [cu aproximare continuă] obținem:

$$K_{(\gamma, \phi)} = \sqrt{\frac{1}{2^l} e^{\frac{2k}{N}} \cos\left(\frac{4\pi kp}{N} 2\phi\right)} \quad (16)$$

Mărimea acestui dicționar (și rezoluția descompunerii) poate fi crescută prin suprăeșantionarea cu  $2^l$  ( $l > 0$ ) a parametrilor de timp și frecvență  $p$  și  $k$ . Dicționarul care rezultă are  $O(2^{2l} N \log_2 N)$  forme de undă, deci complexitatea calculelor crește, ca și suprăeșantionarea, de  $2^l$  ori. De asemenea, rezoluțiile în timp și frecvență cresc cu același factor.

$$\Delta t = 2^{-l} \frac{2^l}{f_m} \quad (17)$$

$$\Delta f = 2^{-l} \frac{f_m}{2^l} \quad (18)$$

unde  $f_m$  este frecvența de eșantionare a semnalului analizat.

Aici, rezoluția este înțeleasă ca distanța dintre centrele atomilor vecini în timp sau frecvență din dicționar. Ea depinde de octava  $j$ , care corespunde la „lățimea” unui atom în timp și frecvență.

Abaterea în timp a atomilor dicționarului definește abilitatea noastră de a măsura lățimea în timp a structurilor semnalului reprezentată de acești atomi. Se poate defini „lățimea” unui atom timp-frecvență ca fiind jumătate din lățimea funcției fereastră  $g(n)$ :

$$T_{1/2} = 2 \frac{2^l}{f_m} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \quad (19)$$

Aceasta se schimbă cu fiecare octavă  $j$  cu un factor de 2, indiferent de supraeșantionarea descrisă mai sus.

Figura 3 a) arată reprezentarea grafică a funcției Wigner, obținută din descompunerea cu ajutorul criteriului de adaptare a semnalului simulant IV, din figura 1, trasat în josul figurii. Se observă o reprezentare perfectă a sinusoidei, a funcției delta Dirac și a două funcții Gabor [F, E, C, D], care reprezintă forma de undă, prezente în dicționar. Structurile A și B sunt reprezentate de grupe de atomi. Adăugarea zgomotului în figura 3 b) nu modifică semnificativ rezoluția.

### 3.2 Amplitudinea unei funcții Gabor discrete

Mărimea  $\langle R^n f, g_m \rangle$  [ecuația (4)], calculată prin algoritm pentru fiecare din atomii selectați, este denumită **modul**. Ea reprezintă cantitatea din energia semnalului, care este explicitată printr-o formă de undă particulară. Totuși, în unele cazuri, avem nevoie de valoarea amplitudinii structurilor.

Relația dintre modulul și amplitudinea funcției fereastră a unui atom din dicționarul Gabor – ecuația (15) – este dată de ecuația (16). Totuși, această formulă ne dă amplitudinea **funcției fereastră**. Amplitudinea efectivă vârf-la-vârf a funcției Gabor corespunzătoare poate fi mai mică, funcție de frecvență, fază și parametrii de octavă ai acesteia. Figura 4 prezintă exemplul unor funcții Gabor din dicționarul construit dintr-un segment de 2048 de intervale. Amplitudinile funcției fereastră au fost normate la 1 [K<sub>j=0</sub> ecuația 15] pentru toate formele de undă trasate grafic.

Diferența dintre amplitudinea funcției Gabor și amplitudinea funcției fereastră, introdusă prin eșantionare discretă, poate fi observată în figurile 4 g) și 4 h), unde eșantionarea lipsește din extrema sinusoidei modulate. Pe graficele c) și d) din figura 4, maximul oscilațiilor de joasă frecvență este departe de maximul funcției fereastră, având ca efect amplitudini ale funcției Gabor mai mici decât 1.

Figura 5 arată diferența relativă dintre dublul amplitudinii funcției fereastră  $g$ , din ecuația (16), și amplitudinea efectivă vârf-la-vârf a funcției discrete Gabor, în spațiul frecvență-octavă.

Calculele au fost efectuate pentru toate octavele și frecvențele atomilor care ar forma un dicționar Gabor discret complet, pentru un segment cu 2048 de intervale, mediat pentru peste 1099 de faze aleatoare. De reținut că numai un subset de puncte din acest plan reprezintă atomii prezenți efectiv în dicționarul folosit în calcule – a se compara cu figura 2.

Pentru acest dicționar, există o implementare numerică mai rapidă, prin metoda de căutare a adaptării, descrisă de Mallat și Zhang [3].

### 3.3. Numărul formelor de undă din dezvoltare

Alt aspect practic rezultă din faptul că, în mod normal, nu se calculează dezvoltări infinite ale termenilor din ecuația (7). Iterațiile trebuie opriate într-un punct anume.

Numărul formelor de undă din dezvoltare poate fi, de exemplu, stabilit printr-un procent din dispersia semnalului rezultată din descompunere sau fixat la o valoare anumită. Cu toate acestea, merită osteneala să aruncăm o privire la comportamentul reziduurilor semnalului la fiecare iterație.

Aproximarea criteriului de adaptare este neliniară, iar reziduurile, nu semnalul, sunt descompuse la fiecare etaj al procesului iterativ. Norma lor converge spre zero, după cum se arată în ecuația (6). Totuși, proprietățile asymptotice ale reziduurilor sunt cheia înțelegerei proprietăților de convergență ale criteriului de adaptare. După cum s-a arătat în [1], criteriul de adaptare este o hartă haotică. Acest lucru a fost dovedit pentru un tip particular de dicționar [1] și a fost confirmat de experimente numerice.

### 3.4 Procedee de realizare în practică

În descrierea pe scurt a algoritmului criteriului de adaptare din capitolul 2, s-a spus că, la fiecare pas al procedurii iterative, un vector  $g_i$  este ales, astfel încât să dea cel mai mare produs cu reziduul  $R^n f$ :

$$\| \langle R^n f, g_i \rangle - \max \| \langle R^n f, g_i \rangle \| \quad (20)$$

Într-adevăr, deoarece dicționarul construit pentru un semnal discret finit are un număr finit de forme de undă, condiția este îndeplinită de cel puțin una din acestea. Totuși, în practică, alegerea celei mai bune forme de undă, la fiecare etapă, este bazată pe anumite procedee. O implementare directă a procedurii de alegere de mai sus, care este deja un compromis în favoarea unei complexități de calcul mai mici, ar necesita încă o cantitate enormă de resurse de calcul. Este suficient să considerăm, de exemplu, faza, continuă prin natura ei, prezentă explicit în atomii reali timp-frecvență din dicționarul Gabor. Eșantionarea rezonabilă a acestui parametru ar produce un dicționar uriaș, chiar pentru dimensiuni relativ mici ale spațiului semnalului [egal cu numărul intervalelor din semnalul analizat]. De acela, pentru a face algoritmul potrivit pentru aplicații practice, sunt implementate anumite procedee de optimizare a procedurii de alegere. Deoarece metoda, prin însăși natura ei, furnizează o soluție suboptimală, acest lucru nu este un dezavantaj major prin el însuși dacă procedeele alese dă rezultate rezonabile. Totuși, acest lucru trebuie avut în vedere dacă vrem să comparăm rezultatele obținute prin diverse implementări ale criteriului de adaptare. Dacă optimizarea implementată diferă chiar cu puțin, diferențele se acumulează la fiecare iterație deoarece dezvoltarea nu este ortogonală.

Problema procedeului optim pentru criteriul de adaptare este studiată în prezent. Rezultatele preliminare sugerează că s-ar putea obține o procedură de alegere, care să îmbunătățească caracteristicile dorite ale semnalului, cum ar fi, de exemplu, morfologia EEG așa cum este percepță în analiza vizuală. Credem că această cercetare, împreună cu progresele în matematică și scăderea prețului tehnicii de calcul, va face ca algoritmii bazati pe criteriul de adaptare să devină o parametrizare acceptabilă pentru semnale biomedicale.

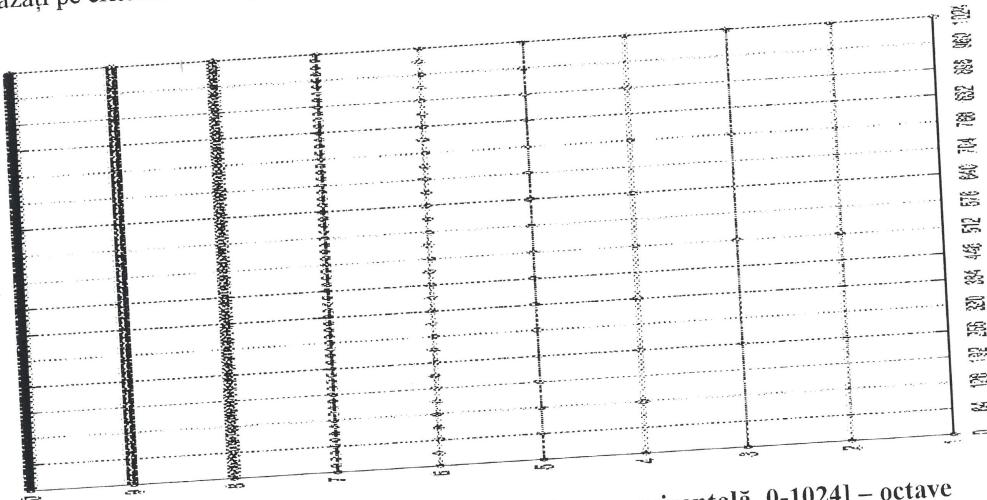


Figura 2. Eșantionarea spațiului frecvență [pe axa orizontală, 0-1024] – octave [pe axa verticală, 1-10] în limita dicționarului Gabor discutat în capitolul 3.5.

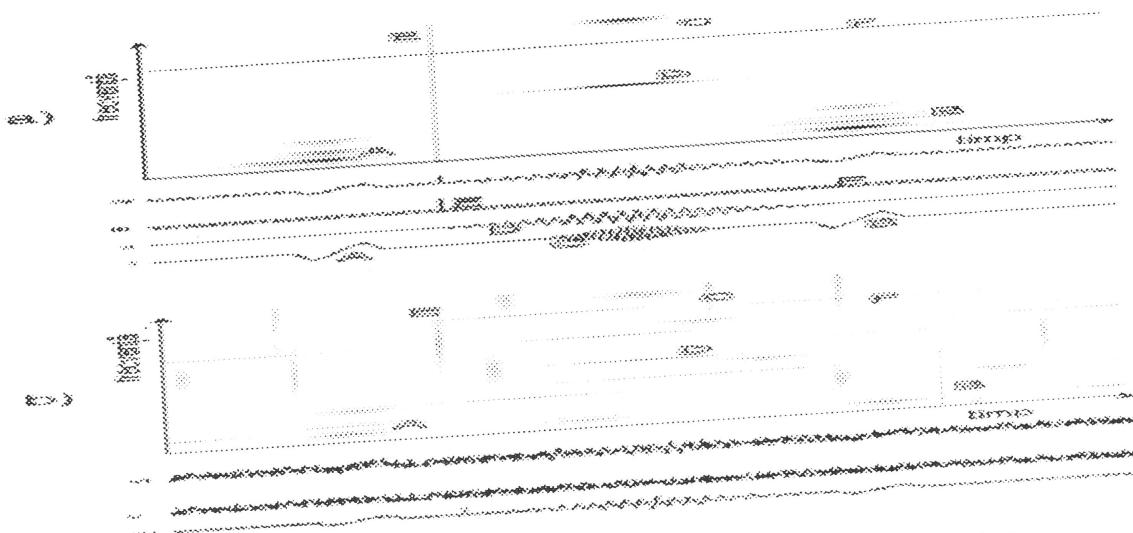
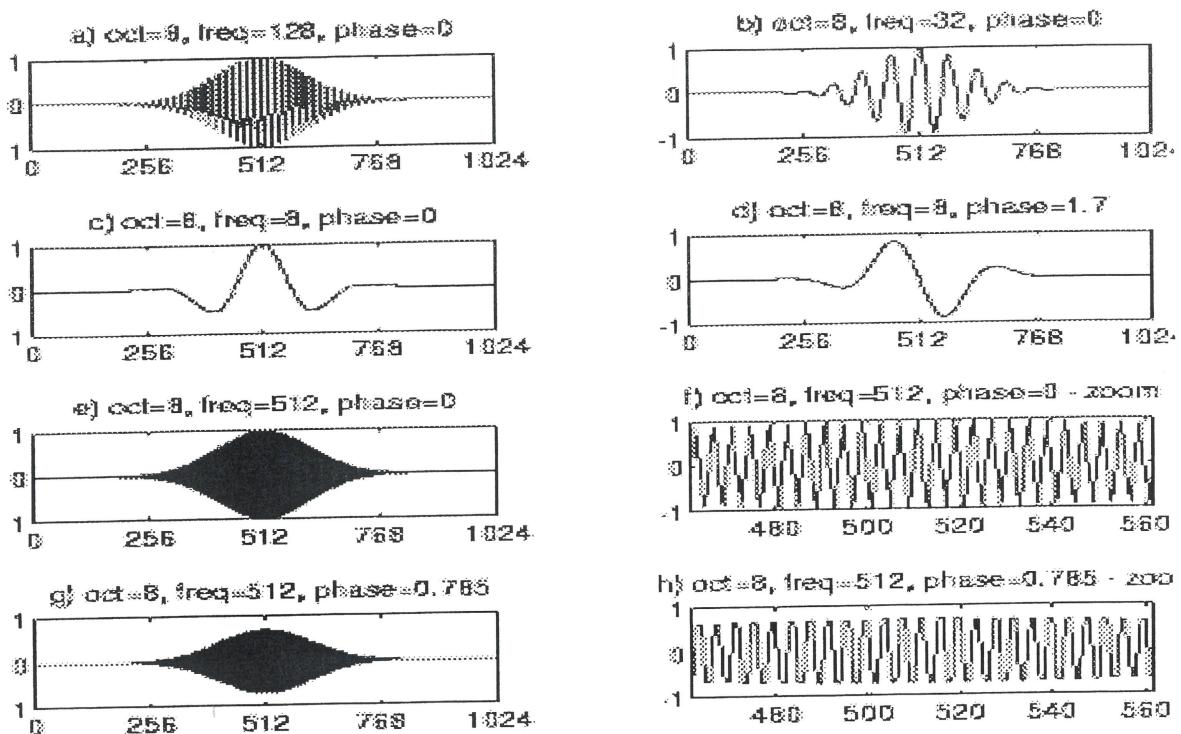
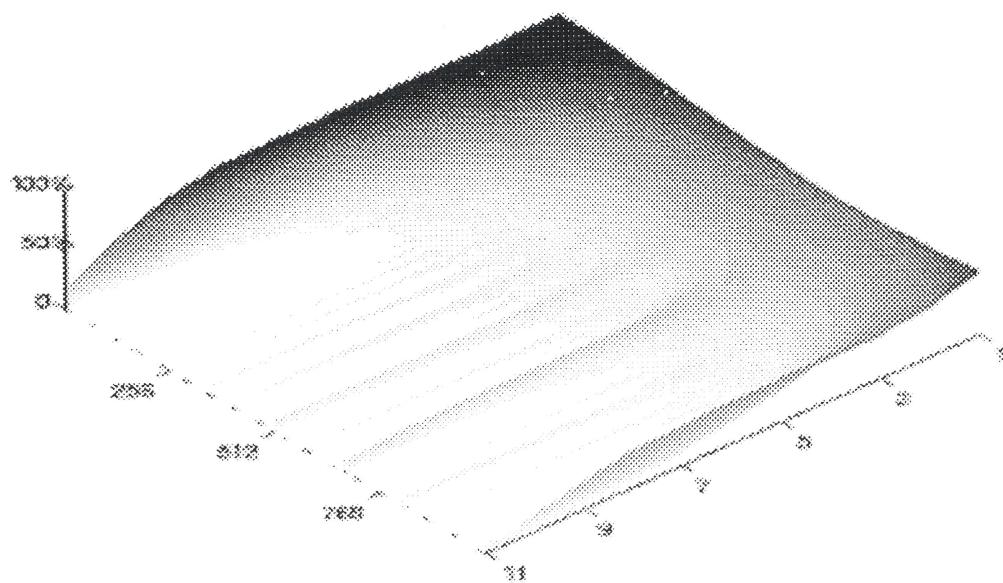


Figura 3. Curbele Wigner obținute cu ajutorul MP, pentru semnalele arătate mai jos [a se compara cu Figura 5]. Literalele indică structurile semnalului și atomii sau grupurile de atomi corespunzători.



**Figura 4. Exemple de funcții Gabor dintr-un dicționar construit pentru un segment de 2048 intervale. Amplitudinea funcției fereastră  $[K_{(t, \theta)}$  ecuația (15)] este normată la 1.**

(2-max+min)/2, mediat peste 1099 de faze aleatoare în funcțiile Gabor



**Figura 5. Diferența relativă dintre amplitudinea [dublată] funcției fereastră și amplitudinea instantanee vârf-la-vârf a funcției Gabor. Pe axa dreaptă – octavele [1-11], pe axa stângă – frecvența în unități generale.**

## 4. Rezultate și discuții

### 4.1 Detectarea undelor tranzitorii din timpul somnului și analiza acestora pe baza parametrizării cu criteriul de adaptare

Vârfurile din timpul somnului joacă un rol major în analizarea activității cerebrale în somn.

Impulsuri spontane, de activitate ritmică în banda  $12 \rightarrow 14$  Hz, pe fondul EEG-ului unui subiect în somn ușor, au fost observate pentru prima oară în anul 1935, de Loomis și alții care, încă de la început, le-au denumit drept „vârfuri”.

Mai târziu, termenii *unde sigma* sau *activitate sigma* au fost recomandați de Federația Internațională pentru Electroencefalografie și Neurofiziologie Clinică [IFSECN] în anul 1961, dar utilizarea acestora a fost descurajată de IFSECN în anul 1974. În „Glosarul de termeni utilizați în mod obișnuit în electroencefalogramme clinice” [IFSECN 1974] vârfurile sunt definite drept „*un grup de unde ritmice caracterizate de amplitudine cu creștere progresivă și, apoi, cu scădere graduală*”.

Definiția dată în [4] spune „*prezența vârfului în timpul somnului nu trebuie definită dacă nu are o durată de cel puțin 0,5s, adică să fie capabil să numeri 6 sau 7 unde distințe într-o perioadă de jumătate de secundă. (...)* Termenul trebuie folosit numai pentru a descrie activitatea dintre 12 și 14 cicli/secundă”. În [5], găsim, de asemenea, că „*undele vârf sunt monomorfice, disfazice și simetrice față de linia de bază. Frecvența este stabilă în banda  $12 \rightarrow 14$  Hz. Durata întregului vârf este de variabilă, între 1 și 6 secunde*”.

Jankel și Niedermayer (1985) discută, de asemenea, aspectul controversat al existenței vârfurilor cu frecvență în jurul valorii de  $10\text{Hz}$ .

Vârfurile din timpul somnului arată variații în funcție de morfologia, frecvența și distribuția spațială a undei, precum și în funcție de etajul somnului. Aspectul vârfurilor variază în funcție de vîrstă și anumite tulburări ale sistemului nervos central. Descrierea lor precisă este importantă în studiul insomniei, depresiei, îmbătrânirii, efectelor drogurilor.

Finalmente, o clarificare terminologică mai mare este dată de [6]: „*Vârful din timpul somnului al unui electroencefalograf [înregistrat la pacienți sau subiecți bolnavi] trebuie distins cu grijă de vârfurile discutate de neurofiziologi. Acestea sunt vârfuri înregistrate în experimente cu animale drogăte cu barbiturice și au servit ca model pentru înțelegerea genezei ritmurilor EEG fiziologice, cum ar fi ritmul alfa [vezi (Andersen 1966)]*”.

### 4.2. Alegerea vârfurilor din atomii timp-frecvență

Rezultatele descrise au fost obținute din înregistrările din două nopți, pe voluntari bolnavi, uzuale 7 ore de EEG înregistrate. Au fost realizate analize numerice și vizuale a semnalelor de referință, provenite de la electrozii Fz și Cz.

Segmente cu lungimea de 20s [2048 de intervale] au fost descompuse cu ajutorul criteriului de adaptare cu 100 de iterații pe segment. Deși, în cele mai multe cazuri, algoritmul a găsit structuri coerente [capitolul 2], dincolo de această etapă, ele erau atomi de foarte mică amplitudine, care erau departe de pragul de detectare.

Forma de bază a formelor de undă din dicționarul Gabor [paragraful 3.2.] corespunde bine cu forma descrisă în definițiile vârfurilor din timpul somnului [la începutul capitolului 4]. De aceea, fiecare din vârfuri trebuie reprezentat de un atom timp-frecvență din acest dicționar. Totuși, în [6] suntem avertizați:

„Se pare că este clar faptul că termenul „vârf” presupune o bură în mijloc și o descreștere spre dreapta și stânga. Această formă a vârfurilor, totuși, este excepția mai degrabă decât regula. Un tren de unde alfa se aseamănă mai mult cu forma crescendo-decrescendo a vârfului. Astfel, termenul de „vârf” este greșit atât timp cât vârfurile din timpul somnului sunt implicate. Totuși, este un termen atât de „simpatic” și de uzitat încât nu se poate face o schimbare terminologică”.

Cu toate acestea, cum am mai spus, dicționarul Gabor a fost ales datorită localizării optime timp-frecvență a funcțiilor Gabor, iar aplicarea lui nu este limitată doar la structurile de tip vârf.

Sarcina principală este de a alege din formele de undă potrivite pentru structurile segmentului analizat, corespunzătoare vârfurilor din timpul somnului. O astfel de procedură va opera în spațiul parametrilor atomilor potriviti: timp, frecvență, octavă, modul și fază [ecuația (15), paragraful 3].

### 4.3. Parametri relevanți

**Frecvență.** În [6] a fost definită gama de frecvență a vârfurilor ca fiind între 12 și 14 Hz. În lucrările mai noi, această gamă este extinsă cu 1 Hz în sus și în jos ( $11 \rightarrow 15$  Hz). În [7], autori au declarat explicit că „Nu există nici o îndoială (...) că gama  $12 \rightarrow 14$  Hz este prea îngustă”. În această lucrare, gama de frecvență pentru o structură pentru a fi considerată un vârf din timpul somnului a fost stabilită la  $11 \rightarrow 15$  Hz.

**O octavă** corespunde lățimii în timp a formei de undă [ecuația (19)]. Pentru condițiile experimentale particulare [frecvență de eșantionare = 102,4 Hz, lungimea epocii analizate  $N = 2048$  intervale], se obțin următoarele valori pentru jumătate din perioada unui atom  $T_{1/2}$  în octava  $j$  [ecuația (19)]:

Octava $j$	5	6	7	8	9
Semiperioada $T_{1/2}$ [s]	0,29	0,59	1,17	2,35	4,7

Au fost alese octavele de la 6 la 8. Valorile numerice ale rezoluțiilor în timp și frecvență [ecuațiile (18) și (19)] pentru aceste octave sunt date în tabelul de mai jos:

Octava $j$	6	7	8
Rezoluția în timp $\Delta T$ [s]	0,08	0,16	0,31
Rezoluția în frecvență $\Delta f$ [Hz]	0,2	0,1	0,05

În mod natural, timpul curent nu are importanță asupra clasificării, deși este un parametru important pentru evaluarea rezultatelor.

În final, principala provocare este reprezentată de problema alegerii limitelor parametrului amplitudine pentru atomii care trebuie considerați vârfuri în timpul somnului. În definițiile date vârfurilor din timpul somnului [capitolul 4], nu s-au făcut presupuneri asupra amplitudinii, ceea ce înseamnă, în mod natural, că fiecare structură „vizibilă” care satisfac criteriul împrăștierii în timp și frecvență ar trebui considerată a fi un vârf. Aceasta translatează problema în zona amplitudinilor cu limite mai mici [sau mai degrabă în zona cu raportul local semnal/zgomot mai mic], care face ca structura să poată fi distinsă din fond (background), fără limite superioare.

Noțiunea de „vizibilitate” în termenii metodei criteriului de adaptare, înseamnă că structura a fost detectată – adică forme de undă optime au fost determinate în procedura iterativă, înainte de aplicarea criteriului de oprire a algoritmului [capitolul 3]. Amplitudinea a fost lăsată ca un parametru liber pentru investigarea modului de detecție vizuală și automate.

Amplitudinea corespunde **modulului** parametrului care descrie atomii dicționarului. Relația dintre modulul și amplitudinea funcției fereastră a unui atom din dicționarul Gabor – ecuația (15) – este dată de ecuația (16). Totuși, această formulă ne dă doar amplitudinea **funcției fereastră**.

Amplitudinea efectivă vârf-la-vârf a funcției Gabor corespunzătoare poate să depindă foarte puțin de parametrii frecvență și fază, după cum s-a arătat în paragraful 3.2.

Formula (16) poate fi simplificată pentru atomii care pot fi considerați vârfuri din timpul somnului. Ei sunt în octavele de la 6 la 8, cu frecvență între 11 și 15 Hz, care corespunde la parametrul  $k = 220 \rightarrow 300$ . În acest caz:

$$e^{\frac{-2\theta 2^{N^k} k^r}{N^r}} < 1 \quad (21)$$

care ne dă o formulă aproximativă pentru amplitudinea funcției fereastră.

$$K_{(\gamma, \phi)} = \frac{2^{\frac{1}{l}}}{\sqrt{2^l e^{\frac{2k}{N}} \cos\left(\frac{4\pi kp}{N}\right) 2\phi}} = 2^{\frac{-2^r \tau}{r}} \quad (22)$$

$$U(j \text{ modul } s) = 2 - \text{modul st } \frac{2^{\frac{-2^r \tau}{r}}}{U_0} \quad [\mu\text{V}] \quad (23)$$

Totuși, noțiunea de amplitudine a vârfului din timpul somnului, dedusă dintr-o analiză vizuală, este dată, mai degrabă, de diferența efectivă dintre maximul și minimul observat (măsurat), decât de amplitudinea envelopei. Mai mult, în cazul nostru, analiza vizuală a fost realizată asupra datelor digitizate, după cum s-a observat pe monitorul calculatorului. Datorită acestor condiții, a fost adăugat un factor de corecție la formula (23) pentru calcularea amplitudinii efective vârf-la-vârf, în locul amplitudinii funcției fereastră, pentru a putea calcula amplitudinile structurii.

Detectia automată este ilustrată în figurile 6, 7, 8.

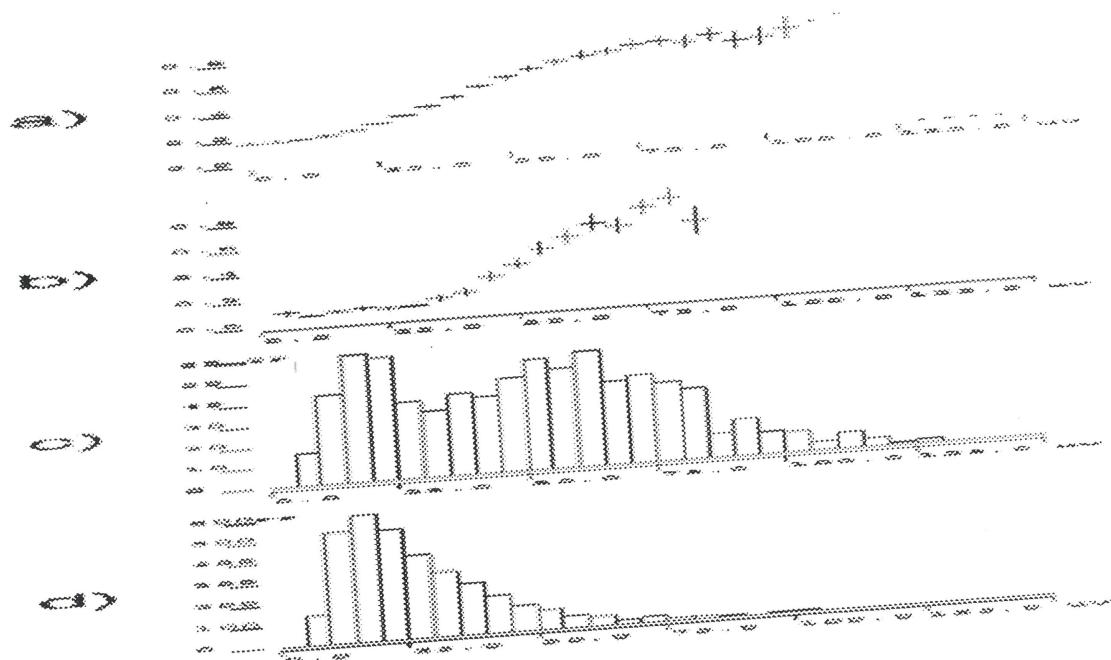


Figura 6. Detectia automată față de detectia vizuală a vârfurilor. a)  $TP/(TP+FP)$  față de amplitudinea de prag b) în gamele de amplitudine c) și d) – histogramele detectiei TP și FP față de amplitudine (TP – adevărat pozitiv, FP – fals negativ)

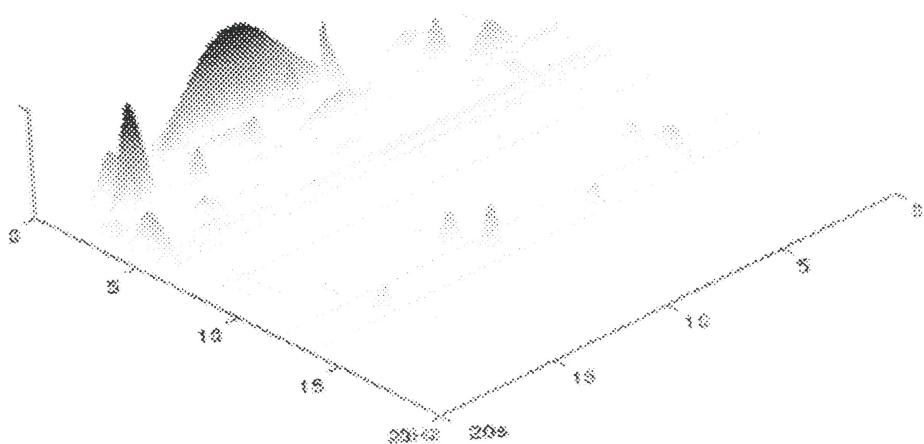
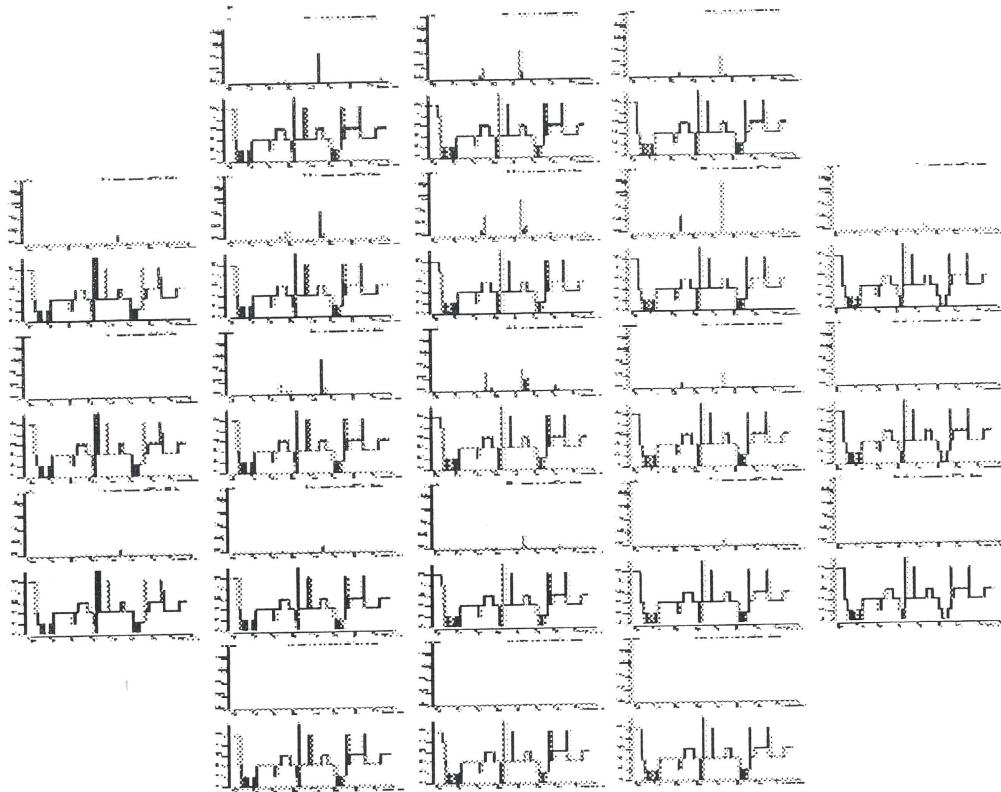


Figura 7. Aceeași distribuție în timp-frecvență a energiei din figura precedentă, în 3 dimensiuni, rotită [frecvența crește din stânga sus spre dreapta jos] pentru a prezenta clar vârfurile în gama  $12 \rightarrow 15$  Hz.



**Figura 8.** Amplitudinile vârfurilor în funcție de timp, deasupra hipnogramelor, pentru 21 de canale EEG. Electrozi frontali în partea de sus a imaginii. Vârfuri din timpul somnului detectate în reprezentările marcate ca activitate a stadiului 2 de somn, când apar undele tranzitorii.

## 5. Concluzii

Adaptarea reprezentării poate fi îmbunătățită prin extinderea dicționarului de funcții utilizate pentru explicarea modificării semnalului. Redundanța introdusă în acest fel necesită o metodă de alegere a unui subset de forme de undă din dicționar pentru descrierea semnalului.

Criteriul de alegere poate fi, de exemplu, bazat pe minimizarea erorii de reprezentare pentru un număr dat de forme de undă. Soluția acestei probleme este polinomial dificil de determinat, iar o astfel de expansiune optimă nu este stabilă față de numărul de forme de undă permise. Amândouă aceste probleme lipsesc în metoda cu criteriu de adaptare, care oferă soluția suboptimă pentru problema expansiunii semnalului, peste un dicționar redundant.

Criteriul de adaptare este un algoritm care, în mod iterativ, adaptează formele de undă dintr-un dicționar redundant cu structurile locale ale semnalului. Dicționarul de funcții Gabor descrie structurile prezente în semnal în termeni de frecvență, timp de producere, interval de timp, amplitudine și fază cu o rezoluție care poate fi ajustată – până spre limitele teoretice. Dicționarele construite din forme de undă arbitrară, nu neapărat funcții analitice, pot fi proiectate să îmbunătățească detectarea structurilor cu o morfologie particulară. Totuși, aplicarea în practică a algoritmului criteriului de adaptare, chiar pentru dicționare construite din funcții analitice, necesită optimizarea calculelor pentru a mări viteza de calcul. Acest fapt trebuie luat în considerare când se compară rezultatele obținute cu ajutorul altor implementări, chiar dacă s-a folosit același dicționar.

Cu toate acestea, se poate spune că algoritmul bazat pe criteriul de adaptare realizează cea mai completă și precisă descriere a structurilor timp-frecvență dintre metodele disponibile. Această aproximare oferă noi posibilități de urmărire a tranzițiilor EEG. Descompunerea criteriului de adaptare în serii de timp poate realiza, de asemenea, o parametrizare completă a EEG, îmbunătățind posibilitățile oferite de metodele aplicate anterior.

## Bibliografie

1. DAVIS, G.: Adaptive Nonlinear Approximations a dissertation 1994:  
<ftp://cs.nyu.edu/pub/wave/report/DissertationGDavis.ps.Z>
2. GAREY, M.: A Guide to the theory of NP-Completeness, W. H. Freeman New York, 1979.
2. GAREY, M.: A Guide to the theory of NP-Completeness, W. H. Freeman New York, 1979.
3. MALLAT, ZHANG: Adaptive Time-Frequency Approximations with Matching Pursuit.  
<ftp://cs.nyu.edu/pub/tech-reports/tr657.ps.Z>.
4. CAMPBELL, K.: Human and Automatic Validation of a Phase-locked Loop Spindle Detection System. În: Electroencephalographia Clin. 1980, 48, pp. 602-605.
5. AKAY, M.: Time-Frequency Analysis of Electrocortical Activity During Maturation Using Wavelet Transform. În: Biol. Cybern. 1994, 71, pp. 169-176.
6. DYRO, F.: The EEG Handbook, Little Brown, Boston, 1989.
7. EPSTEIN, C.: Introduction to EEG and Evoked Potentials", Lippincott, Philadelphia, 1983.