

METODE DE CLASIFICAREA SINTACTICĂ A FORMELOR PLANE DESCRISE PRIN STRUCTURI DE TIP ARBORE

Ovidiu Grigore
Octavian Grigore

Rezumat: O dată cu dezvoltarea domeniului recunoașterii sintactice a formelor, precum și al domeniului analizei și al descrierii imaginilor a început să se folosească din ce în ce mai mult reprezentarea formelor prin structuri de tip arbore. Folosirea acestor structuri de date conduce inevitabil la probleme de comparare și de potrivire a arborilor, care se rezolvă prin intermediul definirii unor distanțe între arbori. În lucrare prezentăm o metodă directă (Lu) de calculare a acestei distanțe și trei metode indirecte, care transformă, mai întâi, arborii în șiruri de primitive, după care se calculează distanța dintre șirurile respective. Metodele sunt comparate pe baza rezultatelor obținute într-o aplicație de recunoaștere a caracterelor scrise de mână.

Cuvinte cheie:

1. Algoritm direct de calculare a distanței între arbori

Acest algoritm este denumit direct deoarece calculează distanța între arbori, plecând de la structura inițială, de tip arbore, fără a apela la transformări intermediare.

În esență, acest algoritm este o generalizare a algoritmului Wagner - Fisher de calculare a distanței între șiruri. Astfel, în mod similar algoritmului Wagner - Fisher pentru șiruri, a calcula distanța între doi arbori înseamnă a determina costul minim, necesar transformării primului arbore în cel de-al doilea.

Înainte de a prezenta algoritmul lui Lu, de calculare a distanței între arbori, vom defini câteva noțiuni care sunt necesare pentru înțelegerea acestuia.

Fie $U = (N, \cdot)$ monoidul generat de mulțimea numerelor naturale împreună cu operatorul $\cdot$. Elementele lui U sunt de forma $x \cdot y$, în care $x \in U$, iar $y \in N$. Elementul neutru al monoidului este 0, și deci:

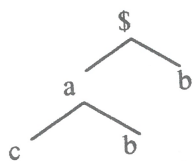
$$0 \cdot x = x \cdot 0 = x$$

pentru orice $x \in U$.

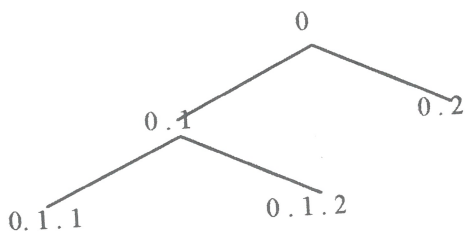
Se definește domeniul unui arbore o submulțime $D \subset U$ care satisface condițiile:

1. dacă $a \cdot x \in D$, unde $a \in U$ și $x \in U$, atunci $a \in D$;
2. dacă $a \cdot j \in D$, atunci pentru orice $i < j$, $i, j \in N^+$, avem: $a \cdot i \in D$;
3. elementul neutru al monoidului, notat 0, face parte din mulțimea D .

A atașa unui arbore γ un arbore ordonat D_γ definit pe domeniul D înseamnă a defini o corespondență (funcție): $\alpha: D \rightarrow \Sigma$, unde Σ este mulțimea etichetelor arborelui inițial. Pentru a înțelege bine trebuie să considerăm următorul exemplu: dacă arborele inițial γ este:



atunci acestuia i se pune în corespondență arborele ordonat D_γ :



cu observația că prefixele "0." de obicei nu se mai scriu în față etichetelor nodurilor arborelui ordonat, deoarece 0 este elementul neutru al operației $\cdot$ și deci:

$$0.1 = 1$$

$$0.2 = 2$$

$$0.1.1 = 1.1,$$

$$0.1.2 = 1.2$$

Legătura între γ și D_γ este dată de funcția

$\alpha: D \rightarrow \Sigma$, definită prin:

$$\alpha(0) = \$$$

$$\alpha(1) = a$$

$$\alpha(2) = b$$

$$\alpha(1.1) = c$$

$$\alpha(1.2) = b$$

unde: $D = \{0, 1, 2, 1.1, 1.2\}$,

$$\Sigma = \{\$, a, b, c\}$$

Se notează cu $N(\gamma)$ numărul de noduri ale unui arbore γ . În exemplul anterior, numărul de noduri este:

$$N(\gamma) = 5$$

Pentru orice arbore γ se definește funcția *rang* $r: D_\gamma \rightarrow \mathbb{N}$, $r(a) = n$, care asociază oricărui nod a al arborelui ordonat atașat D_γ numărul de descendenți direcți n . Dacă b este un nod terminal, atunci $r(b) = 0$.

Fie două noduri a, b din domeniul D . Se spune că între nodurile a și b există relația de ordonare $a < b$ dacă există $x \in U$ astfel încât $a \cdot x = b$. Dacă $x = 0$, atunci $a = b$. Într-o ordonare $a < b$, a se numește *predecesor* al lui b , iar b este *descendentul* lui a . Dacă între a și b nu există nici una dintre operațiile de ordonare:

$$a < b,$$

$$a = b,$$

$$b < a,$$

atunci se spune că nodul a este *incomparabil* cu b .

Se definește operatorul $h_\gamma: D_\gamma \rightarrow \mathbb{N}^+$, care ordonează în ordine crescătoare a sufixului secvența de noduri din arborele ordonat D_γ atașat arborelui inițial γ . Pentru exemplul anterior, în care $D_\gamma = \{0, 1, 2, 1.1, 1.2\}$, această ordonare este:

$$h_\gamma(0.1.1) = 1$$

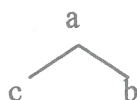
$$h_\gamma(0.1.2) = 2$$

$$h_\gamma(0.1) = 3$$

$$h_\gamma(0.2) = 4$$

$$h_\gamma(0) = 5$$

Dacă γ este un arbore ordonat și $a \in D_\gamma$ este un nod al său, atunci prin γ/a se notează subarborele lui γ care are ca rădăcină pe a . În cazul exemplului anterior, subarborele $\gamma/1$ este:



A compara doi arbori α și β , înseamnă a determina costul minim al modificărilor ce trebuie făcute pentru a transforma primul arbore în cel de-al doilea.

Modificarea (transformarea) etichetei nodului a al arborelui α cu cea a nodului b al arborelui β se definește ca o funcție: $T: D_\alpha \rightarrow D_\beta$ care realizează următoarele trei tipuri de operații:

- substituirea (înlocuirea)* etichetei nodului a prin cea a lui b , notată $a \rightarrow b$, care este cotate cu costul r ;
- inserarea* unui nod b în arborele β , echivalentă cu operația $\Lambda \rightarrow b$, care are costul q ;
- ștergerea (eliminarea)* nodului a din arborele α , adică înlocuirea de tipul $a \rightarrow \Lambda$ a cărei cost este p ;

în care:

$$a \in D_{\alpha},$$

$$b \in D_{\beta},$$

A este caracterul vid

În cazul substituirii, costul r este nul dacă etichetele celor două noduri a și b coincid, adică $\alpha(a) = \beta(b)$ și respectiv $r > 0$, dacă ele nu coincid, $\alpha(a) \neq \beta(b)$.

Distanța între doi arbori α și β , notată cu $d(\alpha, \beta)$, este costul minim necesar pentru a transforma arborele α în β folosind o serie de transformări de tipul T , făcute astfel încât să se satisfacă următoarele criterii:

- dacă $a < b$ în D_{α} atunci $T(a) < T(b)$ în D_{β} , iar dacă a și b sunt incomparabile în D_{α} atunci $T(a)$ și $T(b)$ sunt incomparabile în D_{β} ;
- dacă $a = b$ în D_{α} , atunci $T(a) = T(b)$ în D_{β} , iar dacă $a \neq b$ în D_{α} , atunci $T(a) \neq T(b)$ în D_{β} ;
- dacă $h_{\alpha}(a) < h_{\alpha}(b)$, atunci $h_{\beta}(T(a)) < h_{\beta}(T(b))$ cu condiția ca $T(a)$ sau $T(b)$ să nu fie simboluri nule (vide).

Condițiile impuse mai sus pentru procesul de modificare a nodurilor unui arbore restrâng numărul de posibilități de transformare între care se caută cea de cost minim, însă ele au fost impuse din necesitatea de a păstra pe cât este posibil structura inițială a arborelui. Astfel, în urma procesului de transformare a unui arbore:

- trebuie să se păstreze relația predecesor-descendent dintre noduri;
- nu trebuie să apară uniri sau divizări ale nodurilor;
- se va păstra ordonarea inițială a sufixului arborelui ordonat.

Vom prezenta, în continuare, algoritmul de calculare a distanței între doi arbori α și β . Metoda folosește programarea dinamică pentru a calcula elementele unei matrice a distanțelor:

$$\{ D(i, j) \}$$

$$i = 1, n$$

$$j = 1, m$$

unde i și j sunt indicii din ordonarea crescătoare a sufixului nodurilor arborelui β și respectiv α , iar dacă acestor indici le corespund nodurile a și b , avem deci $h_{\alpha}(a) = j$, $h_{\beta}(b) = i$. Valoarea $D(i, j)$ reprezintă costul minim necesar obținerii subarborelui α/a din arborele β/b . Numărul de noduri al arborelui α este:

$$N(\alpha) = m,$$

iar al arborelui β este:

$$N(\beta) = n.$$

Algoritmul Lu pentru calcularea distanței între doi arbori [17]:

P1. Inițializare:

$$D(0, 0) = 0$$

P2. Pentru $j = 1, m$ calculează:

$$a = h_{\alpha}^{-1}(j)$$

$$D(0, j) = N(\alpha/a) \times q$$

P3. Pentru $i = 1, n$ calculează:

$$b = h_{\beta}^{-1}(i)$$

$$D(i, 0) = N(\beta/b) \times p$$

P4. Pentru $i = 1, n$ execută

$$a = h_{\alpha}^{-1}(j)$$

Pentru $j = 1, m$ execută:

$$b = h_{\beta}^{-1}(i)$$

$$E(0, 0) = 0$$

Pentru $l = 1, t$ calculează:

$$t = r(a)$$

$$E(0, l) = E(0, l-1) + N(\alpha/a.l) \times q$$

$$E(0, t+1) = E(0, t) + q$$

Pentru $k = 1$, s execută:

$$s = r(b)$$

$$E(k, 0) = E(k-1, 0) + N(\beta/b.k) \times p$$

$$E(s+1, 0) = E(s, 0) + p$$

Pentru $k = 1$, s calculează:

$$u = h\beta(b.k)$$

Pentru $l = 1$, t execută:

$$v = h\alpha(a.l)$$

$$E(k, l) = \min \begin{cases} E(k-1, l) + N(\beta/b.k) \times p \\ E(k, l-1) + N(\alpha/a.l) \times q \\ E(k-1, l-1) + D(u, v) \end{cases}$$

Pentru $l = 1$, t calculează:

$$v = h\alpha(a.l)$$

$$E(s+1, l) = \min \begin{cases} E(s+1, l-1) + N(\alpha/a.l) \times q \\ E(s, l) + p \\ E(0, l-1) + D(i, v) \end{cases}$$

Pentru $k = 1$, s calculează:

$$u = h\beta(b.k)$$

$$E(k, t+1) = \min \begin{cases} E(k-1, t+1) + N(\beta/b.k) \times p \\ E(k, t) + q \\ E(k-1, 0) + D(u, j) \end{cases}$$

Dacă $\alpha(a) = \beta(b)$ atunci

$$r = 0$$

altfel

$$r = C(a, b)$$

$$D(i, j) = \min \begin{cases} E(s, t+1) + p \\ E(s+1, t) + q \\ E(s, t) + r \end{cases}$$

P5. $d(\alpha, \beta) = D(n, m)$

P6. STOP

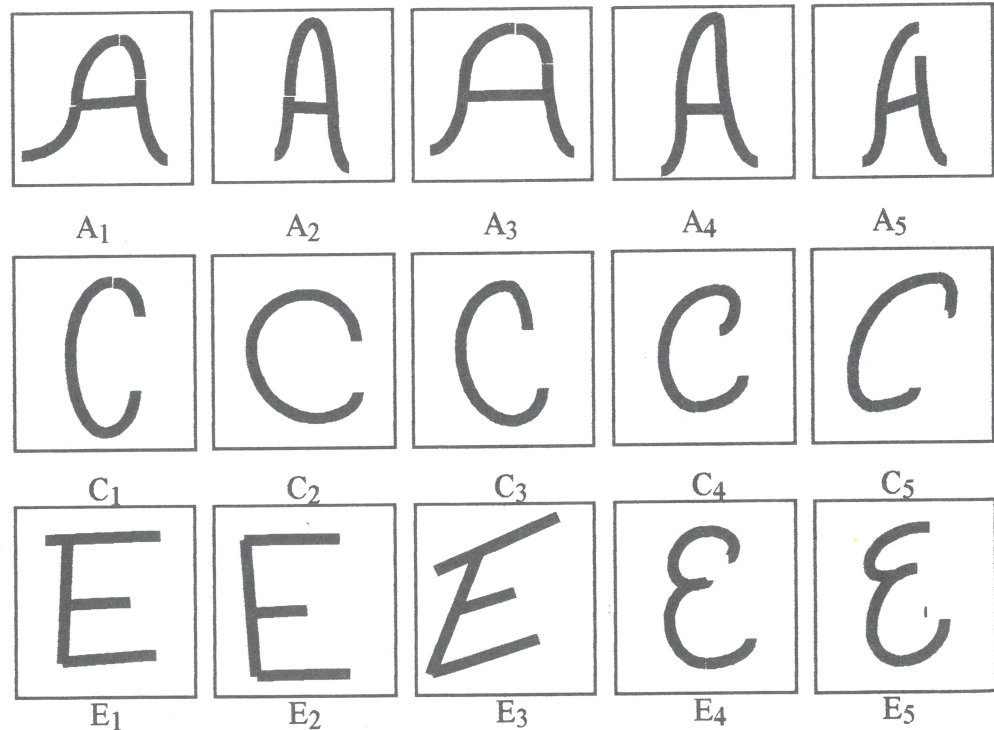


Figura. 1 Lotul de caractere folosit pentru clasificarea nesupervizată pe baza distanțelor între arbori

Metodele nesupervizate ("clustering") sunt, adesea, folosite în recunoașterea sintactică a formelor. În general, aceste metode folosesc ca măsurare a similarității între forme o distanță în spațiul de reprezentare al formelor.

În scopul verificării eficienței algoritmului descris anterior s-a realizat o aplicație de clasificare pe bază de distanțe ("clustering") a caracterelor alfa-numerice scrise de mână.

Este folosit un set de date identic cu cel din [17] și care conține 15 forme: 5 caractere din clasa "A", 5 din clasa "C" și 5 din clasa "E". Formele din acest lot sunt prezentate în figura 1.

Caracterele inițiale sunt supuse, mai întâi, unei etape de preprocesare, care constă în două operații succesive: mai întâi, se realizează operația de subțiere (thinning) [11], în urma căreia se obțin scheletele formelor de intrare, reprezentate prin linii curbe subțiri, urmând ca apoi acestea să fie approximate poligonal, pe baza unui anumit criteriu de eroare.

Tabel 1 Codificarea primitivelor folosite pentru descrierea caracterelor

Codul primitivei	Domeniul Unghiular $[\alpha_1, \alpha_2)$	
	α_1	α_2
a	$-7\pi/8$	$-5\pi/8$
b	$-5\pi/8$	$-3\pi/8$
c	$-3\pi/8$	$-\pi/8$
d	$-\pi/8$	$\pi/8$
e	$\pi/8$	$3\pi/8$
f	$3\pi/8$	$5\pi/8$
g	$5\pi/8$	$7\pi/8$
h	$7\pi/8$	$9\pi/8$

Fiecare segment de dreaptă al aproximării poligonale reprezintă o primitivă, iar codificarea lor se face în funcție de direcția pe care o au față de direcția orizontală.

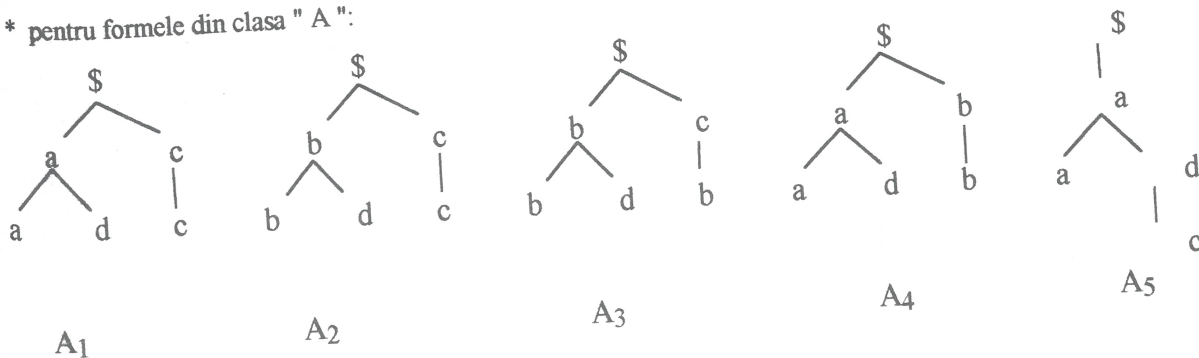
În tabelul 1, este prezentată lista codurilor atribuite primitivelor care se folosesc în descrierea formelor de intrare, împreună cu domeniul unghiular pe care îl reprezintă. Astfel, dacă α este unghiul făcut de un segment de dreaptă ale aproximării poligonale cu axa orizontală, atunci codul primitivei va fi cel corespunzător intervalului pentru care:

$$\alpha \in [\alpha_1, \alpha_2)$$

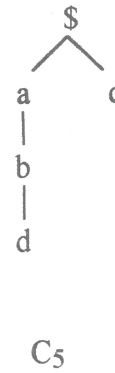
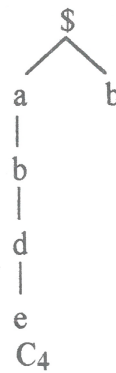
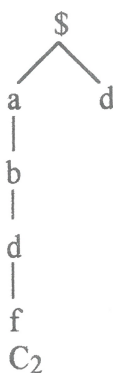
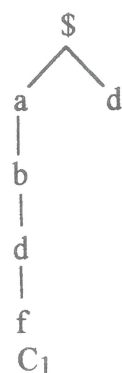
Legăturile care există între segmentele de dreaptă, care aproximează caracterele sunt folosite pentru construirea arborelui de primitive, ce constituie structura de date ce va fi prelucrată în continuare.

În urma procesului de prelucrare, descris mai sus, celor 15 caractere din lotul utilizat le corespund următoarele reprezentări de tip arbore:

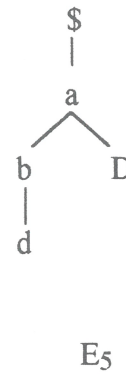
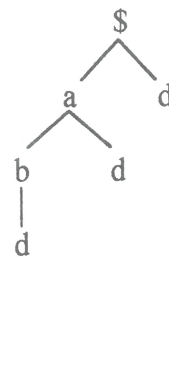
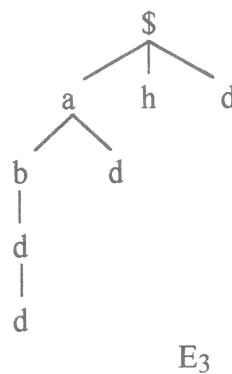
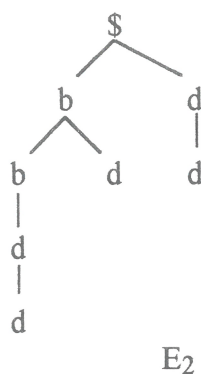
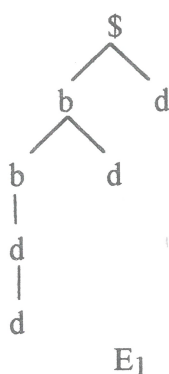
* pentru formele din clasa "A":



*pentru formele din clasa "C":



*pentru formele din clasa "E":



În tabelul 2 sunt calculate valorile medii ale distanțelor în interiorul fiecărei clase și între perechi de clase.

Tabel 2 Valorile medii ale distanțelor în interiorul fiecărei clase și între perechi de clase atunci când s-a aplicat algoritmul Lu

	Clasa "A"	Clasa "C"	Clasa "E"
Clasa "A"	2.48	4.44	4.92
Clasa "C"	4.44	1.44	3.72
Clasa "E"	4.92	3.72	2.32

Observând valorile din tabele se poate afirma că, în general, perechile de eșantioane ale aceleiași clase sunt caracterizate de valori mici ale distanței, iar între formele din clase diferite aceasta are valori mari, însă sunt și excepții când distanța dintre eșantioane din clase diferite se apropie destul de mult de distanța dintre formele aceleiași clase, uneori devenind chiar egală, cum ar fi cazul:

$$d(A_5, A_1) = d(A_5, E_5) = 3$$

Acest lucru poate fi explicat prin asemănarea fizică între caracterele respective. Astfel, în exemplul de mai sus, A5 este un caracter deformat (distorsionat), care seamănă suficient de bine cu litera E și pentru un observator uman.

2. Metode indirecte de calculare a distanței între arbori

Metodele care vor fi prezentate în continuare sunt caracterizate prin faptul că determină distanța dintre doi arbori prin intermediul transformărilor arborilor în șiruri și calcularea distanței între șirurile obținute astfel.

Vor fi prezentate trei metode rezultate prin combinarea metodelor de transformare a arborilor în șiruri și a algoritmilor de calculare a distanței între șirul de primitive, metoda clasică (Wagner-Fisher) și cea normată.

2.1. Distanța între arbori pe baza metodei delimitatorilor

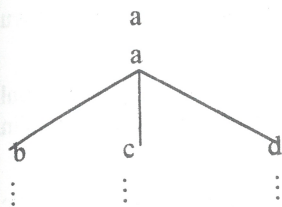
Algoritmul constă în retranscrierea structurii inițiale de tip arbore într-una de tip șir de primitive, folosind metoda delimitatorilor. Distanța se calculează prin algoritmul Wagner-Fisher clasic. Exemplificarea metodei se face folosind aceeași aplicație prezentată anterior.

Ideea acestei prime metode de transformare arbore-șir este de a folosi două simboluri delimitatoare, “(” și “)”, pentru a izola fiecare ramură a subarborilor din arborele analizat. Este evident că, pentru a putea realiza procesul de clasificare a șirurilor obținute în urma transformării, cele două caractere folosite la delimitare trebuie adăugate la mulțimea primitivelor deja existente.

Metoda de transformare este un proces iterativ, care construiește șirul prelucrând nodurile arborelui unul câte unul. Parcurgerea nodurilor arborelui se face în in-ordine, respectiv pornind de la rădăcină către extremități și de la stânga la dreapta. Pentru fiecare nod se construiește șirul după cum urmează:

- dacă un nod are un singur descendent, atunci cele două primitive părinte și copil se trec concatenate în șir;
- dacă un nod are mai mulți descendenți, atunci el este rădăcina unui subarbore și prin urmare, în șir, primitiva sa va fi urmată de scrierea între paranteze a ramurilor ce pornesc din el, în ordine de la stânga la dreapta.

Pentru exemplificare vom presupune următorul subarbore cu rădăcina a :



Porțiunea de șir obținut pentru acest subarbore are următoarea structură:

...	a	$(b \alpha)$	$(c \beta)$	$(d \gamma) \dots$	
	rădăcină subarbore	ramura din extrema stângă		Ramura din extrema dreaptă	

În care α , β și γ sunt structuri asemănătoare cu cea de sus, corespunzătoare subarborilor cu rădăcina b , c și respectiv d .

În urma aplicării metodei delimitatorilor pentru transformarea arborilor în șiruri, formele de intrare au următoarele descrieri:

$A_1: (a(a)(d))(cc)$

$A_2: (b(b)(d))(cc)$

$A_3: (b(b)(d))(cb)$

$A_4: (a(a)(d))(bb)$

$A_5: a(a)(dc)$

$C_1: (abdf)(d)$

$C_2: (abdf)(d)$

$C_3: (abe)(c)$

$C_4: (abde)(b)$

$C_5: (abd)(d)$

$E_1: (b(bdd)(d))(d)$

$E_2: (b(bdd)(d))(dd)$

$E_3: (a(bdd)(d))(h)(d)$

$E_4: (a(bd)(d))(d)$

$E_5: a(bd)(d)(d)$

În tabelul 3, sunt calculate valorile medii ale distanțelor pentru forme din aceeași clasă și, respectiv, din clase diferite.

**Tabel 3. Valorile medii ale distanțelor în interiorul
fiecărei clase și între perechi de clase folosind
algoritmul bazat pe metoda de transformare
arbore-șir a delimitatorilor**

	Clasa "A"	Clasa "C"	Clasa "E"
Clasa "A"	3.2	6.4	6.24
Clasa "C"	6.4	1.2	7.16
Clasa "E"	6.24	7.16	4.16

2.2. Distanța între arbori pe baza metodei numărului de succesori

De această dată, păstrând algoritmul de calculare a distanței între șiruri (Wagner-Fisher), se aplică pentru transformarea arborilor în șiruri metoda numărului de succesori.

Această nouă metodă de transformare arbore-șir păstrează informația structurală a arborelui prin intermediul numărului de succesori ai fiecărui nod. Aceste numere care se inserează în șirul de caractere vor face parte din mulțimea primitivelor, în procesul de clasificare a șirurilor.

În principiu, această metodă constă în parcurgerea arborelui de la stânga la dreapta, de la rădăcină către extremități, și construirea șirului de primitive prin adăugarea progresivă a etichetelor arcelor care ajung în nodul curent, urmate de numărul de succesori ai acestora.

Prin aplicarea acestei metode numărului de succesori pentru transformarea arborilor în șiruri, structurile de date echivalente formelor din figura 1 sunt:

A1: 2 a 2 c 1 a 0 d 0 c 0
A2: 2 b 2 c 1 b 0 d 0 c 0
A3: 2 b 2 c 1 b 0 d 0 c 0
A4: 2 a 2 b 1 a 0 d 0 b 0
A5: 1 a 2 a 0 d 1 c 0

C1: 2 a 1 d 0 b 1 d 1 f 0
C2: 2 a 1 d 0 b 1 d 1 f 0
C3: 2 a 1 c 0 b 1 e 0
C4: 2 a 1 b 0 b 1 d 1 e 0
C5: 2 a 1 d 0 b 1 d 0

E1: 2 b 2 d 0 b 1 d 0 d 1 d 0
E2: 2 b 2 d 1 b 1 d 0 d 0 d 1 d 0
E3: 3 a 2 h 0 d 0 b 1 d 0 d 1 d 0
E4: 2 a 2 d 0 b 1 d 0 d 0
E5: 1 a 2 b 1 d 0 d 0

**Tabel 4. Valorile medii ale distanțelor în interiorul
claselor și între perechi de clase în cazul
aplicării metodei bazată pe transformarea
arbore-șir a numărului de succesori**

	Clasa "A"	Clasa "C"	Clasa "E"
Clasa "A"	2.64	5.48	7.6
Clasa "C"	5.48	1.92	7.08
Clasa "E"	7.6	7.08	5.28

2.3. Distanța dintre arbori pe baza metodei delimitatorilor și a distanței normale între șiruri

Această metodă este o îmbunătățire a celei prezentate în 2.1, atât timp cât folosindu-se aceeași metodă de transformare a arborilor în șiruri de primitive, respectiv metoda delimitatorilor, se încearcă o optimizare prin calcularea distanței între șiruri cu algoritmul Wagner-Fisher în variantă normală.

Folosind această metodă de transformare a arborilor în șiruri este evident că structurile de date folosite pentru acest algoritm sunt aceleași cu cele din 2.1.

Prin calcularea distanțelor normale între șiruri se obțin valorile distanțelor medii din tabelul 5.

Tabel 5 Valorile medii ale distanțelor în interiorul fiecărei clase și între perechi de clase folosind transformarea arbore=șir cu delimitatori și distanța Wagner-Fisher normală

	Clasa "A"	Clasa "C"	Clasa "E"
Clasa "A"	0.25	0.53	0.44
Clasa "C"	0.53	0.13	0.52
Clasa "E"	0.44	0.52	0.27

3. Concluzii

Pentru o mai bună comparare a metodelor prezentate, în tabelul 6 s-au folosit o serie de parametri ce caracterizează calitatea clasificării formelor, prin intermediul cărora se realizează o prezentare mult mai concentrată a performanțele acestor algoritmi.

Tabel 6 Comparație între parametrii de caracterizare a calității clasificării

Parametrii comparați	Metoda directă (Lu)	Met. delimit. Dist. clasica	Met. nr. succ. dist. clasic	Met. delimit. dist. normală
Distanța medie intraclasă	2.1	2.85	3.28	0.21
Distanța medie interclase	3.02	6.6	6.72	0.5
distanța medie interclase	1.43	2.31	2.05	2.38
distanța medie intraclasa	0.66	0.66	0.96	0.61
distanța maxima intraclasa				
distanța minima interclase				
Timp de procesare a unei forme [secunde]	0.22	0.06	0.06	0.06

Se poate observa din acest tabel că rezultatele metodelor indirecte sunt mai bune decât cele obținute prin metoda directă a lui Lu, iar dintre metodele indirecte, la metoda care folosește distanța Wagner - Fisher normală se constată o ușoară superioritate.

Raportul (distanță medie interclase/distanță medie intraclasă) este un parametru ce caracterizează separabilitatea între clase. Aceasta este cu atât mai mare cu cât formele sunt mai concentrate în jurul mediilor, deci, o distanță medie intraclasă mai mică și, respectiv, cu cât distanța între clase este mai mare, ceea ce este echivalent cu o valoare mai mare a raportului (distanță medie interclase/distanță medie intraclase). Din tabelul 6 se observă că valoarea acestui parametru este de 1,43 pentru algoritmul lui Lu, iar pentru metodele indirecte este mai mare de 2, ajungând la valoarea maximă 2,38 în cazul metodei care folosește distanța normală și transformarea arbore-șir cu delimitatori.

Un alt parametru analizat este raportul (distanță maximă intraclasă/distanță minimă interclase), care, în esență, caracterizează calitatea clasificării pentru formele aflate la granița dintre clase. Algoritmul este mai bun cu cât acest parametru este mai mic, deoarece este evident că cea mai mare distanță între formele aceleiași clase

trebuie să fie cât mai mică, iar cea mai mică distanță între forme din clase diferite trebuie să fie cât mai mare. Dacă acest raport ia valoarea 1 sau mai mare ca 1, rezultă că există forme în lot pentru care distanța între formele aceleiași clase devine egală sau respectiv mai mare decât distanța între forme din clase diferite, ceea ce înseamnă că apar clasificări greșite. Însă problema nu este atât de gravă cât timp raportul rămâne apropiat de valoarea 1, deoarece acest parametru caracterizează valorile extreme ale repartiției distanțelor între forme.

Din punct de vedere al acestui parametru se poate constata o ușoară superioritate a algoritmului bazat pe distanța normată și transformarea cu delimitatori (0,61) față de ceilalți algoritmi, pentru care s-au obținut 0,66 și, respectiv, 0,96.

Ultimul parametru analizat este timpul necesar calculării respectivelor distanțe. Trebuie constatat iarăși că metodele indirecte sunt mai bune, respectiv timpul este de 0,06 secunde față de 0,22 secunde necesare prelucrării în cazul algoritmului direct al lui Lu.

Bibliografie

1. **ANREWS, H. C.**: Introduction to Mathematical Techniques in Pattern Recognition, Wiley, New York, 1972.
2. **ATANASIU, I., MATEESCU, A.**: Limbaje formale, București, 1990.
3. **BUNKE, H.**: Attributed Programmed Graph Grammars and Their Application to Schematic Diagram Interpretation to Texture Analysis. În: I.E.E.E. Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., vol. PAMI -4, no. 6, Nov. 1982, pp. 1103-1114.
4. **ESHERA, M.A., FU, K. S.**: A Graph Distance Measure for Image Analysis. În: I.E.E.E. Trans. Syst., Man, Cybern., vol. SMC-13, no. 3, March 1994, pp. 398-408.
5. **EVANS, T.G.**: Grammatical Inference Techniques in Pattern Analysis. În: Software Engineering, vol. 2, J. T. Tou (Ed.), Academic Press, New York, 1971.
6. **FILIPSKI, A. J.**: A Least Mean - Squared Error Approach to Syntactic Classification", I.E.E.E. Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., vol. PAMI - 2, no. 3, March 1980, pp. 252-255.
7. **GRIGORE, O.**: Syntactical Clustering Using the Guided Random Search Method. În: A Special Issue of Buletinul Științific al Universității "Politehnica" Timișoara and Trans. Automatic Control and Computer Science and Engineering, Nov. 1996, pp. 174-182.
8. **GRIGORE, O.**: Syntactical Clustering Using Genetic Algorithms. În: Real World Applications on Intelligence Technologies, Ed. Academiei Române, 1996.
9. **GRIGORE, O.**: Syntactical Self - Organization Map, Computational Intelligence, Theory and Applications, B. Reusch (Ed.), Springer, Dortmund 1997, pp. 101-109.
10. **GRIGORE, O.**: The Cumulative Inference algorithm for Regular Grammars. În: Proc. of the 10-th Scandinavian Conference on Image Analysis, June 1997, Finland, pp. 191-199.
11. **GONZALEZ, R. C., WINTZ, P.**: Digital Image Processing, Addison - Wesley, MA 1996.
12. **LAM, L., LEE, S. W., SUEN, S. Y.**: Thinning Methodologies - A Comprehensive Survey. În: I.E.E.E. Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., Vol. PAMI-14, No. 9, Sept. 1992, pp. 869-885.
13. **LEMONE, K. A.**: Similarity Measures Between Strings Extended to Sets of Strings", I.E.E.E. Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., vol. PAMI-4, no. 3, May 1982, pp. 345-347.
14. **LU, S. Y., FU, K. S.**: Error - Correcting Tree Automata for Syntactic Pattern Recognition and Image Processing", RPI, Troy, NY 1977, pp. 115-127.
15. **LU, S. Y., FU, K. S.**: A Sentence - to - Sentence Clustering Procedure for Pattern Analysis. În: I.E.E.E. Trans. Syst., Man, Cybern., vol. SMC-8, no. 5, May 1994, pp. 219-227.
16. **LU, Y.**: A Tree- to -Tree Distance and Its Application to Cluster Analysis. În: I.E.E.E. Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., vol. PAMI - 1, no. 2 April 1979.
17. **LU, Y.**: A Tree- to -Tree Distance and Its Application to Cluster Analysis. În: I.E.E.E. Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., vol. PAMI - 1, no. 2 April 1979.
18. **NEAGOE, V.-E., STĂNĂȘILĂ, O.**: Teoria recunoașterii formelor, Ed. Academiei Române, București, 1992.
19. **PAVLIDIS, T.**: Structural Pattern Recognition, Springer - Verlag, Berlin, 1977.
20. **WAGNER, R. A., FISHER, M. J.**: The String to String Correction Problem. În: J. Ass. Comput. Mach., vol. 21, no. 1, Jan. 1974, pp. 42-51.