

METAMORFOZELE ȘTIINȚEI

Neculai Andrei

*Institutul de Cercetare Dezvoltare în Informatică, ICI, București
Centrul de Modelare și Optimizare Avansată*

Rezumat: Moștenirea filosofică și științifică de-a lungul unei perioade de peste 2000 de ani a fost sub influența lui Aristotel. Acesta are contribuții importante în introducerea logicii ca instrument fundamental de raționare și de obținere a concluziilor corecte, precum și în împărțirea fenomenelor naturale în categorii în care se identifică un anumit grad de organizare sistematică. Lucrarea prezintă cele două metamorfoze a științei. Prima, remarcată în intervalul de timp de la 1570 la 1790, se referă la precizarea importanței observațiilor experimentale și introducerea ecuațiilor matematice, adică a modelării matematice. Esența primei metamorfoze a științei este introducerea modelelor matematice și definirea primatului matematicii, adică eliberarea de sub primatul existenței. A doua, mult mai recentă, după anul 1890, consemnează pierderea inocenței deductivității, pierderea inocenței determinismului, afirmarea instabilității modelelor matematice ale sistemelor închise, precum și caracterul incomplet al sistemelor formale. Esența celei de-a doua metamorfoze a științei este digitalizarea, adică coborârea în computațional a conceptelor matematice, altfel spus ieșirea de sub primatul matematicii și reîntoarcerea sub primatul existenței în sensul confruntării soluțiilor modelelor matematice cu realitatea fizică.

Cuvinte cheie: Prima metamorfoză a științei, a doua metamorfoză a științei, deductivitate, determinism, instabilitate structurală, completitudinea sistemelor formale.

1. Introducere

Știința este un organism viu, cu caracter necesar, care se definește continuu în ea însăși. În secțiunea anterioară am văzut modul cum au evoluat filosofia și știința. În această secțiune vom detalia această evoluție în sensul de a preciza schimbările care au apărut în fundamentele operaționale și filosofice ale științei. Precizăm că prin știință înțelegem acea activitate care încearcă înțelegerea lumii prin intermediul unor „observabile” cuantificabile prin experimente (ideal reproductibile), care pot fi utilizate în descrieri logice formale, adică în modele matematice.

Vorbind despre metamorfozele științei trebuie să ne reamintim de Metamorfozele lui Publius Ovidius Naso - Ovidiu -, marele elegiac latin, poetul „noii elocințe” și singurul care poate sta alături de Vergiliu și Horațiu. Capodoperă a literaturii latine, atingând dimensiunile Iliadei lui Homer, Metamorfozele lui Ovidiu, în cele XV cărți ale ei, începând cu cea dintâi și cea mai grandioasă metamorfoză - creația lumii -, descrie peste 240 de preschimbări de oameni în alte făpturi, în plante, flori, arbori, constelații etc. Metamorfozele este singura operă a Antichității care cuprinde într-o manieră unitară transformarea Naturii făcând apel la mituri și legende. Târziu, mult mai târziu, s-a conștientizat noțiunea de metamorfoză în descrierea științifică a Naturii.



Ovidiu (34 î.Hr. - 17 A.D.)

Atât de mult s-a transformat știința încât astăzi nu mai facem considerații, nu mai vorbim, despre Natură „în sine”, ci despre reprezentarea matematică a acesteia.

Moștenirea științifică de-a lungul unei perioade de 2000 de ani a fost sub influența lui Aristotel. Printre cele mai importante contribuții ale sale menționăm introducerea logicii ca instrument de raționare și de obținere a concluziilor corecte, precum și împărțirea fenomenelor naturale în categorii în care se identifică un anumit grad de organizare sistematică. Această diviziune a studiului fenomenelor naturale în categorii a determinat o ieșire din perspectiva holistică, permițând astfel o înțelegere mult mai profundă a Naturii. În același timp aceasta a permis introducerea și utilizarea conceptelor reduționiste care au avut un impact filosofic important asupra științei.

2. Prima metamorfoză a științei

Aproximativ, în intervalul de timp de la 1570 la 1790 un număr de oameni de știință veritabili au reușit să transforme moștenirea lui Aristotel în ceea ce se recunoaște astăzi a fi „metoda științifică standard”. Întru-cât, atât înainte cât și după această perioadă conceptul de știință s-a schimbat fundamental, cred că ne putem referi la această schimbare ca *prima metamorfoză a științei*. În principal,

aceasta se datorează lui T. Brahe, J. Kepler, G. Galileo, I. Newton, G.W. Leibniz, L. Euler și J.L. Lagrange. Contribuția acestor personalități științifice a fost stabilirea a două proceduri operaționale care au format fundamentul științelor naturale moderne pentru mai bine de 100 de ani și care reprezintă esența primei metamorfoze a științei.

Prima procedură operațională, afirmată de Brahe, Kepler și Galileo, arată importanța *observațiilor experimentale*, care ilustrează comportarea reală a naturii, așa cum se dezvăluie ea, și nu ceea ce credem noi sau ne-ar plăcea nouă cum să fie această comportare. Un experiment fizic utilizează anumite instrumente foarte subiectiv selectate cu care se măsoară anumite „observabile” între care se întrevăd anumite corelații. Aceste măsurători conduc la un set finit de date luate într-un interval de timp finit. Condiția esențială este ca experimentele să fie reproductibile (cu o acuratețe dată) și comparabile, în situații similare, cu cele făcute de alți experimenatori.

A doua procedură operațională a științei a fost *introducerea ecuațiilor matematice* care descriu dinamica sistemelor mecanice. Newton a fost primul care a conștientizat generalitatea unei astfel de descrieri când a formulat conceptul de atracție gravitațională universală, scufundând astfel mișcarea corpurilor cerești și a corpurilor terestre în același cadru formal. La început modelarea matematică implica legarea unor măsurători fizice spațio-temporale în ecuații sau construcții matematice simple. Limbajul matematic al lui Galileo și chiar al lui Newton era unul geometric și algebric, așa cum era matematica în timpul lor. Analiza lui Newton avea un caracter geometric, dar conținea, într-o manieră verbală, concepte limită care mai târziu s-au formalizat în ecuații diferențiale care au devenit forma standard cu care operează știința. Acest proces de clarificare și formalizare, care a durat cam 60 de ani de la publicarea „*Principiei*” lui Newton în 1687, a culminat cu „*Mecanica*” lui Euler din 1750 și „*Mecanica Analitică*” a lui Lagrange din 1788 [27]. Introducerea ecuațiilor diferențiale, cu alte cuvinte *modelarea matematică*, a avut consecințe extraordinare în dezvoltarea științei. Aceasta a permis introducerea unor concepte metafizice, unele bazate pe puterea deductivității în cadrul sistemelor formale, altele mult mai subtile bazate pe natura continuă a modelelor matematice. Înainte de a discuta conceptele filosofice și tehnice care rezultă din modelele matematice, trebuie să menționăm faptul că, așa cum a fost definită de Leibniz, *matematica este o știință a infinitului*. Încă din timpul lui Cantor, prin 1870, matematica s-a definit în acest mod. În timp ce Aristotel, Galileo, Leibniz și Gauss recunoșteau posibilitatea extinderii indefinite a anumitor mulțimi (mulțimi potențial infinite), Cantor a introdus conceptul de mulțime ca infinită în ea însăși (viziune admisă de Russell și Hilbert, dar rejectată de Poincaré). Remarcăm imediat că de orice tip ar fi mulțimile, potențial sau în mod real infinite, astfel de mulțimi sunt distincte de mulțimile esențialmente finite utilizate în cadrul experimentelor fizice. Mijlocul prin care mulțimi finite de date experimentale sunt transformate în modele matematice scufundate în lumea formală a ecuațiilor matematice continue este foarte misterios și se numește „*inducție științifică*”. Menționăm că „*inducția logică*” înseamnă obținerea de concluzii asupra tuturor membrilor unei clase din examinarea numai a câtorva membri ai acelei clase. Deoarece nu există nici o garanție că observațiile fizice constituie „câțiva membri” ai unei clase de soluții a unor ecuații diferențiale, rezultă că inducția științifică implică o extrapolare foarte importantă. Atitudinea filosofică față de acest mod de abordare constă în acceptarea ideii conform căreia observațiile fizice sunt într-adevăr exemple speciale de soluții ale unor ecuații diferențiale. Totuși, trebuie să menționăm că fiecărei observații fizice, definită în corpul numerelor reale, îi corespunde un continuum de stări matematice, și deci un continuum de soluții ale unui sistem de ecuații diferențiale. Ca atare, starea fizică nu este un exemplu special a unei soluții matematice, ci mai degrabă o reprezentare a unui număr infinit de soluții matematice. O altă cale prin care infinitul a pătruns în modul nostru de gândire a fost fără îndoială conștientizarea conținutului infinit al variabilei matematice timp. În cadrul experimentelor fizice nu există nici o rațiune de a introduce concepte care se bazează pe conținutul infinit al timpului. Este foarte simplu să extindem limita timpului, dar fizic aceasta este irelevantă. Mai important este faptul că acest concept induce iluzia caracterului fizic-predictibil la infinit al modelelor matematice.

Rezultatul acestei prime metamorfoze a științei a fost stabilirea unei metode standard de investigație științifică bazată de observații experimentale și postularea și exprimarea unor generalizări ale acestora, printr-un proces inductiv, în forma ecuațiilor diferențiale. Avantajul utilizării ecuațiilor matematice este posibilitatea aplicării regulilor logice ale lui Aristotel, care permit oamenilor de știință să facă inferențe (deducții) logice din condiții inițiale (premise) date. Astfel, presupunând că aceste deducții logice se pot face, și că se dispune de un „dicționar” care asociază informațiile fizice cu cele matematice, atunci este posibil ca pe baza modelelor matematice să se facă multe predicții ale unor evenimente care anterior nu erau observate. Acestea, la rândul lor pot fi testate experimental, conducând astfel, pe baza unor noi procese inductive, la o rafinare a modelelor matematice etc. Se instituie astfel un *ciclu metodologic* (un proces iterativ) numit *metoda științifică*, care este acceptată astăzi de majoritatea oamenilor de știință.

Apare o întrebare: *care este moștenirea filosofică și teoretică a primei metamorfoze a științei ?*

Referindu-ne la *moștenirea filosofică*, remarcăm faptul că, cu excepții notabile (Popper, Kuhn), filosofiile științei nu sunt citați sau citați de oamenii de știință. Filosofia științei este făcută de oamenii de știință înșiși. Succesele metodei științifice, așa limitate cum sunt, au generat o serie de credințe despre cum evoluează universul. Mai mult, aceasta a permis consolidarea, la nivelul unei axiome, a credinței referitoare la abilitatea noastră de a înțelege orice din univers. Ideile filosofice, care sunt o moștenire directă a primei metamorfoze a științei, se pot sintetiza în modul următor:

- universul este guvernat de anumite „legi fundamentale“, care se prezintă ca o mulțime de axiome supusă unor reguli logice;
- aceste legi fundamentale se pot determina printr-un proces de reducere care implică perechi de interacțiuni;
- procesul de sinteză prin care aceste legi pot fi utilizate pentru a predicționa starea macroscopică a universului este cunoscut;
- o dată ce aceste legi sunt obținute, în principiu, este posibil să deducem toate fenomenele macroscopice;
- stările fizice ale Naturii se află într-o corespondență bijectivă cu stările matematice ale ecuațiilor diferențiale care descriu acea porțiune a Naturii;
- se pot obține informații asupra unei stări fizice a unui sistem, (adică toate variabilele asociate modelului sistemului fizic considerat se pot calcula) cu orice acuratețe;
- (Concluzie) Determinismul matematic este același cu determinismul fizic.

Totuși, trebuie să accentuăm că o examinare profundă a rezultatelor primei metamorfoze a științei, pe care se bazează ideile de mai sus, arată că succesele acestei metamorfoze se datorează faptului că fenomenele fizice sunt modelate prin ecuații foarte simple. Când au apărut opinii cu privire la relațiile fundamentale dintre experimentele fizice și modelele matematice, acel fenomen misterios de trecere de la experiment la teorie, atunci s-au ivit confuzii și divergențe. De fapt eșecul prea marii încrederi în posibilitatea captării tuturor adevărilor despre natură în sisteme matematice de o anumită factură (nu neapărat sisteme de ecuații diferențiale) a constituit apariția celei de-a doua metamorfoze a științei.

Moștenirea teoretică a primei metamorfoze este mult mai valoroasă și după cum vedem, noi astăzi, consumăm în viața de zi cu zi această moștenire. Înainte de a menționa câteva dintre cele mai importante moșteniri trebuie să remarcăm caracterul foarte eterogen al legilor, teoriilor, principiilor și explicațiilor aproximative care s-au elaborat de-a lungul ultimilor trei secole. Într-adevăr vedem că fiecare domeniu de activitate se dezvoltă independent și este caracterizat de principiile, legile, teoriile și explicațiile aproximative proprii lui. Explicarea legilor lui Kepler prin teoria gravitației universale a lui Newton reprezintă una dintre puținele, și deci un exemplu excepțional, al procesului de unificare a teoriilor fundamentale ale Naturii. A doua metamorfoză a științei este în legătură directă cu această schimbare a caracterului și obiectivelor științei.

Fără a intra în detalii aici, menționăm că moștenirea teoretică a primei metamorfoze a științei se realizează în:

- Teoria gravitației universale a lui Newton;
- Legile termodinamicii. Ireversibilitatea;
- Teoria cinetică a gazelor a lui Boltzmann;
- Teoria macroscopică a câmpului electromagnetic a lui Maxwell;
- Teoria echilibrului mecanicii statistice a lui Boltzmann-Gibbs;
- Teoria hidrodinamicii a lui Euler, Navier și Stokes;
- Teoria elasticității;
- Teoria mișcării Browniene a lui Einstein;
- Teoria relativității speciale și generale a lui Einstein;
- Teoria ondulatorie a mecanicii cuantice a lui Schrödinger;
- Principiul de excluziune al lui Pauli;
- Principiul de incertitudine al lui Heisenberg;

- Teoriile electrodinamicii cuantice;
- Teoria superconductivității a lui Bardeen-Cooper-Schrieffer;
- Teoriile echilibrului economic;
- Legile ecologiei.

Opinia generală este că toate acestea reprezintă aproximări ale înțelegerii pe care o avem despre Natură. Unele teorii reprezintă aproximații ale unora mai generale, în sensul incluziunii. Altele sunt aplicații directe ale altor teorii etc. Toate aceste aproximări implică introducerea unor concepte logic independente, concepte care nu sunt deduse din teorii și care atât logic cât și empiric sunt disjuncte. Mai mult, aceste concepte sunt proprii domeniului respectiv.

Principiile, legile, teoriile și explicațiile aproximative, proprii domeniilor menționate mai sus, reprezintă cea mai bună înțelegere pe care o avem asupra fenomenelor naturale. Ele sunt „ferestre” către Natură, care formează fundamentul științei. Provocarea constă în găsirea unor noi structuri conceptuale care să unifice aceste ferestre.

3. A doua metamorfoză a științei

Aceasta a început în preajma anului 1890 când s-au descoperit anumite *limite fundamentale privind abilitatea noastră de a utiliza deducția în cadrul ciclului metodologic care definește metoda științifică*, în special în rezolvarea analitică a problemei celor trei corpuri și soluția dată de Bruns în 1887, precum și teorema lui Poincaré din 1890 [17]. Aceasta a fost urmată de un alt rezultat matematic, din 1913 al lui Birkhoff [10], [11], [12] asupra teoremei lui Poincaré, care arată că *dicționarul care asociază informațiile fizice cu cele matematice și care permite obținerea de predicții fizice, în cele mai multe cazuri nu se poate construi, decât numai în cazul utilizării unui înțeles mult mai limitat al noțiunii de predicție*. Mai mult, alte descoperiri matematice, făcute între alții de Andronov [5] și Pontriagin [28] și apoi de Zeeman [31], [32], înregistrate de-a lungul timpului începând cu 1935 și până prin 1988, au arătat că *partea inductivă a ciclului metodologic este mult mai fragilă decât se spera, idealizarea că sistemele se pot trata ca făpturi izolate din univers, așa de frecvent utilizată în teorii, nu se poate utiliza pentru a stabili proprietăți de stabilitate structurală ale acestor teorii*. În final, în 1931, Kurt Gödel a făcut o descoperire uimitoare: *utilizând principiile logice generale nici consistența, nici completitudinea, oricărui sistem matematic suficient de general, nu se poate demonstra în acel sistem*. Deoarece toate aceste descoperiri se refereau la ceea ce oamenii de știință credeau și considerau a fi baza lor, fundamentul lor - *matematica* -, rezultă că aceste descoperiri au avut un impact profund asupra fundamentelor filosofice privind posibilitatea predicției în Natură. Aceste descoperiri se instituie ca o pierdere a inocenței oamenilor de știință. A doua metamorfoză a științei consemnează tocmai acest lucru: *pierderea inocenței deductivității; pierderea inocenței determinismului; instabilitatea modelelor matematice a sistemelor închise; precum și caracterul incomplet al sistemelor formale*. Accentuăm că această pierdere a inocenței și digitalizarea reprezintă esența celei de-a doua metamorfoze a științei [21].

3.1. Pierderea inocenței deductivității

Problema Newtoniană a celor n – corpuri este o generalizare a sistemului solar, fiind studiată încă din timpul lui Newton. Considerăm în spațiul R^3 un număr de n corpuri de mase $m_i > 0$, $i = 1, \dots, n$, care se atrag fiecare cu o forță direct proporțională cu produsul maselor lor și invers proporțională cu pătratul distanței dintre ele. Ecuațiile de mișcare ale acestui sistem de corpuri (puncte materiale) se exprimă ca un sistem de $6n$ – ecuații diferențiale:

$$\begin{aligned}\dot{q} &= M^{-1} p, \\ \dot{p} &= g \nabla U(q),\end{aligned}$$

unde $q = (q_1, \dots, q_n)$ este configurația sistemului de puncte în care $q_i = (q_i^1, q_i^2, q_i^3)$ sunt coordonatele punctului de masă m_i , $p = M\dot{q}$ este momentul, M este o matrice diagonală $3n \times 3n$ – dimensională cu elementele $m_1, m_1, m_1, \dots, m_n, m_n, m_n$ și zero în rest, g este constanta gravitațională, iar

$$U(q) = \sum_{1 \leq i < j \leq n} \frac{m_i m_j}{|q_i - q_j|}$$

este funcția potențial, $-U(q)$ fiind energia potențială [18]. Rezultatele standard din teoria ecuațiilor diferențiale ne asigură existența și unicitatea unei soluții analitice a sistemului de ecuații de mai sus, pentru orice valori inițiale care nu aparțin mulțimii de coliziune

$$\Delta = \bigcup_{1 \leq i < j \leq n} \Delta_{ij}, \text{ unde } \Delta_{ij} = \{q \in R^{3n} : q_i = q_j\}.$$

Această problemă a fost formulată de Newton în *Principia*, dar Euler [1767] a fost cel care a scris ecuațiile în forma de mai sus. Problema celor două corpuri ($n = 2$) a fost analizată de Kepler în 1609 și rezolvată de Newton în 1687. Mișcarea relativă a unui corp în raport cu altul este planară și în funcție de condițiile inițiale aceasta poate fi un cerc, o elipsă, o parabolă, o ramură a unei hiperbole sau o linie, caz în care pot apare ciocniri ale corpurilor, ciocniri care au avut loc în trecut sau vor avea loc în viitor. Cele trei legi ale lui Kepler se pot imediat obține din sistemul de ecuații diferențiale de mai sus. Problema celor trei corpuri ($n = 3$) a constituit preocuparea principală de pe la mijlocul anilor 1700 până către 1900. Chestiunea era că această problemă, care constă în calculul interacțiunilor dintre trei mase plasate în câmp gravitațional, a sfidat toate încercările de soluționare analitică. Prima încercare de a înțelege problema celor trei corpuri a fost de natură cantitativă, în sensul găsirii explicite a soluțiilor acesteia. În 1767, Euler a găsit orbitele periodice coliniare. Mai târziu, în 1772, Lagrange [24] a găsit anumite soluții periodice care zac în vârfurile unui triunghi echilateral care periodic se dilată sau se contractă. O altă abordare a acestei probleme a fost aceea de a reduce dimensiunea sistemului prin intermediul integralelor prime. Într-adevăr, ecuațiile de mișcare ale acestui sistem de trei corpuri conțin 18 variabile care sunt pozițiile și vitezele corpurilor. Ca atare, aceste ecuații admit 18 constante ale mișcării, adică 18 funcții care depind de poziție și de viteză, care nu se schimbă în timp. În 1887, Heinrich Bruns a demonstrat că în problema celor trei corpuri 10 integrale clasice (trei date de poziția centrului de masă, trei pentru viteza centrului de masă, trei pentru momentul unghiular și una pentru energie) sunt singurele integrale exprimabile ca funcții algebrice. Ținând seama de simetrie, aceste integrale permit deci reducerea sistemului celor trei corpuri de la dimensiunea 18 la 7. Bruns a arătat că nu există mai multe integrale liniar independente exprimabile ca funcții algebrice de q, p și t , arătând astfel limitele metodelor cantitative și deci ale deductivității.

Acest rezultat l-a condus pe Poincaré să încerce o abordare calitativă. În 1883, acesta a publicat o scurtă notă dedicată acestei probleme „*On some particular solutions of the Three-Body Problem*”. Aici el aplică o generalizare, datorată lui Kronecker, a teoremei de medie pentru a demonstra existența a trei tipuri de soluții periodice relative. Mai târziu toate aceste rezultate vor fi introduse în lucrarea sa „*New Methods of Celestial Mechanics*” publicată în trei volume în 1892, 1893 și respectiv 1899.



Jules Henri Poincaré (1854-1912)

În această lucrare excepțională Poincaré dezvoltă memoriul „*On the Three-Body Problem and the equations of Dynamics*” care a fost premiat de regele Oscar al Suediei în 1889. În această lucrare Poincaré a pus bazele mai multor ramuri ale matematicii: teoria sistemelor dinamice, teoria haosului, topologia algebrică etc. Poincaré a încercat să înțeleagă geometria spațiului stărilor și comportarea relativă a orbitelor și să răspundă la chestiunea stabilității, mișcarea asimptotică la infinit, existența orbitelor periodice, soluții singulare etc. arătând că pentru această problemă nu se cunosc integrale exprimabile prin funcții analitice. Rezultatul lui Poincaré zice că pentru orice sistem Hamiltonian care exprimat în variabilele acțiune-unghi (j, ω) este o funcție analitică de un parametru de perturbare ε ,

$$H(j, \omega, \varepsilon) = H_0(j) + \varepsilon H(j, \omega)$$

unde $H(j, \omega)$ sunt funcții periodice în ω_i , $i = 1, \dots, n$, și Hessianul $\partial^2 H_0 / \partial j_i \partial j_k$ nu se anulează identic,

nu există integrale analitice ale mișcării (exprimabile ca serii de puteri) în $\mathcal{E}$ și periodice în toți ω , altele decât Hamiltonianul sistemului. Rezultatul lui Poincaré este foarte important și merge dincolo de problema celor trei corpuri ținând chiar la fundamentul singurei metode sistematice cunoscute de matematicieni pentru rezolvarea unor astfel de probleme, metodă utilizată de Poincaré, anume metoda perturbațiilor.

În studiul traiectoriilor posibile pentru această problemă Poincaré a descoperit dependența sensibilă a traiectoriei de condițiile inițiale, în sensul că diferite condiții inițiale conduc la traiectorii simple sau deosebit de complexe.

Pentru această problemă s-au obținut soluții aproximative, în particular pentru sistemul de trei corpuri format din Terra-Luna-Soare, în care calculele au fost făcute utilizând serii cu mii de termeni. În 1912 Karl Sundman a găsit o serie infinită care în principiu ar putea fi sumată pentru a obține o soluție a problemei, dar convergența acestei serii este extrem de lentă. Ca atare, s-a concluzionat că problema celor trei corpuri nu se poate rezolva în termenii unor integrale algebrice sau analitice. Acesta a fost un rezultat negativ foarte important care arată limitele procedurilor deductive [21].

3.2. Pierderea inocenței determinismului

În esența lucrurilor există o mare deosebire între abordarea inginerescă și cea matematică a unei probleme. Pentru orice inginer este un truism faptul că starea oricărui sistem nu se poate determina decât cu o anumită acuratețe finită, și că sub nici o formă nu se poate admite că această acuratețe poate fi oricât de mare. Acest punct de vedere, de altminteri foarte realist, nu este acceptat imediat de matematicieni care de obicei ignoră complexitatea spațiului ingineresc. Trăind sub primatul matematicii, deseori aceștia au o abordare inocentă (ca să nu spunem naivă sau credulă) în ceea ce privește puterea noastră de a asocia valori parametrilor și condiții inițiale sistemelor fizice. Mai mult, de obicei nu se conștientizează că această pierdere de acuratețe are un impact profund asupra predicțiilor pe care dorim să le facem în viitor. Totuși trebuie să notăm că această pierdere a determinismului nu se aplică în egală măsură tuturor sistemelor. Acest fapt explică de ce metodele ingineresti lucrează foarte bine în practică și de ce predicțiile pe care le facem pe baza modelelor matematice (ingineresti) dau rezultate foarte bune. Totuși de îndată ce căutăm explicații (în sensul predictiv) ale comportării sistemelor dinamice, vedem că această pierdere a determinismului are o importanță foarte mare atât în practică cât mai ales în ceea ce privește înțelegerea filosofică a Naturii.

Pierderea inocenței determinismului rezultă tot din studiile lui Poincaré și ale lui Birkhoff [10] asupra problemei restrânse a celor trei corpuri. Teorema demonstrată de Birkhoff, și care a arătat viziunea lui Poincaré asupra sistemelor dinamice, zice că în orice sistem Hamiltonian neintegrabil orice vecinătate a unei orbite periodice de tip eliptic conține o infinitate de orbite periodice de tip atât eliptic cât și hiperbolic și cel mult o mulțime finită de astfel de orbite au perioada mai mică decât o constantă dată. Deși acest rezultat al lui Poincaré și Birkhoff nu a provocat o mișcare deosebită în lumea științifică, totuși Borel [1914] a luat foarte în serios această problemă atrăgând atenția asupra naturii determinismului când este aplicat la un sistem de mai multe corpuri. De exemplu, el a calculat că o eroare de $10^{(-100)}$ în condițiile inițiale ale unei molecule dintr-un gaz face imposibilă predicționarea ciocnirilor moleculare pentru mai mult decât o fracțiune de secundă. Astfel, în mod real determinismul unui sistem de corpuri este imposibil pentru perioade de timp mai mari decât o fracțiune de secundă. Este important de notat că această incertitudine Poincaré-Borel, această pierdere a determinismului altfel spus, precede cu mulți ani principiul de incertitudine al lui Heisenberg și este mult mai relevant în ceea ce privește limitele posibilităților noastre de predicție pe care le avem la nivel macroscopic [21].

Incertitudinea precizată de Poincaré și Borel se datorează imposibilității de a asigura valori numerice exacte variabilelor care exprimă dinamica sistemelor în modele matematice pe de-o parte, și faptului că în realitate sistemele nu sunt izolate, pe de altă parte. Dar, ceea ce trebuie accentuat aici este faptul că incertitudinea în modelele matematice diferențiale este mult mai mare decât micile imprecizii în asignarea valorilor inițiale pentru variabilele care exprimă dinamica sistemului. Și aceasta se datorează faptului că nu toate variabilele pot fi observate simultan, multe dintre acestea aflându-se în „umbră informațională” a altora. De exemplu, pentru problema celor n — corpuri multe dintre acestea se află în „umbră” altora, astfel neputându-li-se asigura valori numerice inițiale.

3.3. Pierderea inocenței izolării sistemelor. Instabilitatea structurală a sistemelor dinamice

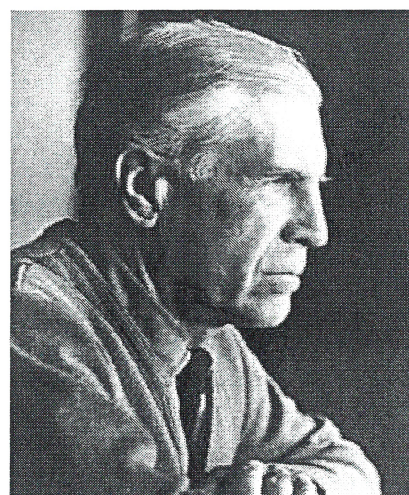
Modelele matematice ale proceselor dinamice, exprimate ca sisteme de ecuații diferențiale, conțin o multitudine de parametri care leagă variabilele și derivatele lor. Anumiți parametri au valori bine

precizate (deseori cu valoarea 1). Dar, în general modelele matematice conțin parametri a căror valoare nu se poate preciza cu exactitate, sau în cele mai bune situații se cunoaște că aceștia aparțin unor intervale de variație cunoscute. În multe situații este rezonabil să presupunem că valoarea exactă a acestor parametri nu are o importanță prea mare în determinarea caracterului general a dinamicii sistemului. Cu alte cuvinte, în modelele matematice „reale” de tipul

$$\frac{dx}{dt} = f(x), \quad \text{unde } x(t) \in R^n,$$

dorim ca dinamica sistemului să fie stabilă la micile schimbări ale funcției $f(x)$.

Prima încercare de a preciza această idee de stabilitate la micile schimbări ale funcției $f(x)$ a fost dată de Andronov și Pontriagin în 1935. Ei au introdus conceptul de *stabilitate structurală* a unui câmp de vectori definit de $f(x)$ în următoarea formă. Sistemul de ecuații diferențiale $dx/dt = f(x)$ este *structural stabil* dacă pentru o schimbare suficient de mică $df(x)$ a funcției $f(x)$ (de exemplu, $df(x)$ este diferențiabilă și pentru orice x , $|df(x)|$ este mărginit de o constantă) atunci portretul de fază a sistemului original $dx/dt = f(x)$ este topologic echivalent cu portretul de fază a sistemului perturbat $dx/dt = f(x) + df(x)$.



Lev Pontriagin (1908-1988)

Cu alte cuvinte, dacă câmpul vectorial definit de $f(x)$ se poate deforma neted în câmpul vectorial definit de $f(x) + df(x)$, atunci sistemul $dx/dt = f(x)$ este structural stabil [6].

Se cunosc mai multe metode pentru operaționalizarea acestui concept. Una dintre acestea restrânge câmpurile vectoriale la forma $f(x) = -dV(x)/dx$, care derivă dintr-o funcție potențial $V(x)$. Studiul acestor sisteme, inițiat de René Thom a condus la teoria catastrofelor [14].

În 1937, Andronov și Pontriagin au sugerat că toate modelele matematice care au o semnificație fizică, exprimate ca sisteme de ecuații diferențiale, se bucură de proprietatea de stabilitate structurală, adică soluția lor nu diferă semnificativ de soluția altui sistem „apropiat” de sistemul original. Importanța acestei proprietăți constă în faptul că modelele matematice ale sistemelor fizice reale conțin o multitudine de parametri care sunt cunoscuți numai aproximativ, dar ideea este că mici schimbări ale valorilor acestora nu modifică în mod determinant caracterul soluțiilor. Aceasta ilustra oarecum caracterul de robustețe a modelelor sistemelor fizice. Totuși, în timp s-a dovedit că cele mai multe modele matematice cu mai mult de două variabile sunt foarte sensibile la astfel de modificări ale parametrilor. Aceasta l-a determinat pe Zeeman [1988] să sugereze că conceptul de stabilitate trebuie să se bazeze pe comportarea sistemelor supuse perturbațiilor stocastice. Ca atare, în această accepțiune, rezultă că sistemele fizice reale nu sunt izolate, așa cum s-a presupus când s-a construit modelul lor, ci acestea operează sub influența perturbațiilor. Aceasta a condus la studiul distribuțiilor soluțiilor generate de diferite câmpuri de perturbații stocastice și compararea acestor distribuții pentru modele matematice „apropiate”, adică modele care se află în aceeași clasă dar, „ușor” perturbate ca valori numerice ale parametrilor. Dacă aceste distribuții sunt echivalente, atunci sistemele corespunzătoare sunt $\mathcal{E}$ -stabile. În acest caz teoremele privind $\mathcal{E}$ -stabilitatea sunt ușor de demonstrat și pentru cele mai multe modele matematice cu semnificație fizică se poate demonstra $\mathcal{E}$ -stabilitatea. Concluzia este că procesul inductiv, utilizat cu precădere pentru construcția modelelor matematice ale sistemelor izolate, trebuie reinterpretat într-un context mai realist pentru a obține modele matematice rezonabile din punctul de vedere al stabilității, inclusiv a celei structurale [21].

3.4. Pierderea inocenței completitudinii sistemelor formale

Pe la începutul secolului trecut o preocupare majoră a matematicienilor a fost aceea de formalizare a matematicii. Această idee de a defini matematica sub forma unei tehnici de generare a unor combinații de simboluri conform unor reguli arbitrare a fost susținută de Giuseppe Peano, considerat ca fondatorul simbolismului modern, și David Hilbert, considerat ca fondatorul formalismului în matematică. Ideea lui Peano consolidată de Hilbert era ca plecând de la niște axiome sau postulate, utilizând deducția lui Aristotel să se obțină toate teoremele și rezultatele matematicii. Axiomatizarea propusă de Peano și Hilbert a reprezentat un moment important în dezvoltarea matematicii și a științei în general, dar surpriza a fost că tot acest efort intelectual de mare altitudine s-a finalizat cu un eșec.

Zicem că o teorie axiomatizată este consistentă dacă este imposibil să demonstrăm simultan o afirmație și negația ei. În acest context, o teorie axiomatizată este completă dacă orice afirmație corect formulată sintactic în acea teorie se poate demonstra că este fie adevărată fie falsă. Aceste noțiuni cuplate cu concepția că sistemul de axiome care definește teoria trebuie să fie complet, minimal și necontradictoriu în care cuvintele sunt rectificate, definesc conținutul teoriilor științifice axiomatizate. Utilizând această idee matematicienii au ajuns la credința (unii fiind chiar convinși de această posibilitate) că pot cuprinde toate adevărurile Naturii într-un sistem matematic de un anumit tip, nu numai decât exprimat prin intermediul sistemelor de ecuații diferențiale.

Totuși, în 1931, Kurt Gödel a publicat o lucrare „On formally undecidable propositions of principia mathematica and related systems” în care a demonstrat că:

Dacă un sistem matematic (formalizat) este suficient de general pentru a include aritmetica numerelor întregi și dacă se utilizează principiile logicii lui Aristotel, atunci (a) nu există nici o demonstrație în acel sistem a cărui rezultat să fie întotdeauna consistent – altfel spus, nu se poate demonstra că sistemul nu poate conduce la un rezultat A și de asemenea la non-A; și (b) dacă sistemul matematic respectiv este consistent, atunci el este incomplet – ceea ce înseamnă că se pot construi afirmații S, corect formulate în cadrul sistemului, astfel încât nici S nici non-S nu este demonstrabilă în acel sistem.



Kurt Gödel (1906-1978)

Deoarece fie S, fie non-S trebuie să fie adevărate, rezultă că în cadrul sistemului există afirmații adevărate care nu pot fi demonstrate. Altfel spus, dacă sistemul este consistent, atunci există afirmații adevărate nedecidabile – în sensul că afirmația respectivă nu este nici demonstrabilă și nici nedemonstrabilă în sistemul matematic în care a fost formulată, adică conform regulilor acelui sistem.

Acest rezultat a pus oamenii de știință într-o derută cognitivă majoră ruinând speranța lor în ceea ce privește posibilitatea predicției în Natură utilizând concepte matematice. Totodată acest rezultat a pus punct efortului matematicienilor de formalizare a matematicii, în sensul fundamentării matematicilor numai cu ajutorul teoriei demonstrației.

Este remarcabil faptul că la baza științei moderne se află logica care în esența ei fundamentează regulile raționamentului. Aristotel a fost primul care a precizat aceste reguli în Organon sub forma principiului identității, principiului contradicției și principiul terțului exclus. Mai târziu logica a fost pusă în context simbolic și apoi algebric de către Boole și generalizată de De Morgan. Gottlob Frege a fundamentat logicismul afirmând că întreaga matematică se reduce la un set de relații derivate una după alta numai prin mijloace logice. Bertrand Russell și Alfred Whitehead a utilizat metoda simbolică, stabilită de Peano, în încercarea lor de a axiomatiza toată matematica. Totuși regulile logicii așa cum au fost stabilite de Aristotel au pierdut din importanță, mai ales datorită rezultatelor lui Cantor și Gödel. Sursa acestor dificultăți (contradicții, paradoxuri sau antinomii) a fost introducerea de către Cantor a conceptului de mulțime infinită. Regula terțului exclus (o propoziție trebuie să fie ori adevărată ori falsă), care de la începuturi a fost formulată în contextul mulțimilor finite, în general nu mai este acceptată când este aplicată la mulțimi infinite (vezi de exemplu Luitzen Brouwer sau alți intuiționiști). Teorema de incompletitudine a lui Gödel zice că dacă o teorie este consistentă și suficient de generală pentru a include teoria numerelor întregi, atunci aceasta trebuie să fie incompletă. Aceasta înseamnă că trebuie să existe

anumite afirmații în acea teorie a căror adevăr sau falsitate nu se poate demonstra. Un astfel de rezultat se poate privi ca un argument pentru eliminarea regulii terțului exclus din sistemul de reguli ale raționamentului. Totuși trebuie să accentuăm faptul că regula terțului exclus întotdeauna este aplicată în știință, și aceasta datorită irelevanței mulțimilor infinite în știință [21], [22].

4. Concluzii

Dezvoltarea calculatoarelor numerice, începând de prin anii 1950, a schimbat pentru totdeauna nu numai bazele operaționale ale științei, dar a permis elaborarea de noi teorii de validare și de unificare a obiectivelor științei. Mai mult, acestea au condus la conceptul de *digitalizare* care după apariția *scrisului* reprezintă a doua mare mutație, fundamentală, în dezvoltarea omenirii. Calculatoarele numerice permit efectuarea de *experimente computaționale* care se definesc în corpul numerelor raționale (nu reale) și a operațiilor logice, constituind astfel o punte între experimentele fizice și modelele matematice. Astfel de experimente computaționale, care constituie substanța informaticii, oferă o altă metodă de explorare a Naturii, instituindu-se astfel ca a *treia procedură operațională a științei*, esența celei de-a doua metamorfoze a științei. Întotdeauna acestea generează mulțimi finite de date (cu o acuratețe finită) ca soluții ale modelelor matematice, care urmează a fi interpretate într-un context fizic dat.

Principalele oportunități oferite de experimentele computaționale se referă la: *descoperirea de noi proprietăți ale modelelor matematice și rafinarea acestora, căutarea coerentă, reprezentarea grafică, analiza cantitativă și calitativă a datelor fizice, schimbarea dinamicii algoritmilor prin metode proprii sistemelor biologice* etc. Esența experimentelor computaționale, sau altfel spus problema fundamentală a experimentelor computaționale este *coborârea în computațional a conceptelor matematice, algoritmizarea conceptelor matematice, punerea acestora în operă*.

Să observăm că metamorfozele științei au avut un impact major în evoluția societății. Dezvoltarea științei și deci a tehnologiei au schimbat paradigma mișcărilor sociale conducând întotdeauna în cele din urmă la *căderea societăților totalitare*. Să ne reamintim că *inchiziția* a căzut sub loviturile necruțătoare ale evidențelor observațiilor experimentale și a utilizării modelelor matematice în predicția comportării Naturii. Mai târziu *comunismul* avea să cadă ca urmare a dezvoltării calculatoarelor, a tehnicilor de calcul numeric și deci a matematicii experimentale, a digitalizării în sens larg, a posibilităților practic nelimitate de comunicare.

Bibliografie

1. **ANDREI, N.:** Teorie versus empirism în analiza algoritmilor de optimizare, Editura Tehnică, București, 2004.
2. **ANDREI, N.:** Eseu asupra fundamentelor informaticii, Editura Yes, București, 2006.
3. **ANDREI, N.:** Probleme fundamentale. Scrieri matematice, vol. 1. (manuscris), 2006.
4. **ANDREI, N.:** Works 2005. Manuscris predat la Biblioteca Academiei Române, 2005.
5. **ANDRONOV, A. A.:** Les cycles limites de Poincaré et la théorie des oscillations autoentretenues, C.R. Acad. Sci., Paris, vol. 189, 1929, pp. 559-561.
6. **ARNOLD, V.I.:** Ecuații Diferențiale Ordinare, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1978.
7. **ARISTOTEL:** Metafizica, Editura Academiei Române, București, 1965.
8. **ARISTOTEL:** Fizica, Editura Științifică, București, 1966.
9. **BOREL, E.:** Introduction geometrique a quelques theories physiques. Gauthier-Villars, Paris, 1914.
10. **BRIKHOFF, G.D.:** Proof of Poincaré's geometric theorem. Trans. Amer. Soc., vol. 14, 1913, pp. 14-22.
11. **BRIKHOFF, G.D.:** Dynamical systems. Amer. Math. Soc. Colloquim Pub., Providence, RI, 1927.
12. **BRIKHOFF, G.D.:** Une généralisation a n dimensions du dernier théoreme de géométrie de Poincaré. C.R. Acad. Sci., Paris, vol. 192, 1931, pp. 196-198.
13. **BRUNS, H.:** Über die Integrale des Vielkörperproblems. Sächs, Ges. Des Wiss. Bd. 39, 1887, pp. 1-39.
14. **CASTI, J.:** Reality Rules. Wiley, New-York, 1992.
15. **EULER, L.:** Mechanica, sive motus scientia analytice; expasita. St. Petersburg, 1736 (2 vol.)

16. **EULER, L.:** Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum. Rostock, 1765.
17. **DIACU, FL.:** The solution of the n – body problem. Mathematical Intelligencer, 18 (3), 1996, pp. 66-70.
18. **DIACU, FL.:** N-body problem. Encyclopedia of Nonlinear Science, 2002, Fitzroy Dearborn.
19. **GALILEO, G.:** On Motion and On Mechanics, 1623.
20. **GÖDEL, K.:** Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systems. Monatshefte für Mathematik und Physik, vol. 38, 1931, pp. 173-198.
21. **JACKSON, E.A.:** A first look at the second metamorphosis of science. Working Paper, Santa Fe Institute, Santa Fe, New Mexico, 1994.
22. **JACKSON, E.A.:** The second metamorphosis of science: a second view. Working Paper, Beckman Institute, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1996.
23. **KUHN, T.S.:** The Structure of Scientific Revolutions. University of Chicago Press, 1970. Tradus: Structura Revoluțiilor Științifice. Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1976.
24. **LAGRANGE, J.L.:** Mécanique Analytique. Paris, 1788.
25. **NEWTON, I.:** Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica, London, 1687. Tradus: Principiile matematice ale filosofiei naturale, Editura Academiei Române, 1956.
26. **POINCARÉ, H.:** New Methods of Celestial Mechanics. (3 vol., 1892, 1893, 1899).
27. **PLĂCINȚEANU, I. I.:** Mecanica Vectorială și Analitică, Ediția a II-a. Editura Tehnică, București, 1958.
28. **PONTRIAGIN, L.:** Ordinary Differential Equations. Addison-Wesley, 1962.
29. **POPPER, K. R.:** The Open Universe: an argument for indeterminism, Rowman and Littlefield, New-York, 1982.
30. **SUNDMAN, K.:** Recherches sur le problème des trois corps. Acta Mathematica, vol.36, 1912, pp. 105-179.
31. **ZEEMAN, E.:** Stability of dynamic systems. Nonlinearity, vol. 1, 1988, pp. 115-155.
32. **ZEEMAN, E.:** A new concept of stability, în B. Goodwin, P. Saunders (Eds.) Theoretical Biology, Edinburgh University Press, 1989, pp. 8-15.