

CU PRIVIRE LA MODELAREA ȘI SIMULAREA VIBRAȚIILOR TORSIONALE ALE GARNITURII DE FORAJ ROTATIV

Octavian Dinu

octavytza@yahoo.com

Universitatea Petrol și Gaze din Ploiești

Rezumat: Lucrarea prezintă rezultate cu privire la modelarea analitică a dinamicii garniturii de foraj rotativ, simularea în simulink și analiza vibrațiilor sapei de foraj în condițiile prezenței frecării între sapa de foraj și roca din stratul perforat. Este analizată atât apariția vibrațiilor torsionale la funcționarea în gol a instalației de foraj, cât și la funcționarea în sarcină când sapa de foraj penetrează roca..

Cuvinte cheie: modelare, simulare, vibrații torsionale, foraj petrolier, simulink.

Abstract: The paper presented an oil drilling mechanical vibration systems modelling. This paper presents simple but effective modeling and simulation method for a drillstring system, by considering the friction of the bit on the bottom hole assembly (BHA) in oil wells. In the drilling processes there are different types of vibrations, one of them and for which we are interested in this work is torsional oscillations. These oscillations are induced by nonlinear frictional torques between the drill bit at the rock surface.

Keywords: modeling, simulating, torsional oscillations, oil drilling processes, simulink.

1. Introducere

Scopul acestui articol este să prezinte rezultatele cercetării bibliografice privind argumentele de fundamentare a necesității modelării matematice determinate de vibrațiile în instalațiile de foraj actuale precum și prezentarea unor rezultate proprii, ale cercetării științifice desfășurate în cadrul doctoranturii, privind *modelarea vibrațiilor torsionale stocastice ale garniturii de foraj rotativ (rotary)*. Primele mașini, utilaje și instalații petroliere de foraj se caracterizau prin viteze mici, piese supradimensionate având masă mare pe unitatea de putere. La aceste mașini, utilaje și instalații, pulsațiile proprii erau superioare pulsațiilor forțelor perturbatoare, astfel că părțile lor componente se comportau din punct de vedere al vibrațiilor ca și cum ar fi fost perfect rigide. Singurele tipuri de vibrații care apăreau la astfel de instalații erau cele date de fundațiile instalațiilor pe pături elastice ale pământului. Aceste vibrații aveau pulsații proprii scăzute care nu deranjau în mod deosebit.

Instalațiile petroliere au cunoscut în timp o dezvoltare deosebită. În ultima vreme, tehnica în general și construcțiile de mașini în special s-au dezvoltat într-un ritm foarte ridicat. Această dezvoltare se caracterizează printr-o creștere rapidă a performanțelor, fiind determinată de intensificarea/perfecționarea proceselor tehnologice și introducerea pe scară largă a automatizării. În paralel, s-a dezvoltat și teoria vibrațiilor. Acest paralelism a avut ca scop reducerea neîncetată a masei mașinilor pe unitatea de putere și creșterea continuă a performanțelor utilajelor în funcționare: forțe, viteze, presiuni, temperaturi etc. Această evoluție este însoțită de creșterea numărului elementelor elastice, precum și de introducerea în sistemul de acționare și de lucru a unor componente hidraulice și pneumatice de transmisie a energiei mecanice destinate acționării sapei de foraj. Din această cauză, *plaja pulsațiilor proprii se intersectează cu plaja pulsațiilor forțelor perturbatoare*, ceea ce are drept urmare apariția rezonanțelor în sistem, evident foarte dăunătoare utilajelor. Pentru aceasta, trebuie luate măsuri tehnice în scopul evitării rezonanței, fie pentru limitarea efectelor ei dăunătoare în cazul când nu este posibilă evitarea ei [1].

Comportamentul instalației de foraj a sondelor petroliere atât în funcționare normală, cât și în condiții extreme de mediu (cutremure terestre, furtuni, valuri puternice ale apei marii etc.), poate fi studiat prin simulare pe calculator a dinamicii instalației și a condițiilor extreme de mediu. Astfel, se poate studia, preventiv, modul în care instalația de foraj răspunde la perturbațiile dure, provocate de mediul de la suprafață, cât și mediul subteran (modificarea bruscă a durității straturilor de rocă în care se forează, modificarea compoziției noroiului de foraj etc.).

De menționat că nu s-au raportat, în literatura de specialitate, studii sau cercetări științifice privind analiza comportamentului instalației de foraj în ansamblu, ca sistem dinamic. Această situație este explicată prin hipercomplexitatea unui asemenea model și dificultățile inerente extragerii, din el (prin simulare), a unor informații utile privind măsurile care trebuie întreprinse pentru a preveni apariția evenimentelor catastrofale când funcționarea instalației are loc în condiții extreme. Așa se explică faptul că cercetările științifice, pe plan mondial și național, au fost orientate în direcția modelării unor componente ale instalației și analizei prin simulare pe calculator a comportamentului acestora,

valorificând în faza de proiectare a componentelor mecanice ale instalației, informațiile furnizate de model și simularea comportării în diverse condiții previzibile.

În prezenta lucrare, se pleacă de la considerentul că abordarea modelării pe componente ale instalației și analiza distinctă a comportamentului acestora prin simulare pe calculator implica o clasificare a acestor componente din punctul de vedere al stării statice sau în mișcare a componentelor respective pe parcursul funcționării instalației de foraj în absența perturbațiilor externe (de mediu). Această cerință derivă din faptul că modelele matematice ale celor două categorii de componente și căile de analiză a acestora diferă total, iar comportamentul acestora în absența perturbațiilor externe diferă de asemenea. Modelele matematice, ale comportamentului componentelor din prima categorie sunt modele liniare, în general, statice în timp ce modelele componentelor din a doua categorie sunt modele dinamice, cu precădere neliniare (datorită prezenței fenomenelor de frecare descrise prin modele neliniare).

Cercetările științifice dezvoltate pe perioada precedentă în Universitatea Petrol și Gaze din Ploiești (UPG) au fost orientate în special spre modelarea și investigarea prin simulare a unor componente din prima categorie. Prezenta lucrare deschide o nouă perioadă de cercetări din UPG caracterizată prin cercetări științifice privind modelarea și simularea componentelor din a doua categorie care în anumite condiții devin ele însele autogeneratoare de vibrații capabile să producă evenimente catastrofale în timpul funcționării instalației chiar în absența unor perturbații externe dure. Obiectivul principal al prezentei lucrări este studiul prin modelare matematică și simulare a comportamentului torsional elastic al garniturii de prăjini în timpul forajului și explicarea comportării acestei componente ca generator de vibrații torsionale.

2. Structura instalațiilor de foraj rotativ (rotary)

Pentru forajul sondelor de explorare și producție pentru petrol și gaze se utilizează, în majoritatea cazurilor, sisteme rotary de foraj. Acest sistem asigură penetrarea rocii prin rotirea unui instrument numit sapă, care este fixată la capătul garniturii de prăjini grele (figura 1). Cuplul de rotire a sapei este generat la suprafață, de către un motor electric și transmis sapei printr-un reductor de turație de tip cutie mecanică de viteze, care asigură rotirea masei rotary cu o turație constantă.

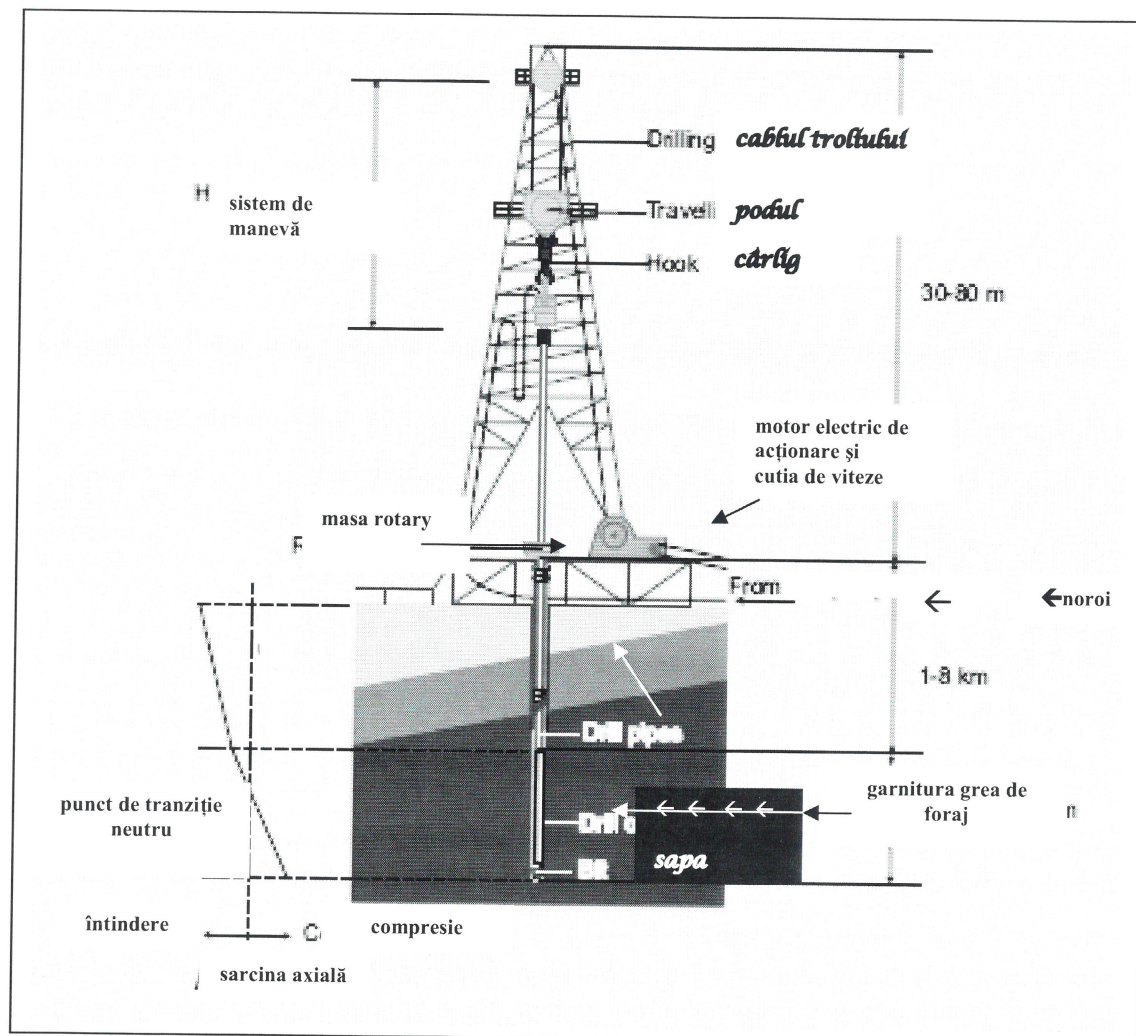
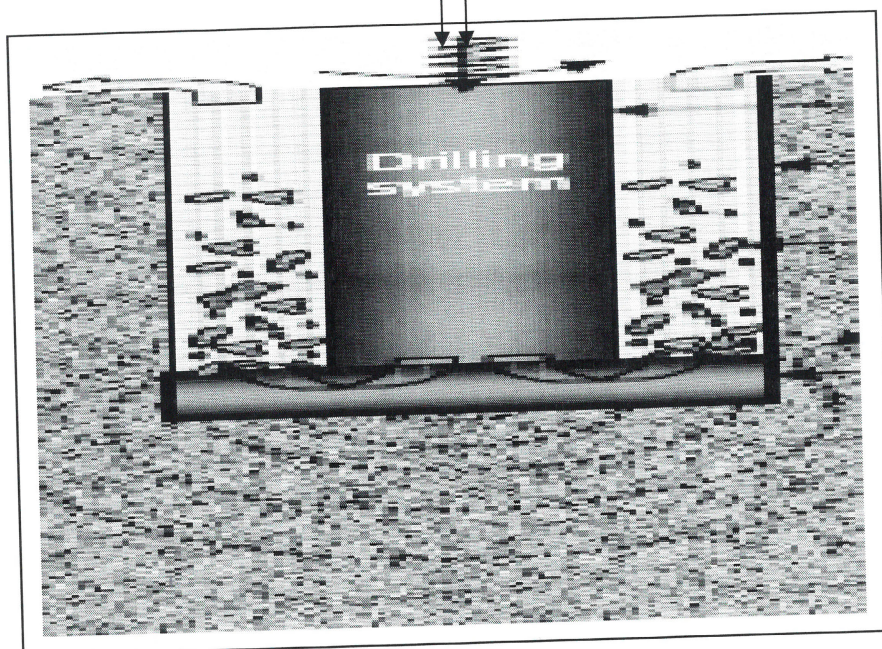


Figura 1. Structura instalației rotary pentru forajul sondelor petroliere

2. 1. Particularitățile funcționale ale componentelor subterane ale garniturii de foraj rotativ

Masa rotary învârtă întreaga coloană de prăjini de foraj la capătul căreia este fixată sapa de foraj. Toate prăjinile care compun coloana sunt tuburi speciale din oțel, de cca. 9 m lungime fiecare. Garnitura formată din prăjini poate atinge lungimi de până la 8 Km. Coloana de prăjini îndeplinește dublu rol: prin intermediul garniturii de prăjini este transmisă (de la suprafață) energia mecanică, necesară rotirii sapei de foraj și tot prin ele este pompat (de la suprafață) lichidul de foraj filtrat, destinat spălării sapei și ridicării la suprafață a frânturilor de rocă dislocate de sapă (figura 2). Lichidul de foraj este circulat (în circuit închis) prin sistemul de foraj rotativ, fiind pompat de la suprafață prin prăjini și sapă și ajunge din nou la suprafață prin spațiul dintre prăjini și pereții găurii de sondă, antrenând frânturi din rocă dislocată în procesul de forare a unei sonde.

alimentarea, prin pompare, cu
noroi filtrat



- EVACUAREA LICHIDULUI DE FORAJ (NOROI)
- PRĂJINI DE FORAJ ÎN MIȘCARE DE ROTAȚIE
- PERETELE GĂURII DE SONDĂ
- FĂRÂME DE ROCĂ ÎN SUSPENSIE STOCASTICĂ
- SAPA DE FORAJ CARE PRIN EFORT ALEATOR DISLOCĂ BUCĂȚI DE ROCĂ

Figura 2. Circuitul noroiului de foraj

2.2. Tipuri de vibrații induse în coloana prăjinilor de foraj

În timpul funcționării instalației de foraj, coloana de prăjini suferă diverse tipuri de vibrații deterministe și stocastice cum ar fi cele menționate în figura 3.

- vibrații torsional-rotationale stocastice, cauzate de interacțiunea nelineară dintre sapă și rocă, respectiv între coloana de foraj și peretele găurii de sondă; din literatura de specialitate rezultă că frecvența naturală a vibrațiilor torsionale este de ordinul 0,05-0,5 Hz pe fondul zgomotului alb;
- vibrații pendular-laterale, adesea cauzate de excentricități ale prăjinilor, care conduc la apariția forțelor centripete în timpul rotirii, provocând intervale aleatoare de rotire în „gol”;
- vibrații axial - longitudinale, produse prin apariția la momente aleatoare a unor ricoșeuri ale sapei de foraj, pe roca din stratul perforat, în timpul rotirii;
- vibrații hidraulice stocastice din sistemul circulatoriu al noroiului de foraj, provocate de pulsațiile pompelor acestui sistem, care asigură circulația în circuit închis a lichidului de foraj.

Figura 3. Sursele vibrațiilor din garnitura de foraj rotativ și cauzele care imprimă un caracter stocastic acestor vibrații

Cele mai periculoase vibrații sunt considerate vibrațiile torsionale deoarece ele sunt greu de controlat prin manevre standard sau alte operații executate manual de către operatorii procesului de foraj. Amplitudinile oscilațiilor torsionale proprii ale sapei pot atinge de două până la patru semiperioade. Decalajul dintre vitezele unghiulare ale sapei față de masa rotativă variază între 3.14 și 15.7rad/sec și se produc datorită oscilațiilor decalajului dintre deplasările unghiulare diferite ale capetelor opuse (masă-sapă) ale coloanei de foraj și care se deformează elastic oscilant chiar în condițiile ideale ale absenței frecărilor de orice gen. Excitațiile torsionale pot produce fluctuații torsionale distructive enorme, provocate de cuplurile de torsiune care acționează asupra coloanei prăjinilor de foraj. Acestea fac necontrolabil, prin manevre manuale, comportamentul corect al sapei în desfășurarea procesului de foraj, datorită propagării oscilațiilor de toate tipurile, prin prăjinile de foraj, până la sapa de foraj. Chiar și vibrațiile de mică amplitudine provoacă uzura prematură a sapei de foraj până la scoaterea din uz, ceea ce aduce mari prejudicii economice, datorate complexității operațiilor înlocuirii premature a sapei de foraj. Sunt posibile diverse soluții, prezentate în literatura de specialitate, care, prin intermediul unor sisteme de conducere automată, asigură ameliorarea acestei situații. În figura 4, se

menționează câteva din soluțiile propuse în literatura de specialitate, în scopul diminuării vibrațiilor torsionale din instalațiile de foraj petroliere. Nici una din aceste soluții nu se poate proiecta și implementa fără cunoașterea modelului matematic al sistemului garniturii de foraj în regim vibratoriu și, deci, toată atenția în studiile de specialitate, publicate în această direcție, sunt bazate pe cunoașterea modelelor analitice deterministe ale vibrațiilor din coloana de foraj.

- aplicarea tehnicilor H_∞ pe modelul local;
- linearizat pentru suppresarea frecărilor de tip stick-slip [3];
- aplicarea unor algoritmi de reglare optimală [1].

Figura 4. Studii recente privind variante de sisteme automate pentru diminuarea vibrațiilor torsionale ale coloanei de foraj

Modele matematice temporale netede sunt deduse din ecuațiile de echilibru ale forțelor care acționează în timpul forajului cu instalații de foraj rotary (cu masa rotativă de antrenare a coloanei de prăjini și a sapei) prezentată în figura 1. Din punctul de vedere al teoriei vibrațiilor, modelarea matematică a vibrațiilor în sistemele mecanice implică parcurgerea următoarelor trei etape:

- detectarea cauzelor care produc vibrații;
- determinarea pulsațiilor proprii ale mașinilor și instalațiilor;
- determinarea amplitudinilor vibrațiilor forțate pentru a vedea dacă sunt sau nu admisibile.

Un sistem de foraj rotativ este destinat realizării găurii de sondă prin perforarea stratului de rocă folosind așa numita sapă de foraj (cu role sau cu diamante etc.) care săvârșește o mișcare de rotație. Momentul de torsiune pentru rotirea sapei este generat la suprafață cu un motor de mare putere de la care este preluat pentru a antrena masa rotativă. Această masă rotativă este un disc de masă mare care servește ca acumulator de energie. Călea pentru transferul energiei de la suprafață la sapă este coloana prăjinilor de foraj și partea cea mai de jos a garniturii numită ansamblul prăjinilor grele, în care se fixează, prin înfiletare, sapa de foraj. Acest ansamblu de prăjini în totalitate, suferă diverse tipuri de vibrații induse în garniturile de foraj în timpul perforării rocii.

3. Simularea sistemului de foraj rotativ ideal (fără frecare)

Dacă facem abstracție de forțele de frecare, garnitura de foraj poate fi modelată printr-un pendul torsional ideal compus dintr-un arc, caracterizat de un coeficient de elasticitate k , torsionabil și o un corp în rotație (de masă echivalentă m) pus în mișcare de rotire (în vid) de către resortul torsionat inițial cu unghiul x care exprimă poziția corpului în rotație, acționat de momentul elastic de torsiune kx . Lăsat liber, resortul imprimă corpului acționat o mișcare de rotație cu viteza dx/dt , iar acesta dezvoltă un moment de inerție J . Simularea pe calculator a sistemului de foraj rotativ presupune existența unui model matematic al respectivului sistem. Simularea pe calculator are ca scop evidențierea dinamicii torsional-vibratorii a sapei de foraj și testarea pe simulator a aplicării unor procedee de control a regimurilor vibratorii ale sistemului modelat. Pentru a sublinia importanța fenomenelor de frecare în comportamentul dinamic al garniturii de foraj și apariția vibrațiilor torsionale, studiul prin simulare a dinamicii coloanei de prăjini de foraj s-a efectuat atât în cazul ideal al absentei frecării, cât și în cazul frecării descrise prin modelul propus de Sorensen [1].

3.1. Modelarea sistemului torsional ideal

În figura 5, este prezentată schema constructivă echivalentă a unui pendul torsional ideal. În starea cu resortul armat prin răsucire unghiulară x_0 la momentul $t=0$, după care este lăsat liber și antrenează în mișcare rotațională un corp caracterizat de momentul de inerție J . Poziția acestui corp în timp este caracterizată de valoarea $x(t)$ a unghiului cu care s-a rotit sapa în intervalul de timp t .

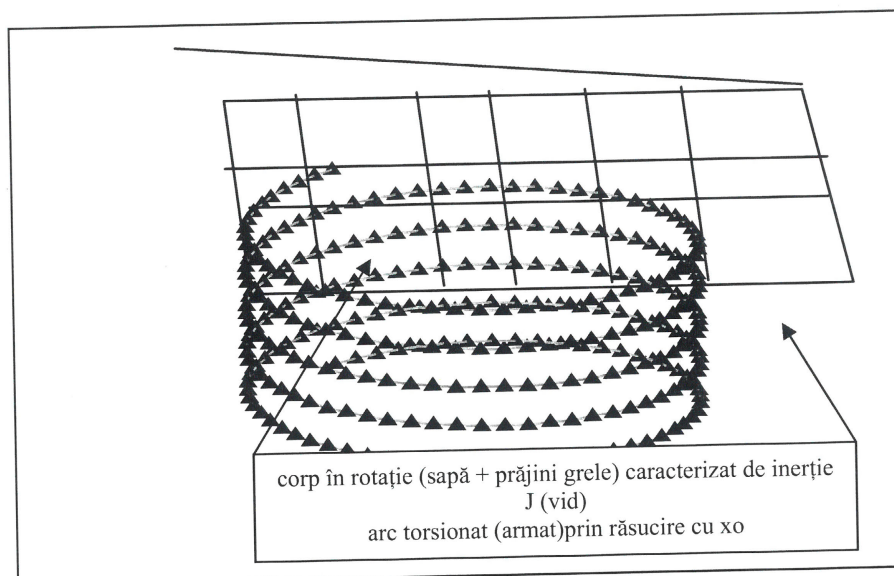


Figura 5. Schema echivalentă constructivă a pendulului torsional ideal în regim de oscilații libere

Acest resort este deformabil elastic prin răsucire cu o deplasare unghiulară x și dezvoltă un moment de elasticitate M_e care este proporțional cu deplasarea unghiulară:

$$M_e = k \cdot x \quad (1)$$

Prezența accelerației rotative generează momentul inerțial. Acesta este exprimat prin produsul dintre accelerația rotativă $\ddot{x}$ și momentul de inerție J a corpului de masă m aflat în mișcare de rotație accelerată rotativă:

$$J \ddot{x} \quad (2)$$

Dacă la momentul inițial $t=0$ unghiul de răsucire (armarea arcului) este x_0 , atunci acest arc are înmagazinată energia mecanică ΔE_m egală cu lucrul mecanic necesar armării arcului (răsucirii cu unghiul x_0). Experiența arată că toți oscilatorii mecanici liberi, care funcționează fără frecare (în vid) efectuează oscilații a căror amplitudine este constantă în timp, numite oscilații neamortizate. Cauza este că energia mecanică $\Delta E_m = \text{const}$. Aceasta datorită absenței frecărilor cu mediul în care sistemul oscilează. Pe parcursul oscilațiilor are loc doar transformarea ciclică a energiei potențiale în energie cinetică. Acest regim de conservare a energiei este exprimat prin ecuația dinamicii mișcării oscilante:

$$J_1 \cdot \dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (3)$$

3.2. Transpunerea pe calculator a modelului sistemului ideal de foraj. Simularea în „SIMULINK”

Modelul analitic al dinamicii sistemului de foraj (3) este folosit la analiza prin simulare a comportării oscilante a sistemului în diverse regimuri de funcționare a instalației de foraj.

Cel mai răspândit instrument de simulare și proiectare asistată de calculator a sistemelor dinamice neliniare/liniare este simulink [SER-2007]. Simulink este o componentă a metalimbajului de programare matlab, destinat rezolvării problemelor tehnice specifice ingineriei sistemelor. Acest instrument de proiectare asistată și de simulare, este conceput pe blocuri integratoare care amintesc de calculatorul analogic. Astfel, implementarea unui model pe calculator se reduce la selectarea blocurilor necesare implementării și realizarea legăturilor dintre blocuri. Pentru simularea sistemelor dinamice, sunt indispensabile blocurile integratoare care execută integrarea unei ecuații diferențiale de ordinul întâi prin aplicarea unor subrutine de integrare de tip Runge-Kutta, existente în matlab sub denumirea ODE45 și ODE23.

Pentru a obține prin integrare evoluția temporală a elongației torsionale $x(t)$ și a vitezei de rotație $y = dx/dt$, transcriem ecuația (3) sub forma:

$$\ddot{x}(t) + w^2 x(t) = 0 \quad (4)$$

sau sub forma următorului modelul de stare:

$$\begin{aligned} dy/dt &= -w^2 x(t) \\ dx/dt &= y(t) \end{aligned} \quad (5)$$

în care $w^2 = k/J$ este pătratul pulsației $w = 2\pi/T$ aferentă unei sinusoidale de amplitudine x_0 și perioada T generată ds sistem. Această undă sinusoidală $x(t)$ de perioadă T , este soluția ecuației (4) în cazul condițiilor inițiale date, spre exemplu sub forma:

$$x(0) = x_0; \dot{x}(0) = 0$$

Pentru a obține prin simulare (în simulink) soluția acestui sistem dinamic, sunt necesare două blocuri integratoare (figura 6). Aceasta rezultă din ecuația (4) care poate fi transcrisă sub forma:

$$x = -w^2 \iint x dt \quad (6)$$

În figura 6, este prezentată schema bloc simulink în care, la ieșirea primului bloc integrator (notat cu 1/s) rezultă prima variabilă de stare (viteza $y = dx/dt$), iar la ieșirea următorului integrator rezultă cealaltă variabilă de stare (coordonata de poziție $x(t)$ a mișcării). Coordonata x este aplicată, prin reacția negativă, la intrarea

sistemului unde blocul amplificator are k egal cu pătratul pulsației ($w_0^2 = 100$). La ieșirea schemei bloc a simulatorului din figura 6 este conectat un bloc care joacă rolul de plotter (înregistrator în două coordonate XY) care afișează în spațiul stărilor, traiectoria de evoluție a sistemului.

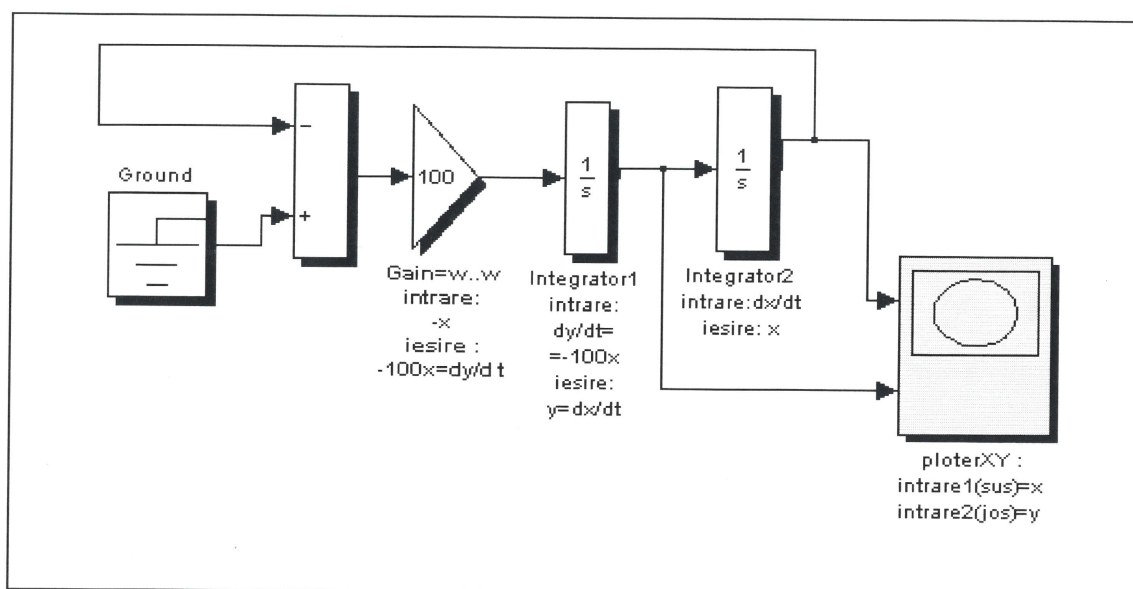


Figura 6. Schema bloc de simulare a sistemului torsional ideal dat de modelul (5)

Deoarece în cazul sistemelor mecanice vibratorii modelul de stare conține doar două variabile de stare (viteza $v(t) = dx/dt$ de rotație și poziția $x(t)$ în timp a sapei), traiectoria de stare a sistemului este o curbă care se poate reprezenta grafic într-un plan denumit planul fazelor.

3.3. Reprezentarea în planul fazelor a rezultatelor simulării

În cazul simulării sistemului, reprezentarea grafică a soluției în planul fazelor, este furnizată de simulator și afișată de către blocul de tip plotter XY al acestuia. Pentru planul fazelor, se utilizează abscisa pentru variabila de poziția unghiulară x , exprimată în radiani, iar axa ordonatelor pentru valorile vitezei dx/dt de rotație

exprimată în radiani/sec. Astfel, traiectoria de fază a sistemului de foraj este construită ca în imaginea din figura 7. Variabila timp nu apare în mod explicit, în această reprezentare. Se subînțelege însă că momentului t_1 îi corespunde un punct de coordonate $y(t_1)$ și $x(t_1)$ plasat pe această curbă, denumită traiectorie de fază. Un sistem poate avea mai multe traiectorii de fază, care diferă între ele prin poziția în plan a punctului aferent condițiilor inițiale sau de parametri și structura neliniarităților din sistem.

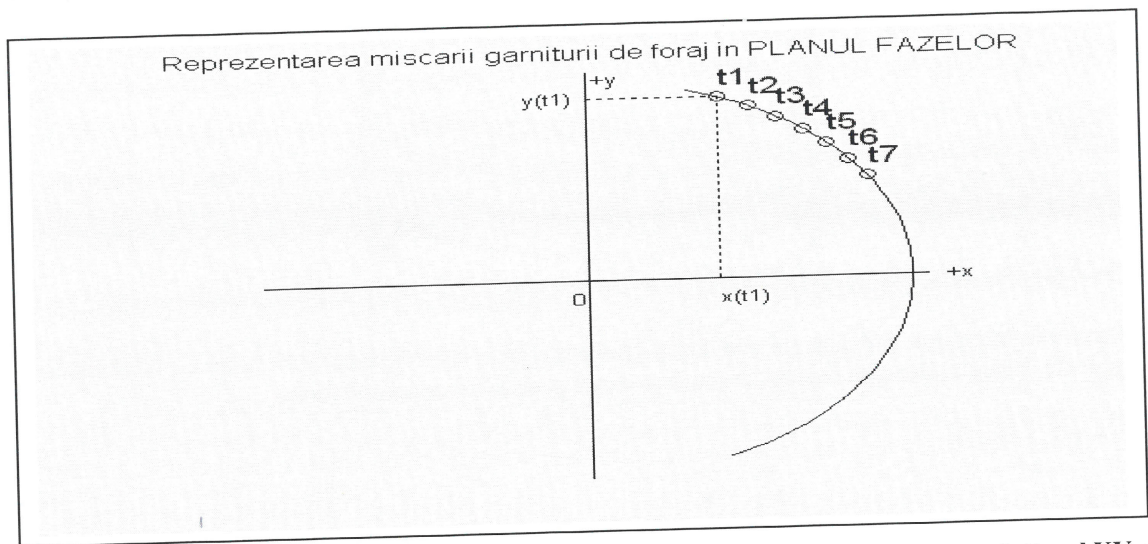


Figura 7. Graficul traiectoriei de stare(de fază), furnizată de simulator și afișată pe plotterul XY al simulatorului

În figura 8, sunt prezentate rezultatele furnizate de simulatorul forajului ideal (fără frecări), a cărei schemă bloc este dată în figura 6.

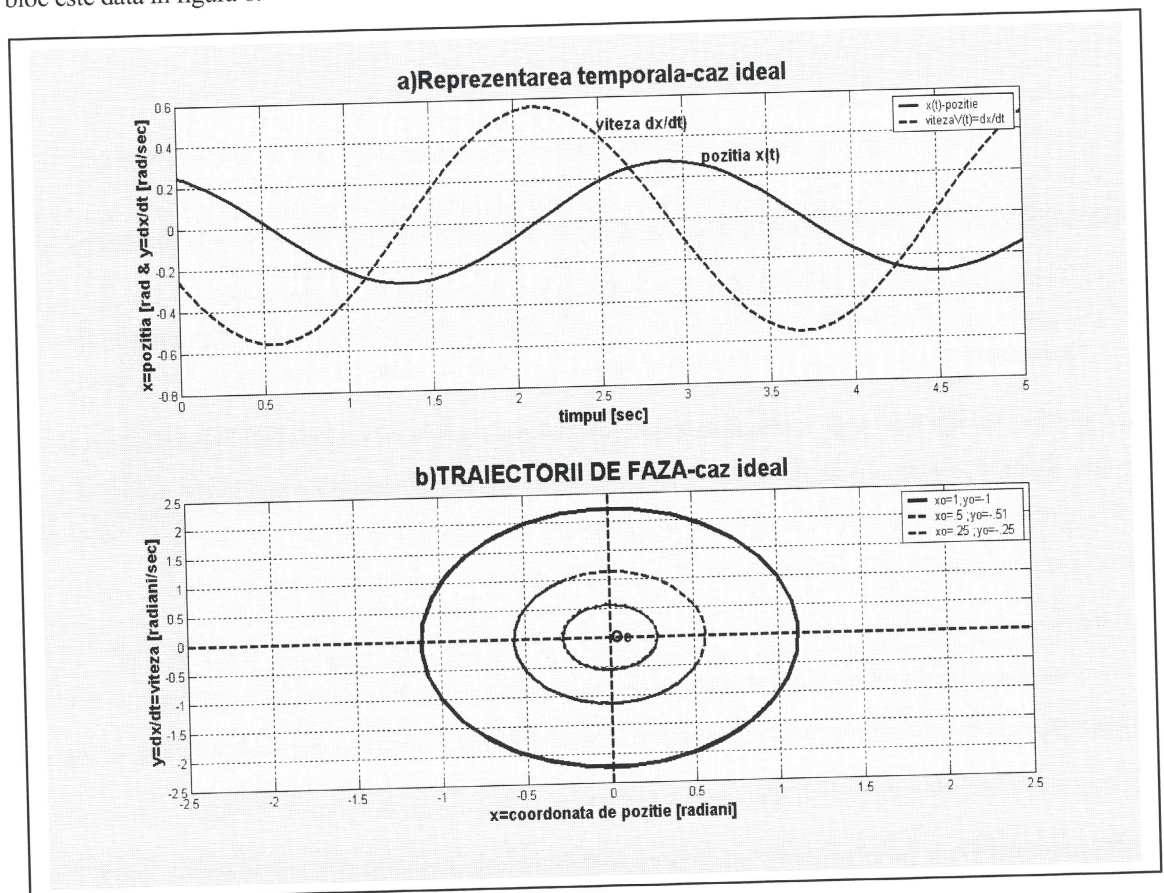


Figura 8a). Graficele evoluției în timp a variabilelor de stare în cazul forajului ideal (fără frecări) și b) traiectoriile variabilelor de stare în „planul fazelor” în trei cazuri care diferă prin condițiile inițiale: [1 -1] elipsa mare; [.5 -.5] elipsa medie; [.25 -.25] elipsa mică

Rezultatele simulării sunt exprimate prin graficele evoluției stărilor sistemului simulat. Așa cum s-a arătat mai sus, există două variante de prezentare: graficele evoluției temporale a stărilor și reprezentarea în planul fazelor a evoluției stărilor. În figura 8, sunt prezentate ambele variante. În figura 8b), sunt prezentate trei variante în care punctele aferente condițiilor inițiale erau treptat apropiate de centrul planului fazelor, de coordonate [0 0]. Se observă din aceste grafice că traiectoriile eliptice se strâng treptat către centru, tinzând către un punct numit punct critic de tip „centru”. Acesta este notat cu O_c în figura 8b și corespunde traiectoriei de fază, obținute în condiții inițiale nule. Acesta este un punct în care oscilațiile (vibrațiile sapei) dispar. Acest punct asigură un regim stabil neoscilant.

Funcționarea pe altă traiectorie care nu conține centrul provoacă oscilații cu amplitudini constante, diferite de zero. Aceste regimuri de funcționare pe traiectorii stabile, asigură o stabilitate „iluzorie” deoarece mici perturbații aleatoare ale condițiilor inițiale provoacă o mișcare haotică, de pe o traiectorie pe alta, determinând un regim de funcționare a sistemului care din punct de vedere practic nu poate fi considerat stabil și acceptabil deoarece acest punct critic de tip centru nu este un punct de funcționare adecvat.

$$\begin{aligned} J_1 \cdot \dot{v}_1(t) + C_1 \cdot v_1(t) - kx(t) &= -z_1, \\ z(t) &= T_1(\dot{x}) + e(t) \\ \dot{x}(t) &= \dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t) = v_2 - v_1 \end{aligned} \quad (8)$$

în care $z(t)$ este un moment aleator de frecare a sapei (care are valoarea medie $T_0 = 0,5 \text{ KNm}$ care exprimă de interacțiunea stocastică torsională a sapei cu roca, în combinație cu frecarea aleatoare $e(t)$ dintre prăjini și pereții găurii de sondă. Zgomotul $e(t)$ este considerat proces aleator de tip „zgomot alb”; C_1 este coeficientul de frecare vâscoasă al prăjinilor + sapa, iar k este coeficientul de elasticitate torsională a prăjinilor de foraj. Modelele stocastice sunt importante în sistemele pentru monitorizarea vibrațiilor torsionale din instalațiile de foraj în vederea elaborării algoritmilor adecvați prelucrării semnalelor stocastice experimentale, achiziționate în vederea analizei spectrale pentru evaluarea intensității vibrațiilor.

4.1. Modelul forței de frecare uscată (coulumbiană)

O clasă extinsă de modele, pentru fenomenul de frecare, este prezentată în lucrarea [ARMstrong - 94]. Figura 9 conține imaginea grafică a caracteristicilor statice pentru cele mai uzuale variante dintre modele prezentate în aceasta lucrare. Acestea sunt modele statice, care exprimă dependența dintre momentul de frecare M_r exprimat în (Nm) și viteza relativă $w(t) = dx/dt$ dintre corpurile în contact în cursul deplasării unghiulare $x(t)$ a corpului mobil în raport cu cel care staționează. În cazul mișcării de rotație, deplasarea $x(t)$ este unghiulară și este exprimată în radiani, iar $w(t)$ este viteza unghiulară dx/dt exprimată în rad/sec. Cazul considerat acum se referă la situația în care frecarea vâscoasă este neglijată și este considerată doar frecarea dintre sapă și roca stratului în care se rotește sapa. Această frecare este considerată uscată (columbiană) și are modelul 1 din figura 9. Acest moment $M_r(v)$ al forței de frecare participă la torsionarea prăjinilor prin opoziția la momentul motor M de rotire. Pentru ușurarea analizei analitice a sistemului în acest caz exprimăm acest moment de frecare uscată sub forma produsului dintre o constantă a și pătratul pulsației:

$$\begin{aligned} M_r(v) &= \omega_o^2 \cdot a, \text{ pentru } v = dx/dt < 0 \text{ respectiv,} \\ M_r(v) &= -\omega_o^2 \cdot a, \text{ pentru } v = dx/dt > 0 \end{aligned} \quad (9)$$

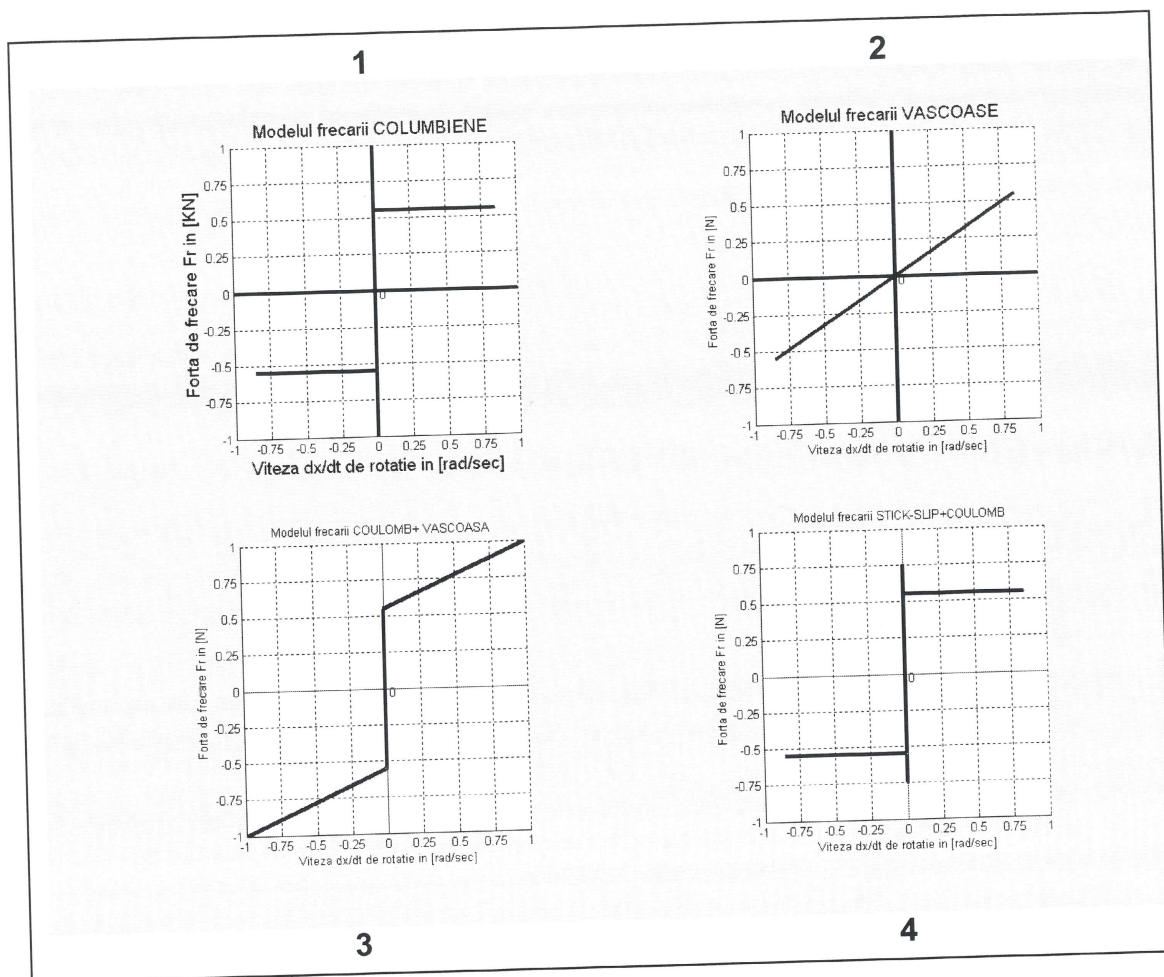


Figura 9. O clasă restrânsă de modele statice ale frecării specifice procesului de foraj: 1 - frecare coulumbiană ; 2- frecare vâscoasă; 3 - frecare coulumbiano - vâscoasă; 4 - frecare coulumbiano-stick-slip

4.2. Modelul matematic torsional al dinamicii forajului când în sistem acționează doar frecare coulumbiană

Când sistemul de foraj se rotește (este în mișcare) momentul motor care determină dezvoltarea accelerației unghiulare $\ddot{x}(t)$ și momentul torsionării elastice $\omega_0^2 \cdot x$ sunt echilibrate de momentul forțelor de frecare care este funcție de viteza $Mr(v)$ ca în figura 9. Când viteza dx/dt , este diferită de zero, avem mișcarea de rotație accelerată, dată de

$$\ddot{x}(t) + \omega_0^2 \cdot x(t) = M_r \quad (10)$$

Această rotație accelerată are loc numai când momentul torsionării elastice este superior momentului de frecare,

$$|\omega_0^2 \cdot x| > |Mr| = \omega_0^2 \cdot a \quad (11)$$

respectiv când $|x| > a$.

În acest caz, surplusul de moment de torsiune, $(\omega_0^2 \cdot x - M_r)$ se consumă pentru dezvoltarea accelerației. Dacă însă momentul torsionării elastice a prăjinilor $\omega_0^2 \cdot x$ este inferior celui de frecare, $M_r = \omega_0^2 \cdot a$;

$$|\omega_0^2 \cdot x| < |\omega_0^2 \cdot a| \quad (12)$$

atunci sistemul nu se poate mișca din loc și se blochează mișcarea sapei de foraj, adică:

$$\ddot{x}(t) + \omega_0^2 \cdot x(t) = 0 \quad (13)$$

și viteza de rotație a sapei este nulă ($\dot{x} = 0$), iar modulul coordonatei de poziție este $|x| < a$.

Astfel, rezultă că dinamica mișcării sapei de foraj în diverse stadii și condiții în procesul dislocării rocii, este descrisă de următoarele trei ecuații diferențiale diferite:

$$\ddot{x}(t) + \omega_0^2 \cdot x(t) = -\omega_0^2 a \quad \text{când} \quad \dot{x} > 0 \ \& \ |x| > a \quad (14)$$

$$\ddot{x}(t) + \omega_0^2 \cdot x(t) = 0 \quad \text{când} \quad \dot{x} = 0 \ \& \ |x| \leq a \quad (15)$$

$$\ddot{x}(t) + \omega_0^2 \cdot x(t) = +\omega_0^2 a \quad \text{când} \quad \dot{x} < 0 \ \& \ |x| > a \quad (16)$$

Ecuația (14) descrie traiectoria de fază în semiplanul superior al planului fazelor unde $\dot{x} > 0$ care corespunde stadiului în care forța elastică transmisă sapei este superioară forței de frecare opozițională și are loc accelerarea mișcării sapei.

Deoarece $a = \text{const.}$ rezultă că:

$$d^2(x + a) / dt^2 = d^2x / dt^2 \quad (17)$$

Folosind (14), se poate scrie ecuația (15) sub forma, $\ddot{x} + \omega_0^2 \cdot (x + a) = 0$ respectiv, sub forma:

$$d^2(x + a) / dt^2 + \omega_0^2 \cdot (x + a) = 0 \text{ pentru } \dot{x} > 0 \quad (18)$$

În mod similar, ecuația (16) descrie traiectoria de fază în semiplanul inferior al planului fazelor unde $\dot{x} < 0$ și poate fi scrisă sub forma:

$$d^2(x + a) / dt^2 - \omega_0^2 \cdot (x + a) = 0 \text{ pentru } \dot{x} < 0 \quad (19)$$

4.3. Simularea în MATLAB a sistemului de foraj cu frecare coulumbiană

Modelul matematic dedus, ecuațiile (18) și (19), permit simularea mișcării sapei de foraj în regim dinamic. Aceasta se poate face în simulink ca în figura 6 fie prin integrarea sistemului de ecuații cu ode45 direct în matlab. Pentru integrare, modelul (18 și 19) este transcris sub forma unei funcții matlab.

Pentru $a=0.1$ radiani și $\omega_0^2 = 1$, această funcție denumită „uscat” are următoarea sintaxă:

```
function dx=uscat(t,x);dx=zeros(2,1);dx(1)=x(2);if x(2)>0;dx(2)=-(x(1)+.1);
else;dx(2)=-(x(1)-.1);end
```

Apelarea acestei funcții pentru integrarea numerică a sistemului de ecuații diferențiale ale modelului cu algoritmul Runge-Kutta și salvarea pe hard-disk a soluției $x(t)=x1$ și $dx/dt=x2$ (în forma numerică) s-a făcut cu

```
[t,x]=ode45('uscat',[0 18],[1 0]);save
```

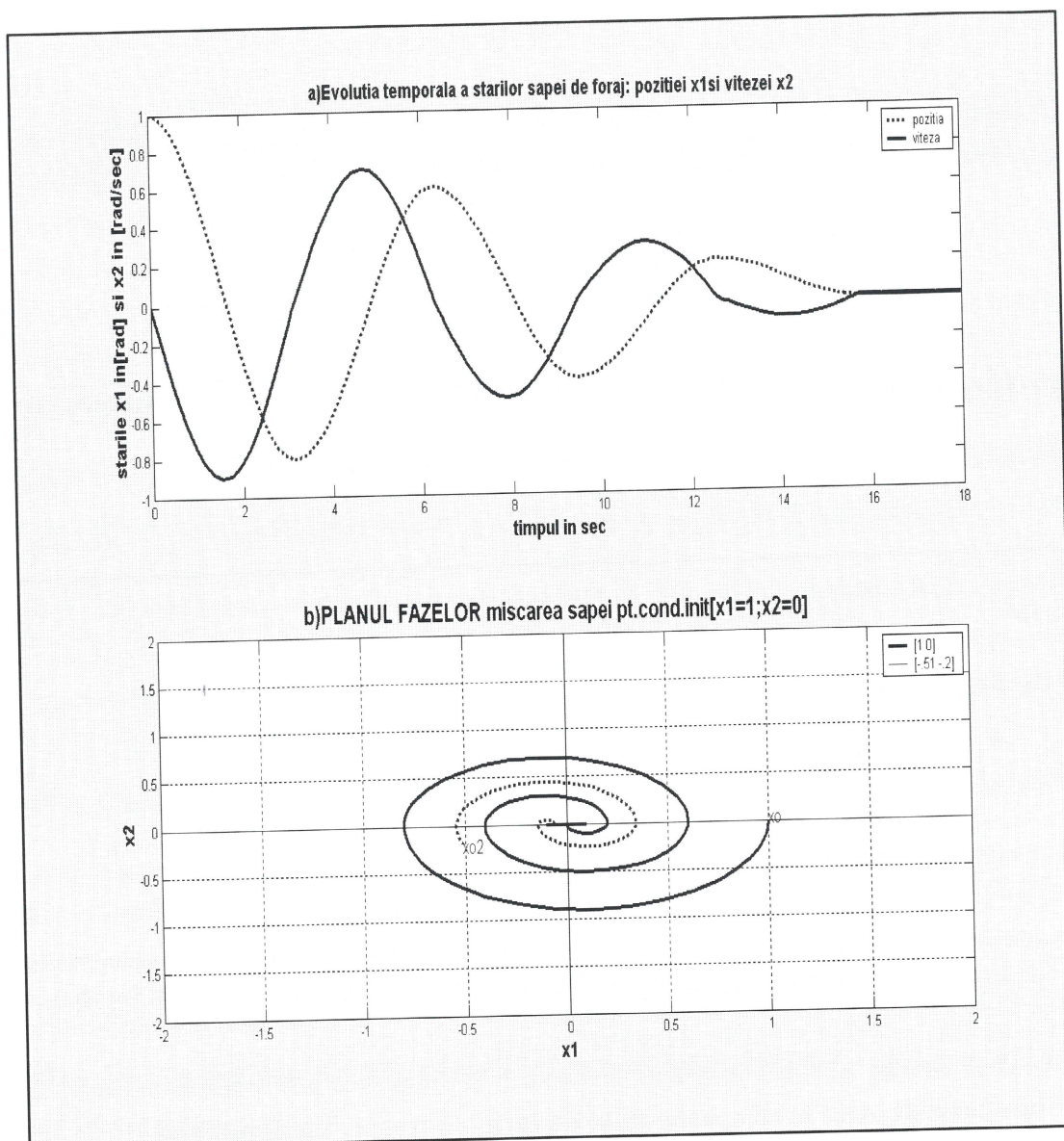


Figura 10. Reprezentarea comportării dinamice : a) temporală; b) în planul fazelor

Cu datele numerice astfel obținute, se afișează grafic evoluția poziției sapei și vitezei acesteia după plecarea din poziția torsionată $x_0 = 1$ radian și cu viteza inițială nulă. Evoluția este afișată până în momentul detorsonării prăjinilor și poziția unghiulară a sapei $x=0$. În figura 10, sunt prezentate aceste evoluții atât în timp, cât și în planul fazelor.

Singurul model liniar din această clasă de modele ale frecării aferente procesului de foraj este cel al frecării vâscoase, care mai este denumită și frecare umedă. Acest tip de frecare se manifestă singular, numai în regimul de mers în gol al instalației de foraj. În acest regim de mers în gol, rotirea garniturii are loc ($w > 0$), dar sapa este deasupra tălpii găurii de sondă, și nu are contact cu roca stratului care trebuie perforat (figura 11). În aceste condiții, ansamblul PGS și celelalte prăjini sunt în contact direct doar cu noroiul de foraj care generează apariția momentului de frecare umedă $M_u(w)$ care este proporțional cu viteza, fiind astfel singurul model liniar din această clasă a modelelor fenomenelor de frecare.

4.4. Modelarea fenomenului torsional în regimul de mers în gol al instalației

Deformațiile elastice de torsiune (în asolament) sunt cauzate, în principal, de momentele inerțiale ale maselor de la capetele garniturii de prăjini și de interacțiunea neliniară a frecărilor vâscoase sau combinata existentă între sapă și rocă sau șirul de prăjini și peretele găurii de sondă (figura 11) precum și de elasticitatea prăjinilor de foraj, intercalate între punctele de concentrare a celor două mase considerate.

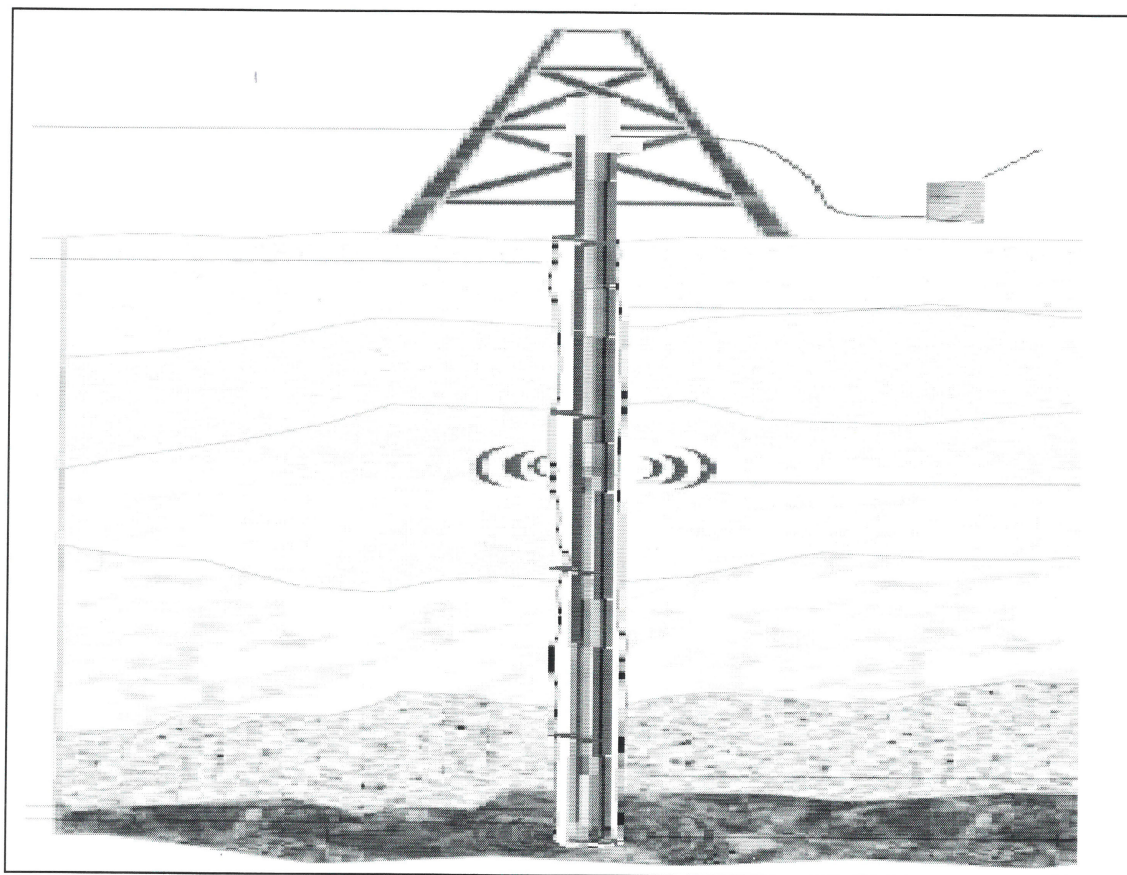


Figura 11. Frecare vâscoasă între prăjinile de foraj și noroiul găurii de sondă

Cel mai simplu model fizic al vibrațiilor torsionale ale garniturii de foraj rotativ este ilustrat pe macheta din figura 12. Această machetă a modelului fizic este construită din două discuri rotative de diametre D respectiv d . Acestea au mase modificabile diferite. Discul mare este discul motor care are diametrul $D > d$ și reprezintă masa rotativă, caracterizată de momentul de inerție J_2 . Sapa de foraj împreună cu prăjinile grele de foraj sunt reprezentate de celalalt disc de diametru d , și care împreună prezintă momentul de inerție J_1 .

Acest disc se mișcă frânat fiind rotit cu viteză v_1 de către discul motor (masa rotativă) printr-un resort torsional, intercalat între sapă și masa rotativă. Arcul torsional, care are coeficientul de rigiditate k , reprezintă gradul de elasticitate la torsiune a coloanei de prăjini prin intermediul cărora sunt rotite prăjinile grele împreună cu sapa de foraj și care formează grupul PGS. Discul-masă rotativă se rotește cu viteză unghiulară constantă $v_2 = \text{const}$. Această machetă reprezintă modelul fizic al unui pendul elastic torsional. Cele două discuri sunt

prevăzute cu moment de frecare vâscoasă (umedă). Această construcție mecanică a sugerat calea de obținere a modelului matematic al vibrațiilor torsionale ale garniturii de foraj rotativ a sondelor petroliere în prezența unui cuplu al forțelor de frecare, care este în opoziție cu momentul motor aplicat masei rotative, plasată la capătul de la suprafața a coloanei de prăjini.

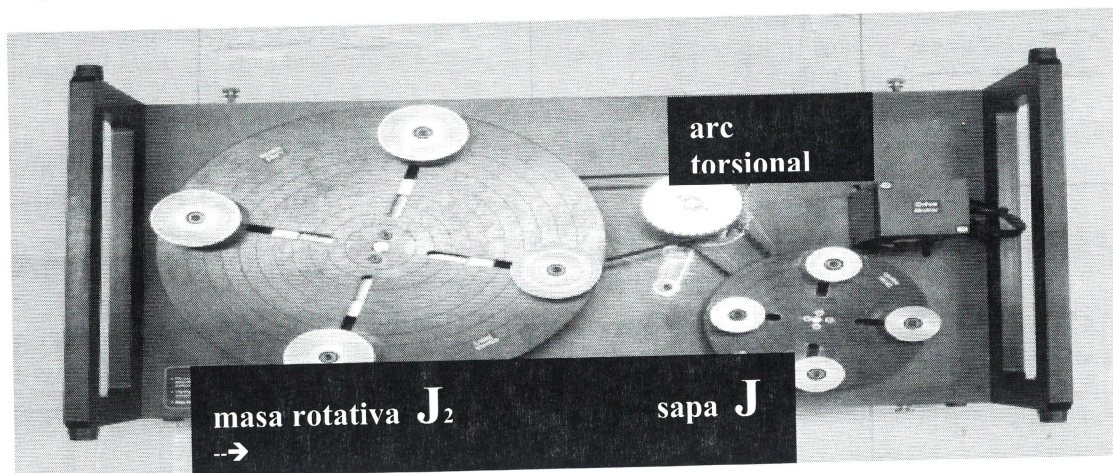


Figura 12. Macheta pendulului torsional ca model fizico-mecanic al garniturii de foraj

Cel mai simplu model matematic al vibrațiilor torsionale ale garniturii de foraj rotativ rezultă sub formă de pendul torsional în care garnitura de foraj este reprezentată prin resort torsional intercalat între sapă și masa rotativă, care se rotește cu viteza constantă. Schema structurală a unui asemenea pendul torsional este prezentată în figura 13. Energia mecanică este transferată parțial mediului sub formă de căldură și parțial sistemului însuși ca energie internă. Scăderea progresivă a energiei mecanice duce la scăderea amplitudinii vibrațiilor până se sting. Mișcarea oscilatorie amortizată este numită pseudoperiodică, iar pseudoperioada T , a acesteia este mai mare decât perioada proprie T_0 a oscilatorului ideal fără frecări ($T > T_0$) și care în cazul prezenței forțelor de frecare va crește o dată cu creșterea coeficientului de frecare vâscoasă C . Comportamentul elastic torsional al prăjinilor de foraj este reprezentat în modelul pendulului torsional printr-un resort (arc) torsional, care generează forța elastică, proporțională cu elongația torsională:

$$x(t) = x_2(t) - x_1(t) \quad (20)$$

este diferența dintre deplasările unghiulare x_2 a masei rotative și x_1 a prăjinilor grele de foraj + sapa (PGS). Prăjinile + sapa sunt considerate un corp rigid echivalent distinct, al cărui moment de inerție este J_1 și a cărui

viteză unghiulară este $\dot{x}(t)$.

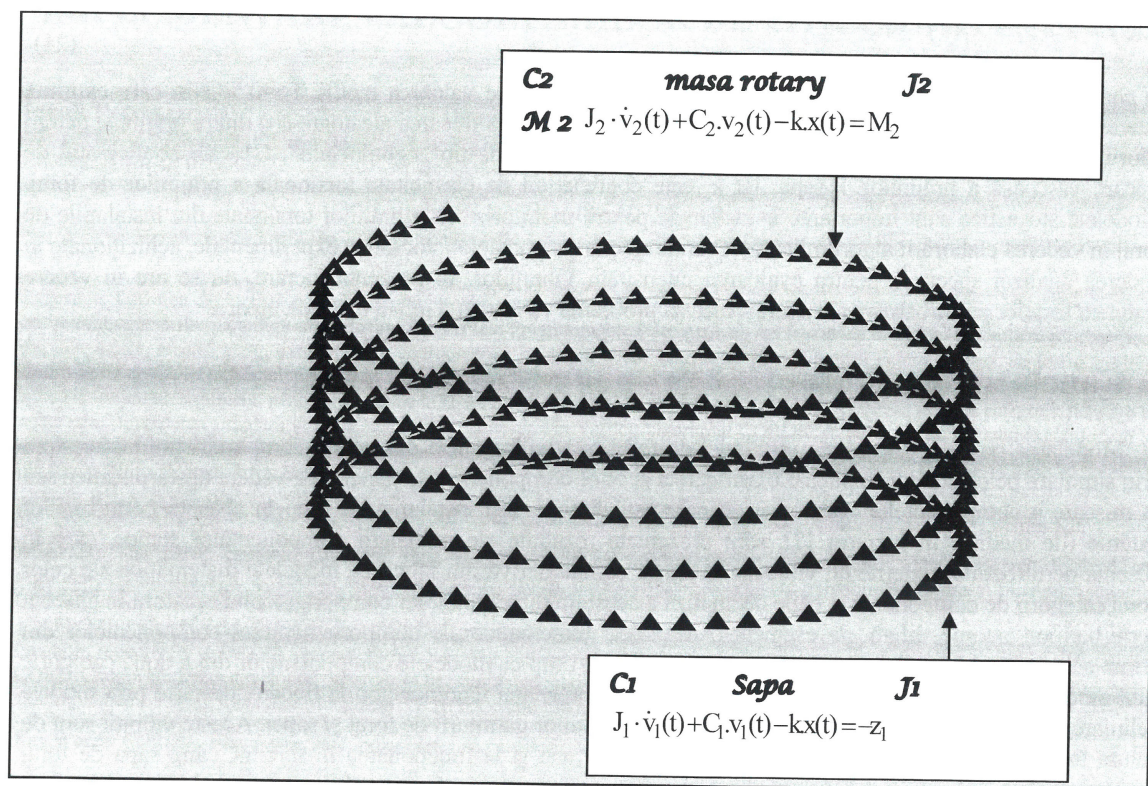


Figura 13. Schema echivalenta a garniturii de foraj ca pendul torsional

Acest corp rigid este cuplat (printr-un arc de torsiune care modelează comportamentul elastic torsional al prăjinilor de foraj) cu celălalt corp rigid, care este masa rotativă ce se învârtă cu viteza unghiulară constantă $\dot{v}_2 = \dot{x}_2 = \text{const}$ și are momentul de inerție J_2 .

simbol	descriere	valoare	unitati
$J1$	Moment de inerție echivalent pentru Sapa +prăjini	374	$Kg.m^2$
$J2$	Moment de inerție al Masei rotative	2122	$Kg.m^2$
$C2$	Coeficientul frecării vâscoase în zona masei rotative	0-50	Nms/rad
$C1$	Coeficientul frecării vâscoase în zona sapa+prăjini	425	Nms/rad
k	Coeficient de rigiditate torsională al Coloanei de prăjini	473	Nm/rad
wr	Pulsația proprie	1,125	rad/sec

Figura 14. Date fizice de proiectare furnizate de către Uzina de Utilaj Petrolier –Ploiești, destinate modelării și simulării vibrațiilor torsionale ale coloanei de prăjini

Datele fizice de proiectare din figura 14 au stat la baza modelării și simulării vibrațiilor și calculul parametrilor ecuațiilor mișcării torsionale a unui corp mecanic echivalent format din prăjinile grele și sapa de foraj. Ecuația mișcării torsionale a acestui corp echivalent (sapa +prăjini grele) este :

$$J_1 \cdot \dot{v}_1(t) + C_1 \cdot v_1(t) - k \cdot x(t) = -z_1;$$

$$z(t) = T_1(\dot{x}) + e(t)$$

$$\dot{x}(t) = \dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t) = v_2 - v_1 \quad (21)$$

în care $z(t)$ este un moment aleator de frecare a sapei (care are valoarea medie $T_0=0,5\text{KNm}$ care exprimă interacțiunea stocastică torsională a sapei cu roca în combinație cu frecarea aleatoare $e(t)$ dintre prăjini și pereții găurii de sondă. Zgomotul $e(t)$ este considerat proces aleator de tip „zgomot alb”; C_1 este coeficientul de frecare vâscoasă a prăjinilor + sapa, iar k este coeficientul de elasticitate torsională a prăjinilor de foraj. Modelele stocastice sunt importante în sistemele pentru monitorizarea vibrațiilor torsionale din instalațiile de foraj în vederea elaborării algoritmilor adecvați prelucrării semnalelor stocastice experimentale, achiziționate în vederea analizei spectrale pentru evaluarea intensității vibrațiilor. În prezenta lucrare, nu se are în vedere acțiunea forțelor perturbatoare aleatoare. Această problemă va fi tratată într-o lucrare viitoare.

5. Concluzii

Modelarea pe componente ale instalației de foraj rotativ și analiza distinctă a comportamentului acestora prin simulare pe calculator implică o clasificare a acestor componente din punctul de vedere al stării statice sau în mișcare a componentelor respective pe parcursul funcționării instalației de foraj în absența perturbațiilor externe (de mediu). În lucrarea [2], sunt prezentate rezultate ale modelării componentelor statice, care în absența perturbațiilor externe nu vibrează. Această cerință derivă din faptul că modelele matematice ale celor două categorii de componente și căile de analiză a acestora diferă total, iar comportamentul acestora în absența perturbațiilor externe diferă, de asemenea. Modelele matematice ale comportamentului componentelor din prima categorie sunt modele liniare, în general statice în timp ce modelele componentelor din a doua categorie sunt modele dinamice, cu precădere neliniare (datorită prezenței fenomenelor de frecare, descrise prin modele neliniare). Prezenta lucrare demonstrează prezența vibrațiilor garniturii de foraj și sapei. Aceste vibrații sunt de natură torsională și sunt prezente atât la mersul în gol, cât și la funcționarea în sarcină, când sapa de foraj penetrează roca.

Bibliografie

1. **DINU, O.:** Studiul problemei mixte de optimizare H_2/H_∞ Construcția unui compensator stabilizator. Sesiunea de Comunicări Științifice a Universității de Petrol – Gaze din Ploiești, 11 – 13 mai 2005.
2. **DINU, O.:** Contribuții privind modelarea și identificarea vibrațiilor din instalațiile de foraj. Revista Română de Informatică și Automatică, vol. 18, nr. 1, 2008.
3. **JANSEN, J. D.:** Nonlinear Dynamics of Oilwell Drillstrings, PhD Thesis, Delft, University Press., 1993.
4. **SERRARENS, A.F.A.:** H Control as Applied to Torsional Drillstring Dynamics. Master's Thesis, Eindhoven, University of Technology, 2002.