REGLAREA CU MODEL INTERN SAU REGLAREA ADAPTIVĂ CU MODEL DE REFERINȚĂ?

ing. Florina Ungureanu
ing. Silviu Florin Ostafi

Universitatea Tehnică "Gh. Asachi" Iași

Rezumat: Această lucrare prezintă comparativ rezultatele obținute prin simulare pentru reglarea unui proces de ordinul II, a cărui model este incert, utilizând doi algoritmi diferiți: reglarea adaptivă cu model de referință (Model Reference Adaptive Control - MRAC) și reglarea cu model intern (IMC - Internal Model Control). Sunt analizate performanțele buclelor de reglare și evoluțiile criteriilor integrale de calitate.
Cuvinte cheie: reglare cu model intern, reglare adaptivă cu model de referință, criterii integrale de calitate, robustețe, incertitudine.

1. Introducere

Se consideră un proces al cărui model matematic este cunoscut cu incertitudine, dar poate fi aproximat cu un element de ordin II, cu funcția de transfer dată de ecuația:

$$G_p(s) = \frac{k_p}{T_p^2 s^2 + 2T_p\zeta s + 1} \tag{1}$$

și următoarele valori nominale ale parametrilor sunt: T_p=5 min., ζ=0.5 și k_p=1 [1]. Funcția de transfer a procesului poate fi rescrisă și sub forma

$$G_p(s) = \frac{b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \tag{2}$$

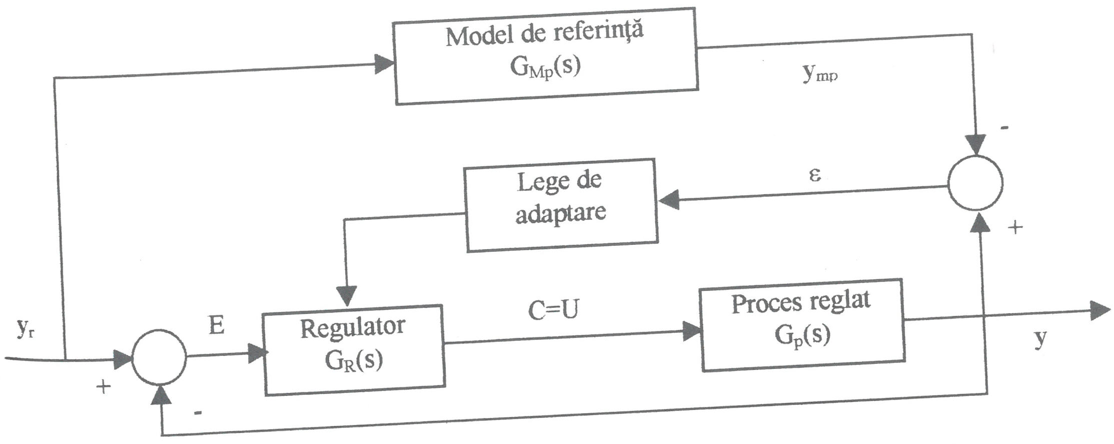

Figura 1. Schema bloc a reglării adaptive cu model de referință

în care b_0=0.04, a_0=0.04, a_1=0.2 și a_2=1.

În cele ce urmează se propune reglarea acestui sistem prin două metode diferite, care utilizează fie un model de referință fie un model nominal al procesului, precum și un studiu comparativ al rezultatelor obținute.

2. Metode de reglare

2.1. Reglarea adaptivă cu model de referință (Model Reference Adaptive Control - MRAC)

Este prima metodă propusă. În figura 1 este prezentată schema bloc a reglării adaptive cu model de referință, cu optimizarea locală a parametrilor regulatorului (denumită și "metoda gradientului") ca sistem de reglare continuu în timp.

Funcțiile de transfer ale blocurilor din figura 1 au următoarele expresii și semnificații:

- proces

$$G_p(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \ldots + b_m}{s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_n} \tag{3}$$

- bucla de reglare

$$G_{OR}(s) = \frac{Y(s)}{Y_r(s)} = \frac{\beta(s)}{\alpha(s)} = \frac{\beta_0 s^r + \beta_1 s^{r-1} + \ldots + \beta_r}{s^l + \alpha_1 s^{l-1} + \ldots + \alpha_l} \tag{4}$$

- regulator

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{q_0 s^v + q_1 s^{v-1} + \ldots + q_v}{s^w + p_1 s^{w-1} + \ldots + p_w} \tag{5}$$

- modelul de referință al procesului

$$G_{Mp}(s)=\frac{Y_{mp}(s)}{Y_r(s)}=\frac{c_0 s^m + c_1 s^{m-1}+\ldots+c_m}{s^n+d_1 s^{n-1}+\ldots+d_n}=\frac{C(s)}{D(s)} \qquad (6)$$

În relaţiile de mai sus s-au folosit transformatele Laplace ale următoarelor mărimi:

y(t) - parametrul reglat;

u(t)=c(t) - mărime de intrare în proces (mărimea de comandă);

y_r1 (t)- mărimea de referinţă;

2 y_{mp}(t)- mărimea de ieşire a modelului de referinţă al procesului;

e(t) - eroarea (e= y_r - y);

ε - diferenţa dintre parametrul reglat şi ieşirea modelului de referinţă al procesului:

$$\varepsilon(t) = y(t) - y_{mp}(t) \qquad (7)$$

Parametrii întregii bucle de reglare sunt α_i şi β_i, iar ai modelului de referinţă sunt c_i şi d_i . Parametrii procesului, a_i şi b_i , sunt variabili în timp iar parametrii regulatorului, q_i şi p_i, sunt ajustabili prin mecanismul de adaptare. Prin urmare, ecuaţiile diferenţiale corespunzătoare funcţiilor de transfer (3÷6) au parametrii variabili în timp. Pentru cele ce urmează, se fac următoarele presupuneri impuse atât de practică cât şi de necesitatea simplităţii matematice:

- toţi parametrii variază lent în timp;
- funcţia de transfer G_{OR} trebuie să satisfacă condiţia de realizabilitate, în condiţiile variaţiei parametrilor procesului reglat şi a adaptării parametrilor regulatorului.

Adaptarea parametrilor regulatorului se face minimizând criteriul integral ISE

$$I=\frac{1}{2}\int_t^{t+\Delta t}\varepsilon^2(\tau)d\tau \qquad (8)$$

Ajustarea parametrilor regulatorului se face utilizând metoda diferenţelor înapoi

$$\Delta p_i(t) = -g_p\frac{\partial I}{\partial p_i} \qquad i=1,..,\nu$$

$$\Delta q_j(t) = -g_q\frac{\partial I}{\partial q_j} \qquad j=1,..,w$$

(9)

în care g_p şi g_q sunt constante ce determină viteza de adaptare [2]. Pentru un interval de timp foarte scurt, Δt şi o adaptare lentă, ecuaţiile (9) devin

(10)

$$\dot{p}_i(t) = -g_p\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial I}{\partial p_i} = -g_p\frac{\partial}{\partial p_i}\frac{\partial I}{\partial t}$$

$$\dot{q}_i(t) = -g_q\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial I}{\partial q_i} = -g_q\frac{\partial}{\partial q_i}\frac{\partial I}{\partial t}.$$

Utilizând relaţia (8) în relaţia (10) rezultă relaţiile

(11)

$$\dot{p}_i(t) = -g_p\varepsilon(t)\frac{\partial\varepsilon(t)}{\partial p_i} = -g_p\varepsilon(t)\frac{\partial y(t)}{\partial p_i}$$

$$\dot{q}_i(t) = -g_q\varepsilon(t)\frac{\partial\varepsilon(t)}{\partial q_i} = -g_q\varepsilon(t)\frac{\partial y(t)}{\partial q_i}$$

în care $\partial y(t)/\partial p_i$ şi $\partial y(t)/\partial q_i$ sunt *funcţii de sensibilitate* ale parametrului reglat în raport cu parametrii ajustabili ai regulatorului.

Calculul acestor funcţii de sensibilitate se poate face cu următorul algoritm

(12)

$$\frac{\partial y}{\partial p_i}=\sum_{j=1}^{l}\frac{\partial Y}{\partial\alpha_j}\frac{\partial\alpha_j}{\partial p_i}+\sum_{j=0}^{r}\frac{\partial Y}{\partial\beta_j}\frac{\partial\beta_j}{\partial p_i}$$

$$\frac{\partial y}{\partial q_i}=\sum_{j=1}^{l}\frac{\partial Y}{\partial\alpha_j}\frac{\partial\alpha_j}{\partial q_i}+\sum_{j=0}^{r}\frac{\partial Y}{\partial\beta_j}\frac{\partial\beta_j}{\partial q_i}$$

în care l şi r sunt numărul de parametri α_i şi β_j. Derivatele parţiale ale parametrului reglat în raport cu parametrii întregii bucle se pot obţine aplicând transformata inversă Laplace relaţiei (4), apoi operatorul de diferenţiere.

Pentru reglarea adaptivă a procesului considerat se foloseşte forma (2) a acestuia. Deşi, teoretic se presupune că parametrii procesului sunt complet necunoscuţi, în practică trebuie indicat măcar domeniile lor de variaţie pentru a putea alege un model de referinţă rezonabil [3]. Pentru modelul de referinţă se alege funcţia de transfer G_{mp}

$$G_{mp}(s)=\frac{c_0}{s^2+d_1 s+d_2} \qquad (13)$$

în care c_0=0.1, d_1=0.045 şi d_2=0.01.

Dacă derivata parametrului reglat este măsurabilă se poate utiliza un regulator, obţinut prin metoda poli-zerouri, cu funcţia de transfer $q_0 s + q_1$ şi un filtru f, astfel încât legea de reglare devine

$$c(t)=u(t)=fy_r(t)-q_0\dot{y}(t)-q_1 y(t) \qquad (14)$$

iar funcţia de transfer a buclei de reglare este

$$G_{OR}(s)=\frac{Y}{Y_r}=\frac{fb_0}{s^2+(a_1+b_0q_0)s+(a_2+b_0q_1)} \quad (15)$$

Parametrii acestei bucle pot fi ajustaţi separat conform relaţiilor:

$$f=-g_1\int_0^t \varepsilon(t)\frac{\partial y}{\partial f}dt; \quad q_0=-g_2\int_0^t \varepsilon(t)\frac{\partial y}{\partial q_0}dt; \quad q_1=-g_3\int_0^t \varepsilon(t)\frac{\partial y}{\partial q_1}dt. \quad (16)$$

În urma derivărilor şi a aproximărilor, funcţiile de sensibilitate din relaţiile (16) devin:

$$\frac{\partial Y}{\partial f}=\frac{\partial[G_{OR}(s)Y_r]}{\partial f}=\frac{Y}{f}\approx\frac{b_0}{c_0}Y_{mp} \quad (17)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial q_0}=\frac{\partial G_{OR}(s)\cdot Y_r}{\partial q_0}\approx-\frac{sb_0}{s^2+a_1s+a_2}Y=-\frac{b_0}{c_0}s\cdot Y_f \quad (18)$$

Coeficienţii de adaptare aleşi sunt: g_1=0.08, g_2=0.04 şi g_3=0.02.

Precizări

Algoritmul propus se poate aplica numai dacă derivata parametrului reglat este măsurabilă.

Metoda prezentată se bazează pe ipoteza că parametrii se modifică mult mai lent decât alte variabile din sistem. Această ipoteză, care admite o tratare cvasi-staţionară, este esenţială pentru calculul funcţiilor de sensibilitate necesare în cadrul mecanismului de adaptare.

Nu este necesar a impune o urmărire perfectă a modelului. Metoda poate fi aplicată atât sistemelor neliniare, cât şi sistemelor parţial cunoscute. Acesta este un avantaj deosebit în cazurile în care modelul procesului este incert.

2.2. Regulator cu model intern (Internal Model Control-IMC)

A doua metodă propusă se referă la utilizarea unui *regulator cu model intern (Internal Model Control-IMC)* cu structura simplificată (reacţie unitară şi parametrul reglat cunoscut cu precizie) din figura 2, în care $\tilde{G}_P$ este funcţia de transfer a modelului nominal al procesului şi $\hat{Y}$ este valoarea nominală estimată a parametrului reglat [4]. Zona haşurată reprezintă părţile componente ale regulatorului cu model intern, care include atât funcţia de transfer a unui regulator convenţional, G_R cât şi o descriere explicită a modelului nominal al procesului.

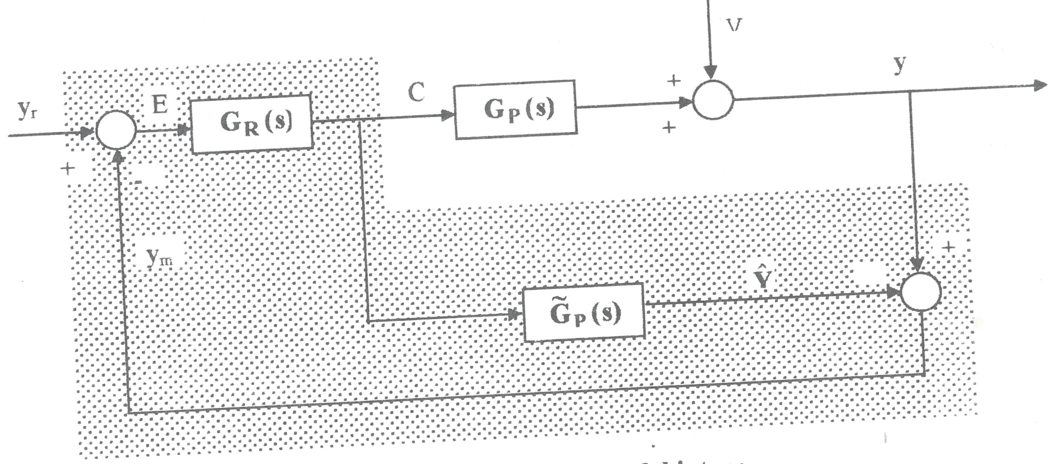

Figura 2. Schema bloc a reglării cu model intern

$$\frac{\partial Y}{\partial q_1}=\frac{\partial[G_{OR}(s)Y_r]}{\partial q_1}=-\frac{b_0}{c_0}Y_f \quad (19)$$

în care aproximările $G_{OR}(s)\approx G_{MP}(s)$ şi $Y\approx Y_{mp}$ au fost utilizate în concordanţă funcţiile de transfer ale procesului şi regulatorului. Cu Y_f s-a notat ieşirea procesului filtrată cu funcţia de transfer a modelului de referinţă

$$Y_f=G_{Mp}(s)\,Y \quad (20)$$

Dacă constantele de gradient g_i sunt alese astfel încât să fie proporţionale cu c_0/b_0, sistemul de reglare cu model de referinţă poate fi realizat doar prin parametrii cunoscuţi. Deoarece constantele de gradient trebuie să fie pozitive, semnul parametrului b_0 trebuie să fie cunoscut.

Pricipalul avantaj este acela că stabilitatea buclei închise este asigurată prin alegerea unui regulator cu model intern stabil. Mai mult, performanţele buclei (ca de exemplu durata regimului tranzitoriu şi suprareglarea) se pot corela **direct** cu parametrii regulatorului, ceea ce oferă avantajul acordării "on-line" a regulatorului IMC.

Dacă procesul este perfect cunoscut sistemul de reglare este în buclă deschisă. În proiectarea unui regulator IMC se disting două etape:

a) Se alege regulatorul astfel încât abaterea staţionară să fie minimă (să tindă la zero) în prezenţa oricărei perturbaţii dar fără a ţine cont de incertitudinea modelului. Prin urmare, funcţia de sensibilitate, care caracterizează performanţele buclei, trebuie forţată algebric să tindă la zero şi acest fapt conduce la alegerea unui regulator a cărui funcţie de transfer să fie inversa celei a modelului nominal.

b) Regulatorul ales anterior este reacordat din considerente de reglare robustă ce ţin cont de incertitudinea modelului şi de diferitele tipuri de mărimi de intrare. Pentru asigurarea robusteţii buclei regulatorul obţinut în prima etapă se inseriază cu un filtru trece jos. Funcţia complementară de sensibilitate $\eta(s)$, ce caracterizează robusteţea buclei de reglare, tinde la 1 în cazul unei robusteţi ridicate.

Regulatoarele PI şi PID sunt cel mai des întâlnite în buclele de reglare din industrie. Prin urmare, deoarece structura de reglare cu model intern este mult mai generală şi mai puternică decât regulatoarele convenţionale, este important de a găsi relaţiile dintre regulatorul IMC pe de o parte şi regulatoarele PI şi PID pe de altă parte, cu scopul de a acorda regulatoarele convenţionale într-o manieră simplă care să le confere atât performanţe ridicate şi cât şi robusteţe.

Între un regulator IMC - cu funcţia de transfer G_{RIMC}- şi unul convenţional dintr-o buclă de reglare după abatere (feedback, G_{RF}) există relaţiile:

$$G_{RF}(s) = \frac{G_{RIMC}}{1 - \widetilde{G}_P \cdot G_{RIMC}} \qquad (21)$$

$$G_{RIMC} = \frac{G_{RF}}{1 + \widetilde{G}_P \cdot G_{RF}}$$

Funcţia de transfer a regulatorului IMC este

$$G_{RIMC} = \widetilde{G}_{RIMC} \cdot G_f \qquad (22)$$

în care $\widetilde{G}_{RIMC}$ este regulatorul optimal obţinut pentru procesul nominal $\widetilde{G}_P$ şi o anumită mărime de intrare, iar G_f este filtrul trece jos.

În general, complexitatea regulatorului este impusă de complexitatea procesului. Pentru un număr mare de modele simple, utilizate în mod curent în industrie, proiectarea unui regulator IMC va conduce la clasicele regulatoare PI sau PID a căror acordare însă, se va face într-o manieră ce ţine cont de relaţiile (21). Morari prezintă funcţiile de transfer ale regulatoarelor IMC aduse la forma PI sau PID cu sau fără filtru (materializat printr-un element de întârziere de ordinul I, cu constanta de timp T_f) pentru diferite tipuri de procese şi mărimi de intrare [4]. Concluzia este că structura IMC conduce la un regulator PID pentru majoritatea proceselor întâlnite în industrie. Pentru procesul considerat, nu este necesară înserierea regulatorului cu un filtru, funcţia de transfer a regulatorului PID este

$$G_R(s) = k_R\left(1 + T_D s + \frac{1}{T_I s}\right) \qquad (23)$$

cu următoarele expresii ale parametrilor acestuia

$$k_R k_P = \frac{2\zeta T_p}{\lambda}$$
$$T_I = 2\zeta T_p$$
$$T_D = \frac{T_p}{2\zeta} \qquad (24)$$

în care λ este parametrul acordabil al regulatorului.

Ţinând cont de valorile numerice ale parametrilor dinamici ai procesului din expresia (1), pentru λ=0.5, se obţin valorile:

T_D=5, T_I=5 şi k_R=10.

Funcţia complementară nominală de sensibilitate, care caracterizează robusteţea buclei de reglare, are expresia

$$\widetilde{\eta}(s) = \frac{1}{\lambda s + 1} \qquad (25)$$

3. Rezultate şi concluzii

În figura 3 sunt reprezentate comparativ evoluţa în timp a parametrului reglat, y, şi cea a răspunsului modelului de referinţă, y_{mp}, în cazul reglării adaptive cu model de referinţă. În figura 4 este reprezentată evoluţia în timp a parametrului reglat, y, în cazul acordării regulatorului PID prin corespondenţă cu reglarea cu model intern. În ambele cazuri, calitatea reglării este superioară celei obţinute prin acordarea ZN a unui regulator PID (fig. 5). În cazul reglării adaptive suprareglarea este foarte mică, durata regimului tranzitoriu este cu puţin mai mică decât în cazul reglării ZN, perioada de amortizare a oscilaţiilor este mare şi, în plus, se observă întârzierea din evoluţia parametrului reglat, impusă de adaptarea lentă a parametrilor regulatorului. În cazul reglării cu model intern, suprareglarea este de două ori mai mare decât în cazul reglării adaptive, dar, durata regimului tranzitoriu este mult mai mică şi nu apar întârzieri.

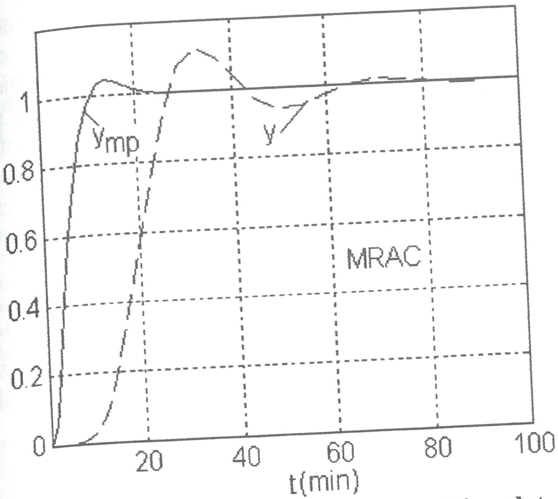

Figura 3. Evoluția în timp a parametrului reglat în cazul reglării adaptive

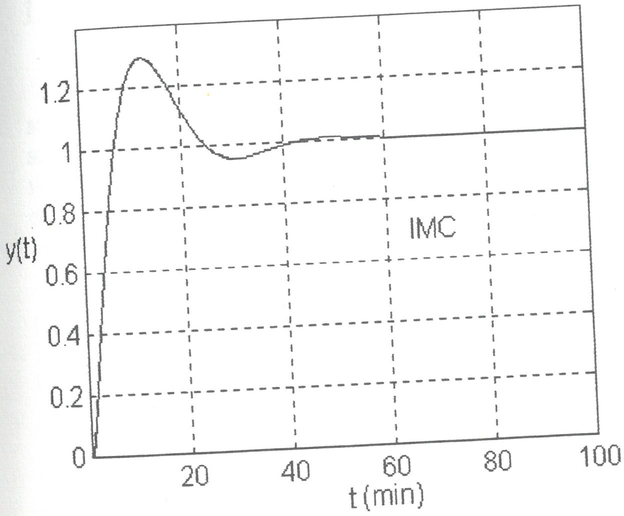

Figura 4. Evoluția în timp a parametrului reglat în cazul reglării cu model intern

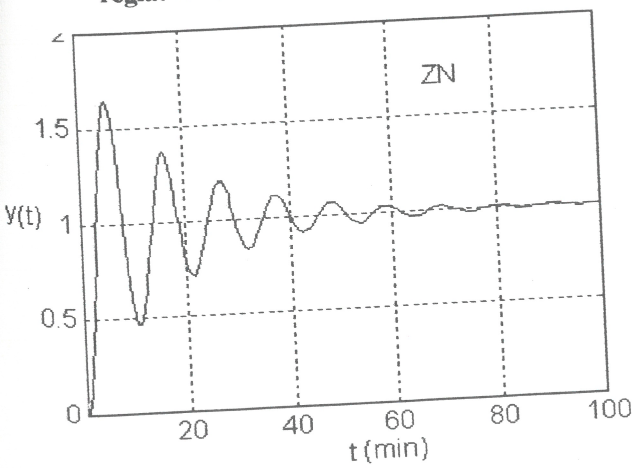

Figura 5. Evoluția în timp a parametrului reglat în cazul acordării ZN a regulatorului PID

În figurile 6 ÷ 9 sunt reprezentate comparativ criteriile integrale de caliate ISE şi IAE. Ambele criterii au valori mult mai mici în cazul reglării cu model intern. Acest fapt recomandă utilizarea ecestei metode de reglare în locul reglării adaptive. În plus, robustețea reglării cu model intern este ridicată, după cum se poate observa din figura 10 în care este reprezentată funcția complementară nominală de sensibilitate.

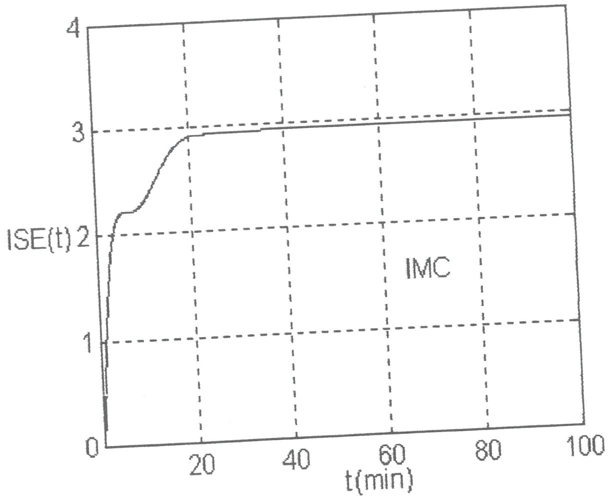

Figura 6. Criteriul ISE pentru reglarea cu model intern

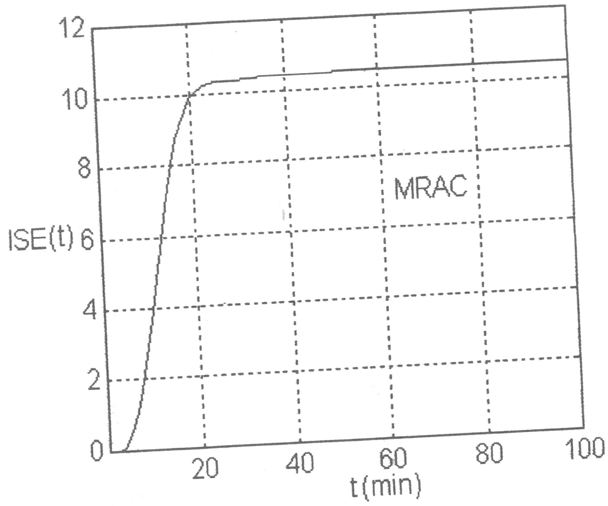

Figura 7. Criteriul ISE pentru reglarea adaptivă

Din cele prezentate, rezultă că ambele metode propuse aici pentru reglarea unui proces de ordinul doi a cărui model este incert, oferă calități superioare procesului de reglare, în comparație cu un regulator PID acordat ZN.

Reglarea adaptivă cu model de referinţă prezintă avantajul unei suprareglări foarte mici dar şi dezavantajele cauzate de apariţia întârzierilor şi a unui regim tranzitoriu relativ lung.

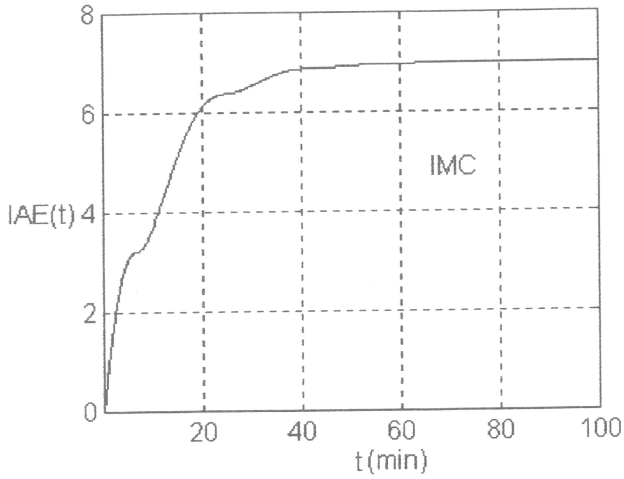

Figura 8. Criteriul IAE pentru reglarea cu model intern

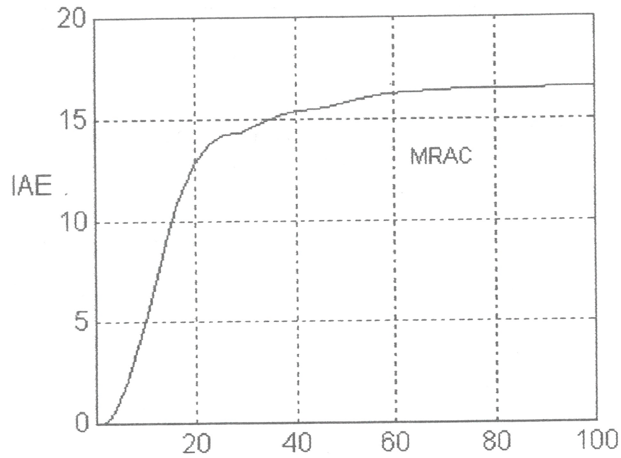

Figura 9. Criteriul IAE pentru reglarea adaptivă

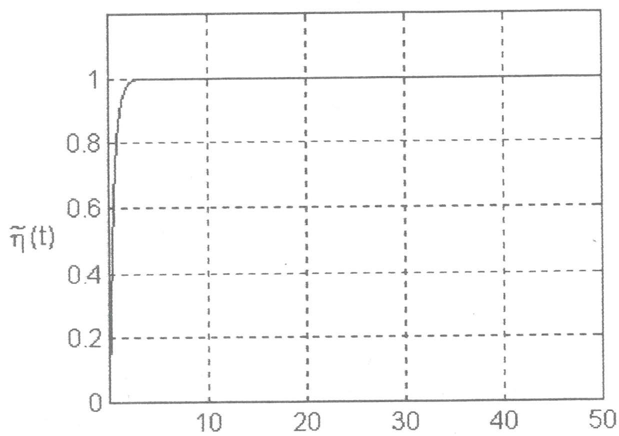

Figura 10. Funcţia complementară nominală de sensibilitate în cazul reglării cu model intern

Reglarea cu model intern prezintă dezavantajul unei suprareglări mai mari în comparaţie cu reglarea adaptivă dar are şi următoarele avantaje: regim tranzitoriu mai scurt, nu prezintă întârzieri şi în plus este mult mai uşor de implementat datorită formei simple a funcţiei nominale de transfer a procesului. Prin urmare, se recomandă utilizarea reglării cu model intern pentru cazuri similare.

Bibliografie

1. **STEPHANOPOULOS, G.**: Chemical Process Control. An Introduction on Theory and Practice, Prentice Hall, New Jersey, 1984.
2. **ISERMAN, R.**: Adaptive Control Systems, Prentice Hall International, U.K., 1992.
3. **ISERMAN, R.**: Digital Control Systems, Vol. I, 2nd rev.ed., Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1989.
4. **MORARI, M., ZAFIRIOU, E.**: Robust Process Control, Prentice Hall, New Jersey, 1989.

Lista simbolurilor

- a_i şi b_i - parametrii procesului;
- c_i şi d_i - parametrii modelului de referinţă;
- e(t) - eroarea (e= y_r - y);
- g_i - parametri de adaptare;
- G_{RIMC} - funcţia de transfer a unui regulator model intern;
- G_{RF} - funcţia de transfer a unui regulator convenţional dintr-o buclă de reglare după abatere (feedback);
- $\tilde{G}_P$ - funcţia de transfera modelului nominal al procesului;
- k_R , T_D, T_I - parametrii regulatorului PID;
- q_i şi p_i - parametrii regulatorului;
- u(t)=c(t) - mărime de intrare în proces (mărimea de comandă);
- y(t) - parametrul reglat;
- y_r3 (t)- mărimea de referinţă;
- 4 y_{mp}(t)- mărimea de ieşire a modelului de referinţă al procesului;
- $\hat{Y}$ - este valoarea nominală estimată a parametrului reglat;
- α_i şi β_i - parametrii întregii bucle de reglare;
- ε - diferenţa dintre parametrul reglat şi ieşirea modelului de referinţă al procesului;
- λ - parametrul acordabil al regulatorului cu model intern;
- η(s) - funcţia complementară de sensibilitate.