COLECTIVITĂŢI INTERCONECTATE

Unele sensuri ale localităţii şi globalităţii

Cristian Lupu

cristianslupu@clicknet.ro

Centrul pentru Noi Arhitecturi Electronice al Academiei Române

Rezumat: În acest articol ne ocupăm de *colectivităţi interconectate*. Scopul nostru principal a fost întâi să definim *colectivităţile*, apoi să încercăm să le *modelăm prin interconectare* şi, în final, să le *măsurăm*. Colectivitatea este un *privilegiu al structurii* (vii sau nevii). *O colectivitate este cel puţin o interconectare*. Localitatea şi globalitatea sunt, poate, cele mai generale măsurători structurale, sunt *primitive* ale unei interconectări modelând o colectivitate. Localitatea presupune o *origine* şi globalitatea, o *proprietate*. Localitatea este o auto-organizare în jurul unei origini şi globalitatea, în jurul unei proprietăţi. *Arhitectura*, un concept de legătură între structura şi funcţia colectivităţii, se măsoară prin gradul de apartenenţă la o proprietate, de exemplu la simetrie. Cu ajutorul acestor concepte, auto-organizare, structură, arhitectură, funcţie, interconectare, localitate şi globalitate, am încercat să definim, modelăm şi să măsurăm o colectivitate în sensul cel mai general.

Cuvinte cheie: auto-organizare, structură, arhitectură, funcţie, interconectare, localitate, globalitate.

Abstract: In this paper we deal with the *interconnected collectivities*. Our principal aim was to define the *collectivities* and, then, to try to *model them by the interconnection* and, finally, to *measure* them. The collectivity is a *privilege of the structure* (living or non-living). *A collectivity is at least an interconnection*. The locality and the globality are, maybe, the most general structure measurements, are the *primitives* of an interconnection modeling a collectivity. The locality supposes an *origin* and the globality, a *property*. The locality is a self-organization round an origin and the globality, round a property. The *architecture*, a connection concept between the structure and the function of the collectivity, measures by the degree of the membership to the property, e.g. to the symmetry. By the help of these concepts, self-organization, structure, function, interconnection, locality and globality, we tried to define, to model and to measure a collectivity, in most general meaning.

Key Words: self-organization, structure, architecture, function, interconnection, locality, globality.

1. Structură şi arhitectură

Modelarea unui sistem complex, cum poate fi şi o *interconectare*, înseamnă în primul rând percepţia *auto-organizării* sistemului şi după aceea modelarea propriu zisă. A percepe un complex, spunea Wittgenstein în Tractatus Logico - Philosophicus [12], *înseamnă a percepe relaţiile dintre părţile sale constituente într-un mod determinat*. Pe de altă parte, una dintre caracteristicile naturii este *asocierea în colectivităţi*. În domeniul calculatoarelor, Profesorul Moshe Sipper scria în prefaţa la o carte destul de recentă, că în ultimii ani a început să se producă un curent din ce în ce mai vizibil care poate să schimbe fundamentele calculatoarelor. Le vrem, desigur, mai rapide, mai bune, mai eficiente. Dar, mai interesant, am început să le îmbunătăţim şi cu caracteristici dezvoltate numai în natură, ca de pildă, capacităţile de evoluţie, învăţare şi dezvoltare, creşterea sau *asocierea în colectivităţi* [2]. Referitor la colectivităţi, putem să le observăm atât în lumea nevie (galaxiile universului, sistemele solare, sistemele cristaline) cât şi în lumea vie (muşuroaiele de furnici, roiurile de albine, naţiunile), dar şi în lumea artificială (picturi, mai ales abstracte, arhitecturi, oraşe). Ce *proprietăţi* ascund relaţiile care leagă colectivităţile, *relaţiile de asociere în colectivităţi*? Pot fi gravitaţia, simetria sau instinctul de supravieţuire sau, poate, o proprietate estetică? Într-un cuvânt, *auto-organizarea* ***structurală***. Auto-organizarea poate fi structurală sau funcţională. Articolul abordează unele aspecte legate de auto-organizarea structurală aplicată la *colectivităţi modelate prin interconectări*.

Definirea termenului de *colectivitate* se deduce din definirea *mulţimii*. „O mulţime poate fi selecţionată prin apartenenţă sau printr-o *relaţie care fundamentează apartenenţa sau poate fi construită aducând în câmpul mulţimii elemente care satisfac relaţia care o defineşte*"[4]. Pentru că Bourbaki numeşte „*relaţie colectivizantă*" relaţia care defineşte o mulţime, noi vom numi colectivităţile, numai mulţimile selectate sau construite cu ajutorul *relaţiilor*. Excludem, deci, mulţimile selectate prin apartenenţă (cea mai generală definiţie a unei mulţimi). Colectivitate nu înseamnă, în accepţiunea noastră, o mulţime definită, de exemplu, prin {*o stea, 5, o planetă, un cristal, c, o furnică, o albină, un om*}.

Relaţia care dovedeşte apartenenţa la o colectivitate decurge din *funcţionalitatea* ei: o colectivitate este compusă din mai mici *entităţi funcţionale*. De exemplu, o interconectare este compusă dintr-o mulţime de noduri şi conexiuni care le leagă, ceea ce este echivalent cu definiţia unui graf (o mulţime X de noduri şi o aplicaţie Γ a lui X pe X ce dă conexiunile). Legătura este *funcţionalitate structurală* pentru o interconectare.

În acest articol începem să studiem *colectivităţile* din punct de vedere *structural* şi, în plus, cu ajutorul conceptului de *arhitectură*, un concept de legătură între structură şi funcţie. *Termenul de structură*, la început cu înţelesul de construcţie (din latinescul *structura*) a evoluat conceptual destul de greu. În secolele XVII şi XVIII, în limbile engleză şi franceză, îl întâlnim cu sensul de *relaţie reciprocă între* *părţile unui întreg* sau *elementele constitutive ale întregului determinând natura, organizarea sa* [9]. În secolul XIX, structură este, în general, opusul funcţiei, la fel cum este static opusul lui dinamic. La sfârşitul secolului XIX începe să apară un nou înţeles pentru conceptul de structură, nemaifiind o organizare statică ci *un întreg făcut din elemente solidare, în care fiecare depinde de toate celelalte şi nu poate fi ceea ce este decât în şi prin ele*. *Conexiunea între părţi* (primul sens) este ceva mai puţin necesar decât *sistemul de interconectare totală al fiecărei părţi cu toate celelalte* (al doilea sens). Dacă primul sens este o *sumă*, al doilea este un *întreg* [9]. Apariţia celui de-al doilea sens coincide cu penetrarea conceptului de structură în domeniile umanistice, lingvistice, unde a fost înlocuit cu un sinonim, *gestalt*. *Gestalt* nu este legat atât de sistem, organizare sau de plan, ci de *comportarea unui organism, unui întreg*. *Gestalt* este apropiat de *entelehie*, termen care desemnează trăsăturile, de exemplu, ale unei figuri geometrice sau melodii, prin care acestea depăşesc caracterul de sumă. O figură geometrică rămâne aceeaşi indiferent dacă este mărită, micşorată sau colorată. Această invarianţă a transpoziţiilor se mai numeşte *izomorfism*. Astfel, cercetătorii în domeniul lingvisticii au contribuit esenţial la înţelegerea şi utilizarea conceptului modern de structură unificând cele două sensuri: *globalitatea coerentă, coagulată* şi *relaţiile între părţi locale* sau pe scurt, ***globalitatea*** şi ***localitatea***.

Având în vedere cele de mai sus, *structura unei colectivităţi* poate fi auto-organizată *local* şi *global*. De exemplu, o structură de interconectare se estimează local prin vecinătăţi. Astfel, *localitatea este comportarea sau auto-organizarea structurală a unei colectivităţi în jurul unei **origini***. Originea poate fi temporală şi/sau spaţială. Articolul se referă la origini spaţiale iar definiţia localităţii, la primul sens al conceptului de structură, conexiunea între părţi. *Globalitatea este comportarea sau auto-organizarea structurală a unei colectivităţi în jurul unei **proprietăţi***. De exemplu, interconectările pot fi estimate şi proiectate cu ajutorul proprietăţilor de *simetrie*. Definiţia globalităţii se referă la al doilea sens al conceptului de structură.

Pe de altă parte, *arhitectura unei colectivităţi*, concept de legătură între structură şi funcţie, dă un *înţeles global* colectivităţii cu scopul de a înţelege mai bine legătura între structura şi funcţia acelei colectivităţi. Astfel, vorbim despre o arhitectură a universului, o arhitectură a unui sistem cristalografic, o arhitectură a unui oraş, a unei case sau a unei întreprinderi, o arhitectură a unei interconectări, o arhitectură comunicaţională. *Arhitectura măsoară gradul de apartenenţă la proprietăţi globale*. Simetria, ierarhia sunt asemenea proprietăţi globale.

Luând ca model al unei colectivităţi interconectarea, vom încerca în acest articol să demonstrăm că dihotomia localitate-globalitate acoperă din punct de vedere matematic (şi nu numai matematic) unul din sensurile structurale ale definiţiei colectivităţii: localizarea vs. globalizarea colectivităţii, sau un anumit *potenţial structural al unei dinamici a colectivităţii*, sau o *auto-organizare a unei colectivităţi*.

2. Colectivităţi interconectate

Interconectarea a N noduri cu L legături bine stabilite modelează, în sensul dat de Wittgenstein percepţiei auto-organizării, o colectivitate. Nodurile sunt membrii colectivităţii care se conectează prin legături. Aceste tipuri de colectivităţi le vom numi, în continuare, colectivităţi interconectate. Colectivităţile interconectate nu se vor limita la mulţimi cu acelaşi tip de noduri (colectivităţi cu noduri neomogene) şi/sau mulţimi cu acelaşi tip de legături (colectivităţi cu legături neomogene). Ceea ce este clar, entităţile care formează colectivitatea sunt interconectate într-un anumit fel. Ne vom limita, fără a pierde prea mult din generalitate, la interconectările ortogonale [3] sau colectivităţile ortogonale. Orice număr N poate fi reprezentat ca un produs de numere întregi, $N=m_r \cdot m_{r-1} \cdot \ldots m_1$. Pe baza acestei reprezentări, fiecare din cele N noduri al unei interconectări poate fi asociat cu o adresă X cu r digiţi, $0 \leq X \leq N-1$. Vom prezenta, pe scurt, cele mai cunoscute interconectări ortogonale drept colectivităţi (mulţimi construite cu ajutorul relaţiilor).

Hipercubul generalizat, HCG, este o colectivitate ortogonală cu $N=m_r \cdot m_{r-1} \cdot \ldots m_1$ noduri interconectate în r dimensiuni. În fiecare dimensiune i a colectivităţii cele m_i noduri sunt interconectate toate cu toate. Relaţia care stabileşte interconectarea a N noduri toate cu toate este: nodurile adresate de $X = (x_r\ x_{r-1} \ldots x_{i+1}\ x_i\ x_{i-1} \ldots x_1)$ sunt conectate cu nodurile adresate de $X' = (x_r\ x_{r-1} \ldots x_{i+1}\ x'_i\ x_{i-1} \ldots x_1)$, unde $1 \leq i \leq r$, $0 \leq x'_i \leq m_i - 1$ şi $x'_i \neq x_i$. Hipercubul, HC, este un HCG cu $N = m^r$ noduri. Hipercubul binar, HCB, este un HC cu $N = 2^r$ noduri iar structura complet conectată, SCC, este un alt HC cu N = m noduri.

Hipertorul generalizat, HTG, este o altă colectivitate ortogonală cu $N=m_r \cdot m_{r-1} \cdot \ldots m_1$ noduri interconectate în r dimensiuni. În fiecare dimensiune i, $1 \leq i \leq r$, cele m_i noduri sunt colectivizate într-un tor. Relaţia care stabileşte cele r toruri dintr-o colectivitate HTG este: nodurile adresate de $X = (x_r\ x_{r-1} \ldots x_{i+1}\ x_i\ x_{i-1} \ldots x_1)$ sunt conectate cu nodurile vecine cele mai apropiate adresate de $X' = (x_r\ x_{r-1} \ldots x_{i+1}\ x'_i\ x_{i-1}$

... x_1), unde $1 \le i \le r$, $x'_i = | x_i \pm 1|$modulo m_i. Hipertorul, HT, este un HTG cu $N = m^r$ noduri iar torul, T, este un HT cu $N = m$ noduri. HCB poate fi şi un HT cu $N = 2^r$ noduri.

Hipergrila generalizată, HGG, este, de asemenea, o colectivitate ortogonală cu $N=m_r \cdot m_{r-1} \cdot \ldots m_1$ noduri interconectate în r dimensiuni. În fiecare dimensiune cele m_i noduri sunt colectivizate într-un lanţ, sau, mai bine spus, fiecare nod X este conectat într-o grilă cu nodurile adresate de $X' = (x_r\ x_{r-1} \ldots x_{i+1}\ x'_i\ x_{i-1} \ldots x_1)$, $x'_i = x_i \pm 1 |\ x_i \neq 0$ şi $x_i \neq m_i - 1$; $x'_i = x_i + 1 |\ x_i = 0$; $x'_i = x_i - 1 |\ x_i = m_i - 1$, pentru $1 \le i \le r$. Hipergrila, HG, este o HGG cu $N = m^r$ noduri. Lanţul, L, este o HG cu $N = m$ noduri. Un hipercub binar poate fi, de asemenea, o hipergrilă cu $N = 2^r$ noduri.

HCG, HTG şi HGG sunt colectivităţi reprezentate ca interconectări omogene la legături, sau colectivităţi omogene (colectivităţile sunt şi omogene la noduri, neomogenitatea la noduri nu face obiectul acestui articol). Colectivităţile neomogene, cele mai generale, sunt reprezentate ca interconectări neomogene la legături. Un exemplu de colectivităţi neomogene sunt colectivităţile reprezentate prin hiperstructuri generalizate, HSG [8]. O HSG este colectivitate ortogonală cu $N=m_r \cdot m_{r-1} \cdot \ldots m_1$ noduri interconectate în r dimensiuni în care fiecare nod X este colectivizat (conectat) în fiecare dimensiune i, $1 \le i \le r$, cu nodurile adresate de un vector de colectivizare (de interconectare) $\left(\bigcup_{j=1}^{k_i} X^{ij}\right) = (x_r\ x_{r-1} \ldots x_{i+1}\ x'_i\ x_{i-1} \ldots x_1)$. $\left(\bigcup_{j=1}^{k_i} X^{ij}\right)$ specifică faptul că un nod al unei HSG este conectat (neomogen) cu un vector de structuri elementare de colectivizare în loc de o singură structură cum este cazul unei colectivităţi omogene. Aceasta este neomogenitatea la legături a unei colectivităţi, vectorul de colectivizare având pe de-o parte, r elemente şi pe de altă parte, k_i, $1 \le i \le r$, structuri elementare de colectivizare (omogene) pentru care sunt specificate reuniunile $\left(\bigcup_{j=1}^{k_i} X^{ij}\right)$, $j = 1, 2, \ldots, k_i$. Deci X^{ij} sunt structuri elementare omogene, ca torul, grila sau lanţul, şi pot să nu fie disjuncte pentru fiecare dimensiune.

În figurile 1 şi 2 dăm două exemple simple de asocieri în colectivităţi modelate printr-o interconectare omogenă (fig. 1) şi printr-o interconectare neomogenă (fig. 2). La interconectări regulate omogene, ca de exemplu HCG sau HT, poziţia originii nu contează. Colectivităţile pe care ele le modelează sunt sferice: diametrul este acelaşi indiferent de unde privim colectivitatea. La interconectări neregulate, ca HGG sau alte interconectări neomogene (HSG), contează poziţia originii. Comportarea "structurală" în jurul originii la colectivităţile pe care le modelează aceste interconectări nu mai este sferică. De ce contează poziţia originii? Pentru că neomogenitatea structurală a unei asocieri într-o colectivitate faţă de o origine echivalează cu un potenţial "funcţional" faţă de aceeaşi origine. De exemplu, cu cât sunt mai multe şi mai diverse legături într-o colectivitate interconectată dintr-un anumit punct de vedere spaţial şi/sau temporal (origine), sunt posibile funcţionări mai sofisticate, mai adaptate la o cerinţă, sau mai auto-organizate. Colectivităţile interconectate, omogene sau neomogene, pot fi apreciate la început prin două măsuri generale: localitatea şi globalitatea.

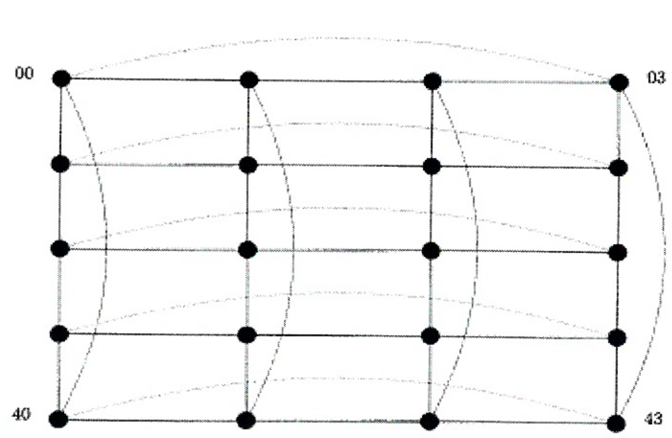

Figura 1. O colectivitate interconectată având structura unui HTG

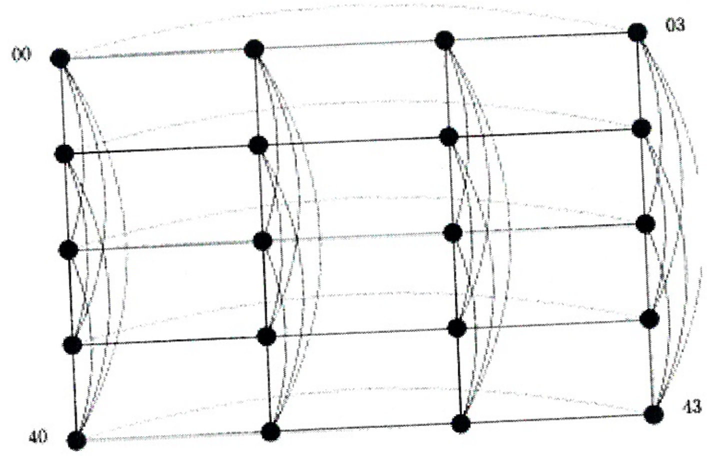

Figura 2. O colectivitate interconectată având structura unei HSG

3. Primul sens al conceptului de structură: localitatea unei colectivităţi interconectate

Colectivităţile având ca modele structurale interconectările (noduri şi legături) pot fi estimate structural prin localitate şi globalitate. Localitatea, cum am mai spus, este comportarea spaţială a unei colectivităţi în jurul unei origini. Ca în fizică, unde gravitatea caracterizează atracţia între obiecte, localitatea defineşte o colectivitate: cu cât sunt mai aproape entităţile care compun colectivitatea cu atât comunică mai bine sau, în cazul colectivităţilor interconectate, cu cât sunt mai aproape nodurile cu atât puterea de interconectare este mai mare.

Cum am spus în introducere, definiţia localităţii se referă la primul sens al conceptului de structură, conexiunea între entităţi sau, în colectivităţi interconectate, legăturile între noduri. Localitatea într-o interconectare se măsoară analitic prin vecinătăţi, rezerve de vecinătate, rezerve Moore şi, sintetic, prin diametru, grad sau distanţă medie. Ca orice proprietate care organizează entităţile, localitatea poate fi studiată întâi structural (topologic) şi apoi funcţional. De aceea, localitatea unei colectivităţi interconectate se va defini prin două localităţi: o localitate structurală şi o localitate funcţională. Localităţile structurale se pot aprecia, la început, prin vecinătăţi. Vecinătăţile se clasifică în vecinătăţi de suprafaţă (sau radiale) şi în vecinătăţi de volum (sau sferice). Vecinătatea de suprafaţă a unei colectivităţi interconectate este numărul de entităţi, componente sau noduri la distanţa logică d, $SN_d(O)=N_d(O)$, unde O este o origine aleasă arbitrar. Vecinătatea de volum este $VN_d(O)=\sum_{i=1}^{d}N_d(O)$. Vecinătăţile sunt măsuri analitice ale localităţii structurale ale unei colectivităţi interconectate. Dar localitatea structurală se poate măsura şi sintetic, de exemplu, prin diametru: la acelaşi număr de entităţi interconectate, cu cât diametrul este mai mic cu atât localitatea (în sensul aglomeraţiei) este mai mare.

O problemă, cum am spus mai sus, este aceea că vecinătăţile şi diametrele depind de poziţia originii. La colectivităţile interconectate în structuri regulate şi omogene, ca hipercuburile sau hipertorurile generalizate, poziţia originii nu contează. La colectivităţi interconectate în structuri neregulate, ca hipergrilele generalizate sau alte reţele neomogene, contează poziţia originii. Modelul topografic prezentat într-o serie de lucrări ne-a ajutat să descriem şi, ca atare, să studiem comportarea „structurală" a colectivităţilor interconectate în structuri omogene şi, mai ales, neomogene. Proprietăţile localităţii pot fi mai bine „citite" cu ajutorul curbelor de nivel ale diametrului în relieful structural al unei colectivităţi interconectate.

Pe lângă curbele de nivel, am introdus încă o măsură care ne ajută să estimăm din punct de vedere al localităţii acest relief structural: starea de aglomeraţie. Localităţile structurale ale unei colectivităţi interconectate sunt mai mult sau mai puţin aglomerate şi se pot citi foarte bine cu ajutorul curbelor de nivel ale diametrului, cum am spus în paragraful precedent. Adâncimea unei văi (diametrul minim) ne informează despre localitatea maximum aglomerată şi înălţimea unui vârf (diametrul maxim) despre localitatea minimum aglomerată. Astfel, starea structurală de aglomeraţie a unui nod (entităţi) dintr-o colectivitate interconectată este dată de diametrul interconectării calculat cu originea în nodul respectiv. Curbele de nivel ale stărilor de aglomeraţie structurală constituie o hartă cu relief structural al colectivității interconectate.

Localitatea structurală este o informație invariabilă dependentă numai de topologia colectivității interconectate. Un punct de vedere funcțional asupra localității unei colectivități poate lua în considerare distribuțiile de rutare ale mesajelor între entitățile interconectate, $\Phi_O(d)$, unde O este originea colectivității iar d este distanța logică între entități.

Localitatea funcțională a unei colectivități care schimbă mesaje se estimează, ca localitatea structurală, prin vecinătăți: o vecinătate de suprafață funcțională, $FSN_d(O)= \Phi_O(d)\cdot N_d(O)$, și o vecinătate de volum funcțională, $FVN_d(O)=\sum_{i=1}^{d} \Phi_O(d)\cdot N_i(O)$. Vecinătățile măsoară analitic localitatea funcțională. Ca și diametrul, în cazul localității structurale, există o măsură sintetică pentru localitatea funcțională a unei colectivități care schimbă mesaje, distanța medie funcțională. Cu ajutorul distanței medii funcționale definim starea de aglomerație funcțională: starea de aglomerație funcțională a unui nod (entități) dintr-o colectivitate interconectată prin mesaje este dată de distanța medie funcțională a interconectării calculate cu originea în nodul respectiv. Starea de aglomerație funcțională este cu atât mai mare cu cât distanța medie funcțională este mai mică. Cu ajutorul curbelor de nivel ale stărilor de aglomerație funcționale se poate desena o hartă care înfățișează relieful funcțional al colectivității interconectate.

Vecinătățile de suprafață și de volum, pe de-o parte, și diametrul sau gradul, pe de altă parte, sunt mijloace de evaluare analitice și sintetice ale capacității de interacțiune ale unei colectivități interconectate, măsurând localitatea structurală. Prin vecinătățile funcționale și, sintetic, prin distanța medie funcțională se exprimă ce parte a localității structurale este utilizată în procesul funcțional implementat în colectivitate. Poate fi un proces de comunicație (de transmitere de mesaje) sau de rezolvare a unor probleme (inteligența roiurilor [7]). Deci, vecinătățile funcționale și distanțele medii funcționale exprimă localitatea funcțională a colectivității.

Evident, pentru o colectivitate interconectată, $SN_d \geq FSN_d$ și $VN_d \geq FVN_d$. Diferența între cele două tipuri de vecinătăți reprezintă ceea ce am numit rezerva de vecinătate. Rezerva de vecinătate este de suprafață, $SNR_d=SN_d-FSN_d$, sau de volum, $VNR_d=VN_d-FVN_d$. Utilizând rezerva de vecinătate introducem un criteriu de evaluare/proiectare a topologii enunțând următoarea conjectură: potențialul fucțional al unei structuri de colectivitate este utilizat optim într-un proces dacă rezerva de vecinătate este minimă. Conjectura este o generalizare a unei mai vechi conjecturi care se referea la intercomunicație într-o rețea și la la distribuția de rutare Φ pe care am exemplificat-o în numeroase articole.

Pentru a evalua localitatea structurală a unei colectivități interconectate (echivalentă cu un graf), pe lângă vecinătăți și rezerve de vecinătăți, am propus o măsură simplă de evaluare: rezerva Moore bazată pe limita Moore. După cum se știe, limita Moore este numărul maxim de noduri într-un graf fiind date gradul l și diametrul D: $N_{Moore}=1+l\cdot(((l-1)^D-1)/(l-2))$. Această limită se deduce dintr-un l-arbore complet cu diametrul D fiind limita absolută pentru vecinătatea de volum dimetrală, $VN_D(O)=\sum_{i=1}^{D}N_d(O)$, în orice graf (colectivitate interconectată) cu gradul l și diametrul D. Exceptând l-arborii compleți, această limită nu se atinge foarte ușor. Graful Petersen, structurile complet conectate sau inelele având numărul de noduri impar sunt interconectări care ating limita Moore. De aceea, pare cu sens, să calculăm, pentru o colectivitate interconectată, cât de departe este această limită. Cu cât este mai departe limita Moore, cu atât localitatea structurală este mai slabă. Rezervele Moore implementează acest lucru.

Rezerva Moore de suprafață se definește prin diferența între numărul de noduri în arborele Moore corespunzător la distanța d și gradul l și vecinătatea de suprafață, $SMR_d=l(l-1)^{d-1}-N_d$. Rezerva Moore se definește ca diferența între limita Moore la distanța d și vecinătatea de volum, $MR_d=N_{Moore}(d)-VN_d$.

4. Omogenitate și simetrie

Cu ajutorul modelului topografic despre care am spus în secțiunea precedentă vom estima trei colectivități interconectate din ce în ce mai neomogene și mai asimetrice.

În primul exemplu să dăm relieful funcțional pentru o distribuție de rutare a mesajelor uniformă într-o colectivitate interconectată bidimensională având 20 de noduri pe dimensiune. Structura elementară de interconectare (unidimensională), SEI1, este aceeași în ambele dimensiuni fiind compusă dintr-o structură complet conectată (nodurile 0÷8), o grilă (nodurile 8÷11) și, din nou, o structură complet conectată (nodurile 11÷19). SEI1 are, în acest fel, 20 de noduri simetric aranjate.

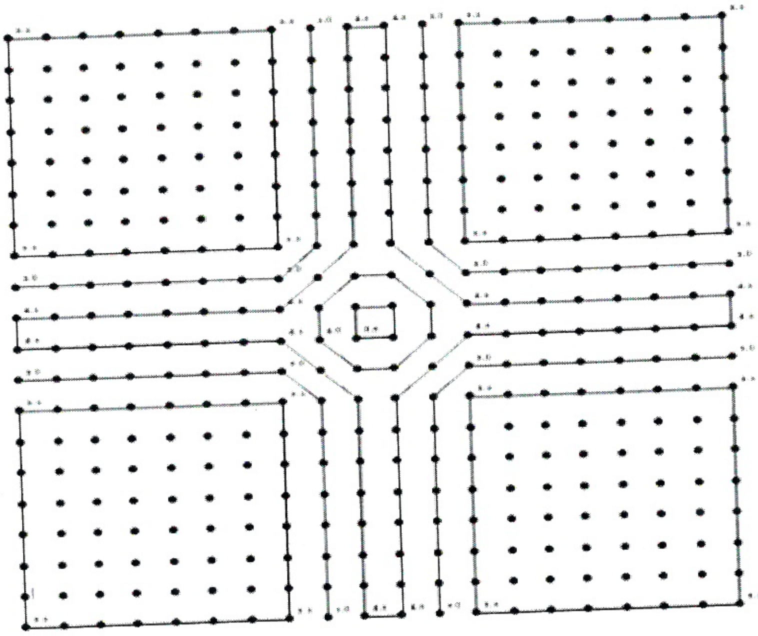

Figura 3. Curbele de nivel ale reliefului funcțional cu distribuția uniformă și *SEI*1

În figura 3 dăm curbele de nivel pentru distribuția uniformă ale reliefului funcțional al colectivității interconectate bidimensionale cu SEI1. La început să notăm simetria perfectă în ambele dimensiuni datorită simetriei perfecte a structurii elementare de interconectare. Această simetrie a dus la faptul că cea mai mare parte a reliefului funcțional este formată din patru podișuri având aceeași înălțime, 5.5 noduri, și orientate spre cele patru puncte cardinale. Cele patru podișuri sunt despărțite de patru canioane în formă de cruce. Adâncimea canioanelor este de 4.5 noduri. Chiar în mijlocul colectivității se găsește cea mai aglomerată parte a ei. Este materializată în relieful funcțional sub forma unei văi de adâncime 3.5 noduri. Panta cea mai mare a distanței medii $d_U(O)$, la mijlocul colectivității, este de 2 noduri iar pantele canioanelor sunt de 1 nod.

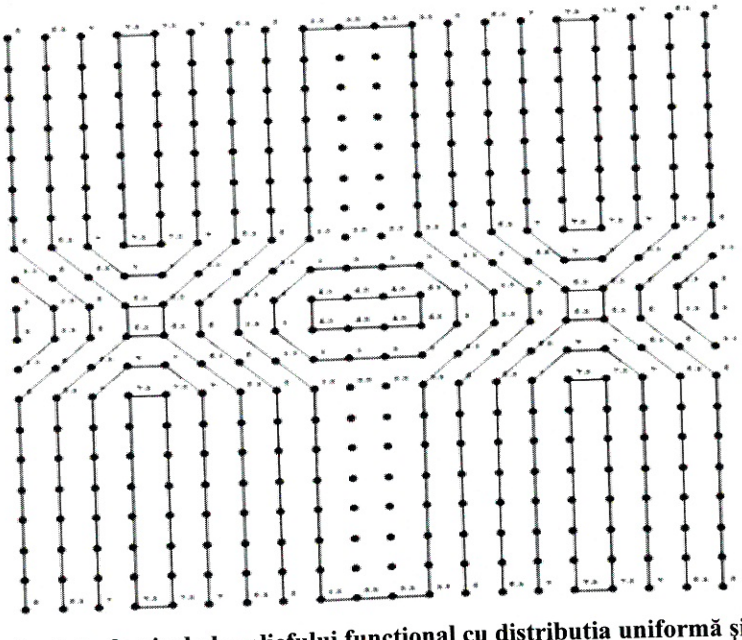

Figura 4. Curbele de nivel ale reliefului funcțional cu distribuția uniformă și SEI2 și SEI3

Relieful funcțional pentru alte distribuții ale mesajelor care se schimbă în cadrul unei colectivități interconectate, de exemplu structurală sau exponențială, arată asemănător. Diferența este numai în înălțimi și pante.

Să exemplificăm în continuare, figura 4, un relief funcțional al unei colectivități bidimensionale neomogene care se „comportă" mai nesimetric decât cea din figura 3. SEI2, în prima dimensiune, este compusă dintr-o structură complet conectată (nodurile 0÷8), o grilă (nodurile 8÷11) şi, din nou, o structură complet conectată (nodurile 11÷19). SEI3, în a doua dimensiune, este compusă dintr-un tor (nodurile 0÷8), o structură complet conectată (nodurile 8÷11) şi, din nou, un tor (nodurile 11÷19). În figura 4 dăm curbele de nivel ale acestei colectivități bidimensionale pentru o distribuție uniformă a mesajelor. Relieful acestei colectivități interconectate este mai variat decât al celei din figura 3: patru vârfuri, mai degrabă podişuri, de 7.5 noduri înălțime, şi o vale de 4 noduri, separând în două colectivitatea de-a lungul dimensiunii x_2 şi în mijlocul dimensiunii x_1 de adâncime 5.5 noduri. Mai există două şei de 6.5 noduri înălțime şi, în mijlocul reliefului, cea mai adâncă vale (cea mai aglomerată porțiune a colectivității) de 4.5 noduri adâncime. Simetria nu mai este la fel pe cele două axe, ca în figura 3. Simetria acestei colectivități diferă de la o axă la alta, deci este mai slabă.

În fine, să exemplificăm asimetria printr-o colectivitate interconectată neomogenă bidimensională cu 20 de noduri pe dimensiune. În prima dimensiune, SEI4 este compusă dintr-o structură complet conectată (nodurile 0÷5), o grilă (nodurile 5÷12) şi un tor (nodurile 12÷19). În a doua dimensiune, SEI5 este compusă dintr-un tor (nodurile 0÷10), o structură complet conectată (nodurile 10÷15) şi, de asemenea, un tor (nodurile 15÷19). În figura 5 dăm relieful funcțional al acestei colectivități interconectate asimetric. Structura prezintă doar unele simetrii parțiale pe anumite zone.

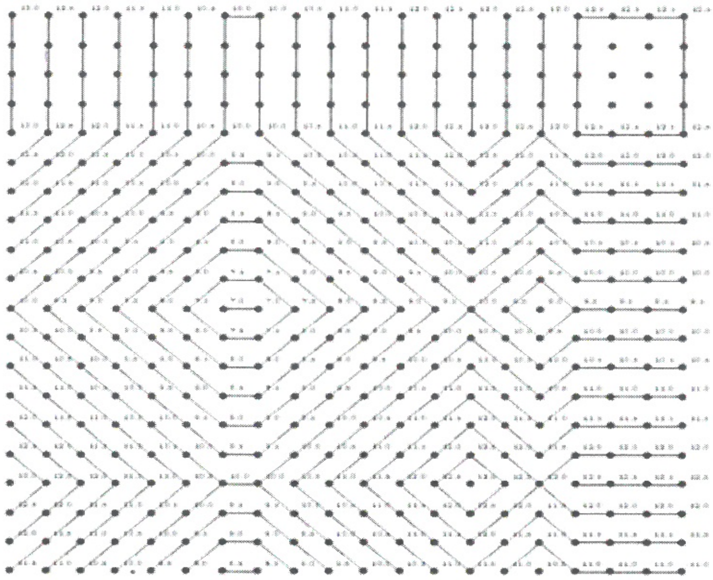

Figura 5. Curbele de nivel ale reliefului funcțional cu distribuția uniformă şi *SEI*4 şi *SEI*5

Am prezentat trei colectivități interconectate bidimensionale cu aceeaşi macro-structură, cu acelaşi număr de noduri dar cu sub-structuri elementare de interconectare din ce în ce mai ne-omogene. Relieful funcțional al acestor structuri a demonstrat că aceste trei colectivități au o asimetrie din ce în ce mai marcată. Structurile colectivităților prin asimetrie manifestă un dinamism structural din în ce mai pronunțat, o proprietate de auto-dezorganizare din ce în ce mai pronunțată. Simetrie mai multă înseamnă auto-organizare structurală mai puternică. De aceea ne-omogenitatea duce prin asimetrie la o auto-dezorganizare structurală mai intensă.

5. Globalitatea: o cale de la structură la arhitectură

Una din proprietățile importante ale oricărei structuri de spațiu fizic este simetria. Transformarea care păstrează structura spațiului este numită automorfism. Fiind date configurația unui spațiu, adică o structură, o formă sau o colectivitate interconectată, putem să evidențiem o anumită mulțime de automorfisme care lasă configurația neschimbată. Automorfismele puse în evidență formează un grup care descrie precis simetria configurației date.

Spațiul amorf are o simetrie totală corespunzând grupului tuturor automorfismelor. Simetria unei colectivități interconectate, ca şi a oricărei structuri fizice, este descrisă, cum am spus, de un subgrup de automorfisme. Simetria totală a unui spațiu definit de n puncte (noduri, permutări) va fi descrisă de $S_{n!}$, în timp ce o simetrie parțială este exprimată de un subgrup (de permutări) inclus în $S_{n!}$. De aceea, grupurile simetrice $S_{n!}$ modelează un spațiu definit prin n puncte (noduri) și invers. Simetria totală a unui spațiu este reprezentată printr-o colectivitate interconectată totală, adică printr-o structură complet conectată cu n! noduri.

Ca un exemplu, figurile cu două dimensiuni au ca simetrii constitutive identitatea, rotația, translația, reflecția și reflecția - translația. Este cunoscut că un dreptunghi are următoarele patru simetrii: identitatea, I; reflectările S_1 și S_2 față de axele A_{S1} și A_{S2}; rotația R cu 180°. Cele patru automorfisme pot fi acum reprezentate printr-o interconectare de patru noduri. Notăm cele patru noduri cu 1, 2, 3 și 4. Prin această reprezentare echivalăm simetriile dreptunghiului cu următoarele permutări (generatori): I=(1 2 3 4), S_1=(2 1 4 3), S_2=(4 3 2 1) și R=(3 4 1 2). Cele patru simetrii formează un grup comutativ față de operația de compunere dar, echivalându-le cu permutări, observăm că aceste simetrii formează numai un subgrup al grupului simetric de ordinul 4, $S_{4!}$. În felul acesta, putem să examinăm cantitativ proprietățile de simetrie ale figurilor plane care împart grupurile simetrice $S_{n!}$ în diferite subgrupuri. Să notăm G_S grupurile (subgrupurile) de simetrii care împart grupul simetric $S_{n!}$.

Am definit la începutul articolului că globalitatea este comportarea (sau auto-organizarea structurală) a unei colectivități în jurul unei proprietăți. Cum se definește sau cum se măsoară globalitatea unei figuri plane față de simetrie? O apreciere cantitativă a globalității (figurilor plane) în raport cu simetria, Γ_n, poate fi dată raportul ordinului grupului de simetrii la ordinul grupului simetric: $\Gamma_n=|G_S|/|S_{n!}|$. Inversul lui Γ_n l-am denumit în alte lucrări localitate de grup, L_n.

Globalitățile trebuie comparate pentru același număr de puncte care definesc spațiul (noduri, în cazul unei colectivități interconectate), adică același spațiu arhitectural $S_{n!}$. De exemplu, globalitatea față de simetrie a tetragonului și dreptunghiului este aceeași pentru se referă la același grup simetric, $S_{4!}$, în timp nu putem spune nimic despre globalitatea triunghiului isoscel și a pătratului pentru se referă la două spații arhitecturale diferite, $S_{3!}$ și, respectiv, $S_{4!}$. Globalitatea maximă față de simetrie se obține când $G_S=S_{n!}=1$. Să luăm ca exemplu trei figuri bidimensionale, un triunghi isoscel, un trigon și un triunghi echilateral, toate referindu-se la $S_{3!}$. Triunghiul isoscel are două simetrii, I și S, globalitatea față de simetrie fiind cea mai mică, $G_S/S_{3!}=1/3$. Trigonul are trei simetrii, I, R_1 și R_2. Globalitatea față de simetrie este mai mare, ½. Triunghiul echilateral are 6 simetrii, I, R_1, R_2, S_1, S_2 și S_3. Globalitatea față de simetrie a acestui triunghi este cea mai mare, 1. Auto-organizarea structurală a acestei colectivități interconectate (din cele trei date ca exemplu) este cea mai mare. Auto-organizarea structurală a triunghiului echilateral poate avea și sensuri arhitecturale, estetice despre care vom scrie în alt articol. Deocamdată să încercăm să punem în evidență o lege a globalității.

În loc să ne bazăm pe distanțe logice între nodurile unei colectivități interconectate, adică pe localitate, vrem să evaluăm, în vederea unei estimări sau chiar a unei proiectări, o colectivitate bazându-ne pe una din proprietățile ei, adică folosind un criteriu al globalității. Comportarea în jurul unei proprietăți (globalitatea) este un principiu arhitectural, sintetic și constructiv, față de comportarea în jurul unei origini bazată pe distanțe logice (localitatea) care este mai mult un principiu analitic, descriptiv. Distanțele logice într-o colectivitate interconectată se subsumează unor proprietăți arhitecturale. Principiul localității ne-a ajutat să proiectăm noi colectivități interconectate ne-omogene pe când principiul globalității ne ajută să ne imaginăm noi paradigme de interconectare.

Interconectarea morfologică, pe care o propunem ca un nou model de colectivitate interconectată, asamblează în spațiul arhitectural $S_{n!}$ entități elementare numite morfeme. Dacă utilizăm pentru asamblare pricipiul arhitectural al globalității față de simetrie vom numi aceste entități morfeme simetrice, ansamblurile colectivități simetrice și metoda, interconectare simetrică.

Morfemele simetrice, care ne vor ajuta să construim colectivități (ansambluri) simetrice, sunt forme bidimensionale sau tridimensionale puse în evidență într-un grup simetric $S_{n!}$ cu ajutorul grafurilor Cayley ale (sub)grupurilor de simetrie G_S. Aceste grupuri de simetrie reprezintă simetriile figurilor plane sau tridimensionale. De exemplu, simetriile segmentului de linie sunt identitatea I=(1 2) și reflectarea S=(2 1). G_S are un graf Cayley cu o transpoziție. Simetriile triunghiului isoscel sunt aceleași, identitatea I=(1 2 3) și reflectarea S=(1 3 2). Graful Cayley asociat simetriilor triunghiului isoscel este de asemenea cu două noduri și o transpoziție, singura diferență fiind aceea că grupurile simetrice pe care se definesc automorfismele sunt diferite, $S_{2!}$ pentru segment $S_{3!}$ pentru triunghiul isoscel. Simetriile trigonului sunt identitatea I=(1 2 3) și două rotații, R_1=(2 3 1) și R_2=(3 1 2). Graful Cayley complet al subgrupului simetriilor trigonului este un graf direcționat. El este o suprapunere a două circuite hamiltoniene (cicluri, ca permutări) de sens opus, reprezentând grafurile Cayley minime ale simetriilor trigonului. Simetriile triunghiului echilateral sunt identitatea I=(1 2 3), rotația cu 180° R_1=(2 3 1), rotația cu 240° R_2=(3 1 2) și reflectările S_1=(1 3 2), S_2=(3 2 1) și S_3=(2 1 3). Morfemul simetric al triunghiului echilateral are globalitatea față de simetrie $\Gamma = G_S/S_{3!} = 1$. Morfemul segmentului de linie este un morfem liniar, ale triunghiului sau pătratului sunt morfeme plane și morfemele piramidei sau prismei sunt morfeme spațiale.

O primă caracteristică a colectivităților simetrice apreciază compactitatea. Compactitatea maximă a unei colectivități interconectate simetrice se obține când toate morfemele simetrice care compun colectivitatea au toate nodurile, legăturile, suprafețele și volumele interconectate. Există patru reguli de bază pentru interconectarea morfemelor simetrice într-o colectivitate: noduri comune (CN), legături comune (CL), suprafețe comune (CS) și volume comune (CV). În acest fel, compactitatea este o măsură gradului de interconectare a morfemelor simetrice într-o colectivitate simetrică. Compactitatea este minimă pentru o interconectare CN și maximă pentru o interconectare CV. Să notăm cu K_E compactitatea ansamblurilor (colectivităților) simetrice. K_E se exprimă diferit în funcție de cele trei tipuri de morfeme: $K_{EL} = (\Gamma^2 \times m \times n)/N_M$, $K_{ES} = (\Gamma^3 \times s \times m \times n)/(L_M \times N_M)$ și $K_{EV} = (\Gamma^4 \times v \times s \times m \times n)/(NS_M \times L_M \times N_M)$ unde Γ este globalitatea; n este numărul de noduri suprapuse, $n = 0 \ldots N_M/\Gamma$; m este numărul de muchii suprapuse, $m = 1 \ldots L_M/\Gamma$ (m=1 pentru situația în care nici-o muchie nu se suprapune); s este numărul de suprafețe suprapuse, $s = 1 \ldots NS_M/\Gamma$ (s=1 în cazul în care nici-o suprafață nu se suprapune); v este numărul de volume suprapuse, $v = 1 \ldots 1/\Gamma$ (v=1 în cazul în care nici-un volum nu se suprapune); N_M este numărul de noduri al morfemului; L_M este numărul de muchii al morfemului; NS_M este numărul de suprafețe al morfemului. În figura 6, dăm câteva exemple de colectivități simetrice structurate în spațiul arhitectural $S_{3!}$ cu morfeme liniare și plane.

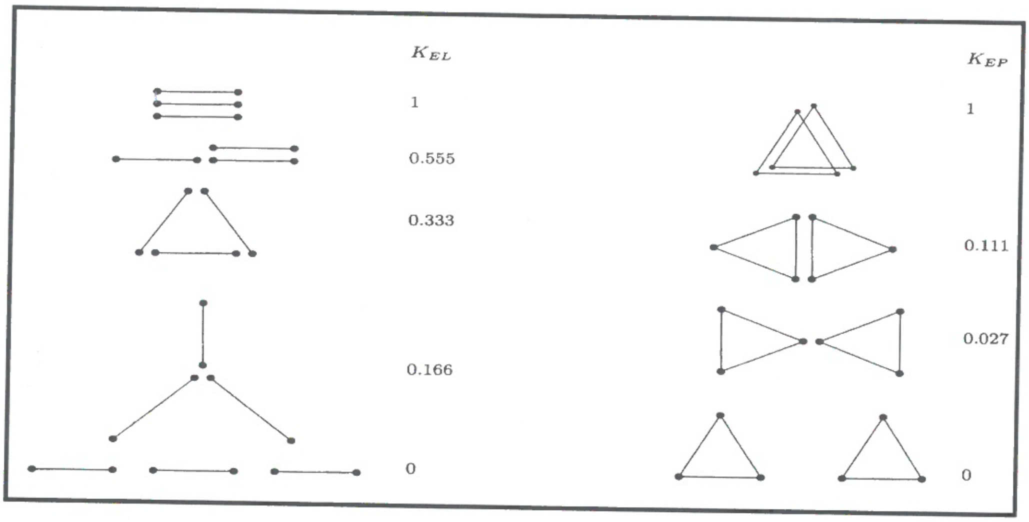

Figura 6. Exemple de colectivități simetrice structurate în $S_{3!}$ cu morfeme liniare și plane

Am evaluat colectivitățile simetrice cu ajutorul măsurătorilor „exterioare" (sintetice, arhitecturale) presupunând globalitatea și geometria morfemelor simetrice. Să le apreciem și cu măsurători „interioare" (analitice) care ne vor oferi o vedere asupra comunicabilității lor. Colectivitățile simetrice sunt construite în spațiul arhitectural $S_{n!}$ din morfeme simetrice care au o proprietate sau mai multe legate de câteva reguli generale. De exemplu, în figura 7 dăm o hipergrilă generalizată asamblată în spațiul $S_{4!}$ din cele 12 morfeme simetrice ale tetragonului. Pe de altă parte, o GHG este asamblată în două dimensiuni cu regula CL și pentru reprezentarea algebrică se folosește sistemul MRNS. În figura 8, se dă relieful funcțional pentru distribuția de rutare uniformă folosind modelul topografic menționat mai sus.

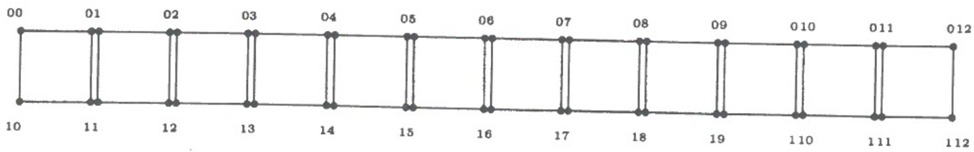

Figura 7. O hipergrilă generalizată asamblată în $S_{4!}$ din cele 12 morfeme simetrice ale tetragonului

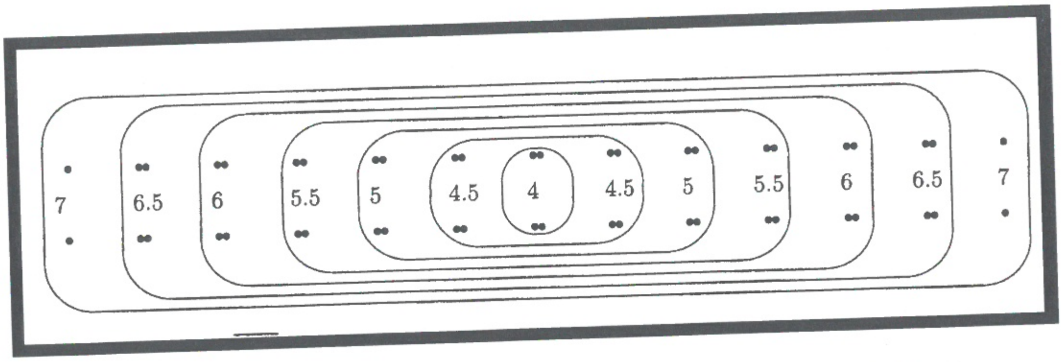

Figura 8. Relieful funcțional pentru distribuția de rutare uniformă al hipergrilei de mai sus

6. Concluzii

În acest articol ne-am ocupat de colectivități modelate ca interconectări (auto-organizare structurală). Scopul nostru principal a fost întâi să definim colectivitățile, apoi să încercăm să le modelăm și să le măsurăm. Colectivitatea este un privilegiu al structurii (vii sau nevii). O colectivitate este cel puțin o interconectare. Cea mai simplă interconectare este făcută din noduri și legături sau puncte și conexiuni sau vârfuri și muchii. Localitatea și globalitatea sunt dintre cele mai generale măsurători structurale, sunt primitive ale unei interconectări modelând o colectivitate. Localitatea presupune o origine și globalitatea, o proprietate. Localitatea este o auto-organizare în jurul unei origini și globalitatea, în jurul unei proprietăți. Arhitectura, un concept de conectare între structura și funcția colectivității, se măsoară prin gradul de apartenență la o proprietate, de exemplu la simetrie. Cu ajutorul acestor concepte, auto-organizare, structură, arhitectură, funcție, interconectare, localitate și globalitate, am încercat să definim, modelăm și să măsurăm o colectivitate în sensul cel mai general. În lucrările următoare vom încerca să punem în evidență acest concept general de colectivitate interconectată la unele colectivități restrânse, cum ar fi picturile abstracte geometrice.

Bibliografie

1. **AKERS, S. B., B. KRISHNAMURTHY**: A Group - Theoretic Model for Symmetric Interconnection Networks. În: IEEE Trans. on Computers, vol. 38, no. 4, April 1989, pp. 555-566.
2. **CASTRO, L. D., F. V. ZUBEN**: Recent Developments in Biologically Inspired Computing, Idea Group Publishing, Brazil, 2005.
3. **DUATO, J., S. YALAMANCHILI, L. NI**: Interconnection Networks. An Engineering Approach, IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, California, 1997.
4. **DRĂGĂNESCU, M.**: Ortofizica, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985.
5. **HENNESSY, J., D. A. PATTERSON**: Computer Architecture. A Quantitative Approach, Morgan Kaufmann Pub. Inc, San Mateo, California, 1990.
6. **HILLIS, W. D.**: The Connection Machine, The MIT Press, Cambridge, Massachusets, London, England, 1985.
7. **HINCHEY, M. G., R. STERRITT, C. ROUFF**: Swarms and Swarm Intelligence. În: Computer, vol. 40, nr. 4, 2007, pp. 111-113
8. **LUPU, C.**: Interconectarea. Localitate și simetrie în rețele ortogonale de calculatoare, Editura Tehnică, București, 2004.
9. **NEMOIANU, V.**: Structuralismul, Editura pentru Literatură Universală, București, 1967.
10. **ROMAN, T.**: Simetria. Prezentare matematică a unor fenomene din natură și artă, Editura Tehnică, București, 1963.
11. **WEYL, H.**: Simetria, Traducere în limba română, Editura științifică, București, 1966.
12. **WITTGENSTEIN, L.**: Tractatus Logico-Philosophicus, Traducere în limba română, Editura Humanitas, București, 1991.