

MODELAREA MATEMATICO-EURISTICĂ A SISTEMELOR DE MARE COMPLEXITATE CU APLICAȚII

Florin Stănciulescu

sflorin@ici.ro

Institutul Național de Cercetare - Dezvoltare în Informatică, ICI, București

Rezumat: Se definește sistemul de mare complexitate se prezintă modelul unui astfel de sistem sub forma unui model matematico-euristic. Modelul este util în descrierea, analiza, simularea și controlul sistemelor de mare complexitate. Trei aplicații ilustrează modul cum se elaborează modelul matematico-euristic de simulare și control pentru un sistem macroeconomic, procesul de difuzie a diluanților chimici industriali în atmosfera și a unui sistem ecologic deltaic; din compararea rezultatelor de simulare cu cele obținute din măsurători a rezultat o bună concordanță.

Cuvinte cheie: sistem de mare complexitate, incertitudine, model matematico-euristic simulare, control, aplicație.

Abstract. The high complexity system and the mathematical-heuristic model of such system are presented. The mathematical-heuristic model is useful in describing, analysis, simulation and control. Three applications illustrate the construction of the mathematical-heuristic model for a macro-economic system, the process of diffusion of industrial pollutants in atmosphere and a deltaic ecosystem. The results obtained by simulation are in concordance with the real data obtained by measurements.

Key Words.: high complexity system, uncertainty, mathematical-heuristic model, simulation, control, application.

1. Introducere în sistemele de mare complexitate

Sistemele de mare complexitate am cita aici sistemele industriale, sistemele energetice, sistemele de comunicații, sistemele economico - sociale și, nu în ultimul rând, sistemele ecologice ale mediului înconjurător - constituie o provocare pentru orice specialist, analist, modelist sau programator. Figura 1 prezintă structura tipologică a unui sistem de mare complexitate, care ține seama de incertitudine.

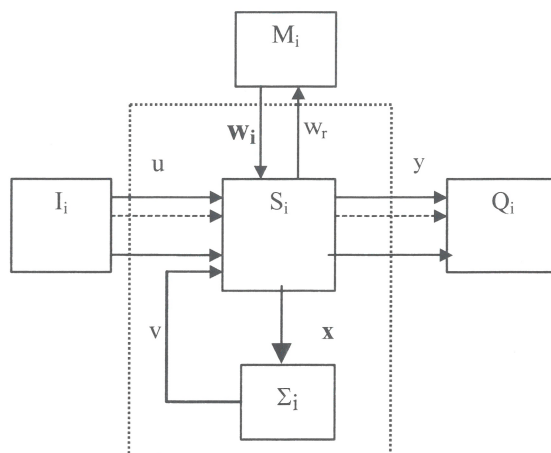


Figura 1. Structura tipologică a unui sistem de mare complexitate, care ține seama de incertitudine

S_i - subsistemul i ($i=1,2,\dots,n$)

I_i - intrări în subsistemul i ,

O_i - ieșiri din subsistemul i ,

Σ_i - interacțiunile subsistemului i cu celelalte $n-1$ subsisteme,

M_i - mediul înconjurător (ecosistemul) subsistemului i .

1.1. Definiția sistemului de mare complexitate

Prin sistem de mare complexitate înțelegem un sistem (dinamic) S , care se bucură de următoarele proprietăți:

1. este compus dintr-o mulțime de subsisteme și ($i=1, 2, \dots, n$) de forma:

$$S_i = \{ U_i, X_i, V_i, W_i, Y_i, \phi_i, g_i, h_i, T \};$$

2. dimensiunea sistemului S , exprimată ca dimensiune a vectorului de stare $x \in X$, depășește o anumită limită;
3. structura de interacțiune dintre subsisteme și are un grad înalt de complexitate;
4. procesele implicate în sistemul S sunt neliniare;
5. comportarea sistemului S în ansamblu cade sub incidența principiului de incertitudine.

În definiția de mai sus, simbolurile: U_i , X_i , V_i , W_i , Y_i denotă submulțimile de intrare (comandă), stare, interacțiune, perturbație, respectiv ieșire; φ_i , g_i , h_i reprezintă funcția de tranziție (dinamică), interacțiune, respectiv ieșire; T este mulțimea variabilelor de timp (t). Notăm faptul că termenul „o anumită limită”, utilizat în legătură cu dimensiunea sistemului care induce el însuși o anumită incertitudine (de natură fuzzy), urmează a fi specificat pentru fiecare sistem particular. În ceea ce privește conceptul „grad înalt de complexitate”, lucrurile stau asemănător.

Principiul de incertitudine în sistemele de mare complexitate a fost enunțat astfel: starea x_i a unui subsistem al unui sistem mare, compus din n subsisteme interconectate, interacțiunea sa v_i , cu celelalte $n-1$ subsisteme, pot fi simultan determinate numai până la un anumit grad de acuratețe. Subliniem faptul că există o teoremă de evaluare a incertitudinii pe stare și pe interacțiune al cărui enunț este redat mai jos.

Incertitudinile asupra stării și interacțiunii subsistemului și, Δx_i și Δv_i , se definesc astfel:

$$\Delta x_i = \left\| x_i^*(t) - x_i(t) \right\| \quad (1)$$

În mod analog, bazat pe relația de legătură între mărimile de stare și interacțiune $v_i^* = \sum_{j \neq i}^n g_{ij}(x_j^*)$ și

$$v_i = \sum_{j \neq i}^n g_{ij}(x_j) \text{ rezultă}$$

$$\Delta v_i = \left\| v_i^*(t) - v_i(t) \right\| \quad (2)$$

Dacă în formulele de definiție (1) și (2) se ține seama de expresia normei diferenței a doi vectori $x^*(t)$ și $x(t)$, rezultă următoarele expresii ale incertitudinii:

$$\Delta x_i = \sup_{t \in [0, T]} \left| x_i^*(t) - x_i(t) \right|, \quad (3)$$

$$\Delta v_i = \sup_{t \in [0, T]} \left| v_i^*(t) - v_i(t) \right| \quad (4)$$

Teorema. Incertitudinile pe stare și interacțiune pot fi evaluate cu ajutorul dublelor inegalități [2]:

$$\begin{aligned} \|C_i\|^{-1} \Delta z_i &\leq \Delta x_i \leq \|C_i^\# \| \Delta z_i, \\ \|C_i\|^{-1} \cdot \|A_{ij}^{-1}\| \cdot \Delta z_j &- \sum_{k \neq i, j}^n \|A_{ik}\| \cdot \|C_k^\# \| \Delta z_k \leq \Delta v_i \leq \sum_{k \neq i, j}^n \|A_{ij}\| \cdot \|C_j^\# \| \Delta z_j. \end{aligned} \quad (5)$$

În aceasta teorema $\Delta z_i = \sup_{t \in [0, T]} |z_i^*(t) - z_i(t)|$ reprezintă incertitudinea asupra vectorului de stare agregat (vectorul z_i^* este determinat de modelul global agregat, pe când z_i este determinat de modelul local agregat al subsistemului S_i).

Notăm că gradul de acuratețe acceptat de principiul de incertitudine în sistemele de mare complexitate poate fi exprimat cu ajutorul dublelor inegalități:

$$x_i^* - \Delta x_i \leq x_i \leq x_i^* + \Delta x_i$$

$$v_i^* - \Delta v_i \leq v_i \leq v_i^* + \Delta v_i$$

Ultimele duble inegalități stau la baza modelului matematico - euristic. Pentru cei care doresc mai multe detalii despre Principiul de incertitudine și despre teorema de evaluare a incertitudinii recomandăm bibliografia de la finele articolului.

Pentru adâncirea unor aspecte teoretice, legate de problemele prezentate în articol, recomandam consultarea următoarelor lucrări (vezi și Bibliografia): Modelarea Sistemelor de Mare Complexitate (lucrare distinsă cu Premiul „Grigore Moisil” al Academiei Române, în 2005) și „Modelling of High Complexity Systems with Applications” (publicată de către Editura WIT Press din Anglia, în 2005).

2. Modelul matematico-euristic

Modelul de simulare cu timp discret

Modelul de simulare este un set de ecuații cu timp discret de forma:

$$x_i(k+1) = A_i x_i(k) + B_i u_i(k) + f_i(x_i(k), \alpha_i) + v_i(x(k)) \quad (6)$$

$$x_i(0) = x_{i0} \quad (7)$$

$$v_i(x) = \sum_{j=1, j \neq i}^n g_{ij}(x_j) \quad (8)$$

unde: $x_i, v_i : \mathbb{R}^{n_i} \rightarrow \mathbb{R}$, $u_i : \mathbb{R}^{m_i} \rightarrow \mathbb{R}$, A_i, B_i sunt matricele stare și control, f_i -o funcție vectorială, care descrie neliniaritățile din proces.

Modelul de testare cu evenimente discrete

Utilizatorul modelului de simulare (6)-(8) dorește să obțină o soluție suboptimală i.e. ca mărimile de stare să aparțină intervalelor de suboptimalitate, ceea ce înseamnă să satisfacă dublele inegalități:

$$x_{i \min} \leq x_i \leq x_{i \max}, (i = 1, 2, K, n) \quad (9)$$

Dublele inegalități (9) interpretează dorința expertului ca stările x_i să aparțină intervalelor de suboptimalitate. Modelul de simulare (6)-(8) conduce, de obicei, la o soluție care nu satisface dublele inegalități (9). Problema este de a verifica dacă mărimile de stare x_i aparțin sau nu intervalelor de suboptimalitate și apoi ce trebuie făcut pentru a repune aceste mărimi în intervalele de suboptimalitate. În acest scop, în modelul matematico-euristic a fost introdus un model cu evenimente discrete, pentru verificarea apartenenței mărimilor de stare la intervalele de suboptimalitate; forma standard a acestui model este un sistem diferențial Boolean:

$$X_i(k+1) = F_i(X_1(k), X_2(k), K, X_n(k), U_1(k), U_2(k), K, U_m(k)) \quad (10)$$

unde X_i și Y_j iau valori din mulțimea Booleană $\{0,1\}$, F_i este funcția de stare cu evenimente discrete, iar G_j , este funcția de ieșire cu evenimente discrete. Atât F_i cât și G_j sunt funcții Booleene. Definim variabilele modelului cu evenimente discrete astfel:

$$X_i(k) = \begin{cases} 1, & \text{if } x_i(t) \in [x_{i \min}, x_{i \max}] \\ 0, & \text{other} \end{cases} \quad (i=1, 2, K, m) \quad (11)$$

unde $[x_{i \min}, x_{i \max}]$ este intervalul de suboptimalitate al lui $x_i(t)$ stabilit de către expert. Matricea X a stărilor modelului cu evenimente discrete este o matrice Booleană. Dacă denumim variabilele de ieșire ale sistemului cu evenimente discrete cu $Y_j(k)$, modelul cu evenimente discrete este:

$$Y(k+1) = X_1(k) \wedge X_2(k) \wedge \dots \wedge X_g(k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, k_f \quad (12)$$

$$Y(k) = \begin{cases} 1, & \text{then the simulation process continue} \\ 0, & \text{alert the fuzzy controller} \end{cases} \quad (13)$$

Model de control bazat pe logica fuzzy

Problema de control este aceea de a menține variabilele de stare $x_i(k)$, $i = 1, 2, \dots, n$; $k = 0, 1, \dots, k_f$ în intervalele de suboptimalitate (9). Logica fuzzy derivă din teoria mulțimilor fuzzy, care are ca obiect raționamentul aproximativ, iar nu deducția precisă ca în logica clasică. Mulți analiști și modelațiști consideră că logica fuzzy este mai aproape de gândirea expertului în probleme de mare complexitate.

Așadar, variabilele de stare $x_i(k)$ aparțin unuia sau altuia din intervalele din Tabloul 1, la fel ca $dx_i(k) = x_i(k) - x_i(k-1)$:

Tabloul 1. Valorile calitative ale variabilelor de stare

Interval x_i	$< x_{imin} - \varepsilon$	$[x_{imin} - \varepsilon, x_{imin})$	$[x_{imin}, x_{imax}]$	$(x_{imax}, x_{imax} + \delta]$	$> x_{imax} + \delta$
x_i	VS	S	O	L	VL
Interval dx_i	$< -\alpha$	$[-\alpha, 0)$	0	$(0, \beta]$	$> \beta$
dx_i	-L	-S	Z	S	L

unde: VS = Very Small, S = Small, O = (sub) Optimal, L = Large, VL = Very Large, Z = Zero, reprezintă valori calitative (în sensul teoriei mulțimilor fuzzy). Variabilele de stare x_i aparțin mulțimii calitative: $\chi = \{VS, S, O, L, VL\}$ în timp ce mărimile dx_i aparțin mulțimii calitative: $d\chi = \{-L, -S, Z, S, L\}$. Calculul funcțiilor de apartenență $\mu_i(x_i)$ se face utilizând reprezentarea trapezoidală (figura 2):

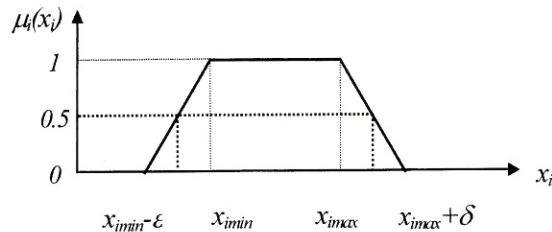


Figura 2. Reprezentarea trapezoidală a funcției de apartenență

Din figura 2, putem infera modelul matematic, care ilustrează formalizarea funcției de apartenență $\mu_i(x_i)$.

$$\mu_i(x_i) = \begin{cases} 1, & \text{if } x_i \in [x_{imin}, x_{imax}] \\ 0, & \text{if } x_i < x_{imin} - \varepsilon, \text{ or } x_i > x_{imax} + \delta, \\ \frac{1}{\varepsilon} x_i - \frac{x_{imin} - \varepsilon}{\varepsilon}, & \text{if } x_i \in [x_{imin} - \varepsilon, x_{imin}) \\ -\frac{1}{\delta} x_i + \frac{x_{imax} + \delta}{\delta}, & \text{if } x_i \in (x_{imax}, x_{imax} + \delta] \end{cases} \quad (14)$$

Formula de calcul a noii mărimi de comandă $u_i(k+1)$, capabilă să readucă variabilele de stare $x_i(k)$ în intervalele de suboptimalitate este:

$$u_i(k+1) = u_i(k) + K_{ui} \Delta u_i(k) \quad (15)$$

unde $\Delta u_i(k)$ este un increment, calculat cu ajutorul formulei de calcul:

$$\Delta u_i(k) = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i(x_i) \cdot u_i(k)}{\sum_{i=1}^n \mu_i(x_i)}, \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (16)$$

Mulțimea regulilor de control, bazate pe logica fuzzy, utilizabile în modelul de control al sistemului de mare complexitate este reprezentată generic de următoarea regulă:

$$< \text{If } (x_i(k) \text{ is } \chi_i) \wedge (dx_i(k) \text{ is } d\chi_i), \text{ Then the new control law is } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{ui} \Delta u_i(k) >, \quad (17)$$

Subliniem faptul că numărul de reguli de control, bazate pe logica fuzzy, este de $25n$ (n fiind numărul de variabile de stare).

Pornind de la regula de control generică (17) și utilizând datele din Tabloul 1 și coeficienții de încredere K_{ui} (dați de către expert), ca și incremental $\Delta u_i(k)$ dat de formula (16) pot fi generate automat regulile de control fuzzy. Setul de 25 de reguli de control fuzzy pentru variabila de stare $x_i(k)$ este:

$$< \text{If } (x_i(k) \text{ is VS}) \wedge (dx_i(k) \text{ is -L}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{11} \Delta u_i(k) >, \\ < \text{If } (x_i(k) \text{ is VS}) \wedge (dx_i(k) \text{ is -S}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{21} \Delta u_i(k) >, \\ < \text{If } (x_i(k) \text{ is VS}) \wedge (dx_i(k) \text{ is Z}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{31} \Delta u_i(k) >, \\ < \text{If } (x_i(k) \text{ is VS}) \wedge (dx_i(k) \text{ is S}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{41} \Delta u_i(k) >, \\ < \text{If } (x_i(k) \text{ is VS}) \wedge (dx_i(k) \text{ is L}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{51} \Delta u_i(k) >, \\ < \text{If } (x_i(k) \text{ is S}) \wedge (dx_i(k) \text{ is -L}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{12} \Delta u_i(k) >, \\ < \text{If } (x_i(k) \text{ is S}) \wedge (dx_i(k) \text{ is -S}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{22} \Delta u_i(k) >, \\ < \text{If } (x_i(k) \text{ is S}) \wedge (dx_i(k) \text{ is Z}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{32} \Delta u_i(k) >, \\ < \text{If } (x_i(k) \text{ is S}) \wedge (dx_i(k) \text{ is S}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{42} \Delta u_i(k) >, \\ < \text{If } (x_i(k) \text{ is S}) \wedge (dx_i(k) \text{ is L}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{52} \Delta u_i(k) >, \\ < \text{If } (x_i(k) \text{ is O}) \wedge (dx_i(k) \text{ is -L}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{13} \Delta u_i(k) >, \\ < \text{If } (x_i(k) \text{ is O}) \wedge (dx_i(k) \text{ is -S}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{23} \Delta u_i(k) >, \\ < \text{If } (x_i(k) \text{ is O}) \wedge (dx_i(k) \text{ is Z}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{33} \Delta u_i(k) >, \\ < \text{If } (x_i(k) \text{ is O}) \wedge (dx_i(k) \text{ is S}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{43} \Delta u_i(k) >, \\ < \text{If } (x_i(k) \text{ is O}) \wedge (dx_i(k) \text{ is L}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{53} \Delta u_i(k) >, \\ < \text{If } (x_i(k) \text{ is L}) \wedge (dx_i(k) \text{ is -L}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{14} \Delta u_i(k) >, \\ < \text{If } (x_i(k) \text{ is L}) \wedge (dx_i(k) \text{ is -S}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{24} \Delta u_i(k) >, \\ < \text{If } (x_i(k) \text{ is L}) \wedge (dx_i(k) \text{ is Z}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{34} \Delta u_i(k) >, \\ < \text{If } (x_i(k) \text{ is L}) \wedge (dx_i(k) \text{ is S}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{44} \Delta u_i(k) >, \\ < \text{If } (x_i(k) \text{ is L}) \wedge (dx_i(k) \text{ is L}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{54} \Delta u_i(k) >, \\ < \text{If } (x_i(k) \text{ is VL}) \wedge (dx_i(k) \text{ is -L}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{15} \Delta u_i(k) >, \\ < \text{If } (x_i(k) \text{ is VL}) \wedge (dx_i(k) \text{ is -S}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{25} \Delta u_i(k) >, \\ < \text{If } (x_i(k) \text{ is VL}) \wedge (dx_i(k) \text{ is Z}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{35} \Delta u_i(k) >, \\ < \text{If } (x_i(k) \text{ is VL}) \wedge (dx_i(k) \text{ is S}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{45} \Delta u_i(k) >, \\ < \text{If } (x_i(k) \text{ is VL}) \wedge (dx_i(k) \text{ is L}), \text{ Then the new control law is: } < u_i(k+1) = u_i(k) + K_{55} \Delta u_i(k) >.$$

$$(< \text{If } (x_i(k) \text{ is VL}) \wedge (dx_i(k) \text{ is L}) , \text{ Then the new control law is: } <u_i(k+1) = u_i(k) + K_{55}\Delta u_i(k) >, \quad (18)$$

Setul de reguli de control fuzzy pentru variabila de stare $x_i(k)$ este de fapt generatorul tuturor regulilor de control fuzzy pentru cele i variabile de stare $i=1,2,\dots,n$.

3. Algoritmul de simulare și control

În cele ce urmează, se prezintă un algoritm hibrid de simulare și control al unui sistem de mare complexitate utilizând modelul matematico-euristic:

Pasul 1: Se rezolvă problema de simulare numerică descrisă cu ajutorul modelului diferențial cu timp discret (6)-(8), cu condiții inițiale $x_i(0)$ comenzi $u_i(k)$ date fie $x_i(k)$ mărimile de stare rezultate din simulare;

Pasul 2: Se verifică la fiecare moment de timp k dacă variabilele de stare $x_i(k)$ obținute la Pasul 1 aparțin sau nu intervalului de suboptimalitate $[x_{imin}, x_{imax}]$;

- dacă *nu*, mergi la Pasul 3,
- dacă *da*, mergi la Pasul 5;

Pasul 3: Se evaluează o nouă valoare a variabilei de comandă: u_i capabilă să readucă variabila de stare x_i în intervalul $[x_{imin}, x_{imax}]$ utilizând modelul de control bazat pe logica fuzzy (14)-(17);

Pasul 4: Se revine la Pasul 1 pentru a relua experimentul de simulare cu noua comandă: $u_i(k+1)$, determinată la Pasul 3;

Pasul 5: Se examinează tendințele de evoluție ale variabilelor de stare $x_i(k)$ obținute la Pasul 1, care aparțin intervalului $[x_{imin}, x_{imax}]$:

- dacă $(x_i(k+1) < x_i(k)) \wedge ||x_i(k+1) - x_{i1}| < \varepsilon) \vee ((x_i(k+1) > x_i(k)) \wedge |x_{i2} - x_i(k+1)| < \varepsilon)$

atunci mergi la pasul 3,

- dacă *nu*, atunci mergi la Pasul 6;

Pasul 6: Se verifică dacă $k < K$ (pasul de simulare):

- dacă *da*, mergi la Pasul 1,
- dacă *nu*, mergi la Pasul 7;

Pasul 7: Se editează sub forma grafică sau numerică (matriceală sau vectorială) traiectoriile variabilelor de stare x_i ;

Pasul 8: Stop.

Precizam faptul că o teorema ne furnizează condițiile în care modelul de simulare numerică și modelul de control fuzzy sunt compatibile; demonstrația teoremei excede cadrul acestui articol și, de aceea, recomandăm celor interesați să recurgă la bibliografia indicată la finele articolului.

4. Aplicații ale modelului matematico-euristic

4.1 Modelul matematico-euristic de simulare numerică și control al sistemului macroeconomic

Modelul matematico-euristic al unui sistem macroeconomic, ca orice model, nu este un panaceu universal, dar putem apriori afirma, bazându-ne pe teoria sistemelor de mare complexitate, că acest model constituie o alternativă la modelele existente. Într-adevăr, sistemele macroeconomice sunt sisteme de mare complexitate deoarece au toate caracteristicile și atributele unui astfel de sistem. Semnificația variabilelor de intrare/comandă, stare, ieșirea parametrilor utilizați în model este următoarea:

Variabile de stare (la momentul de timp t):

Tabloul 2. Mărimi, simboluri

Mărime de stare/ieșire	Simbol	Mărime de comandă	Simbol
populația totală;	PT	Control resurse regenerabile	UR
Nivelul resurselor regenerabile	NRR	Control forței de muncă active	UF

<i>Nivelul resurselor neregenerabile</i>	<i>NRN</i>	<i>Control al șomajului</i>	<i>US</i>
<i>Forța de muncă activă</i>	<i>FMA</i>	<i>Control număr pensionari</i>	<i>UP</i>
<i>Forța de muncă în șomaj</i>	<i>FMS</i>	<i>Control venituri din producție\</i>	<i>UFP</i>
<i>Volumul fondurilor totale;</i>	<i>VFT</i>	<i>Control al consumului</i>	<i>UFC</i>
<i>Nivelul inflației</i>	<i>NI</i>	<i>Control al descreșterii poluării</i>	<i>UN</i>
<i>Nivelul poluării;</i>	<i>NP</i>	<i>Control al nivelului inflației</i>	<i>UI</i>
<i>Produsul intern brut;</i>	<i>PIB</i>	<i>Volumul total al serviciilor</i>	<i>VTS</i>
<i>Produsul național brut;</i>	<i>PNB</i>	<i>Nivelul total al consumului</i>	<i>NTC</i>
<i>Produsul intern brut pe locuitor</i>	<i>PIBL</i>	<i>Nivelul total al investițiilor</i>	<i>NTI</i>
<i>Produsul național brut pe locuitor</i>	<i>PNBL</i>	<i>Volumul total al exportului</i>	<i>VTE</i>
		<i>Volumul total al importului</i>	<i>VTI</i>

Parametrii utilizați în model:

μ - rata mortalității;

ε - rata emigrației;

KF – rata populației de sex feminin;

Kf - coeficient de fertilitate;

α - rata de preluare resurse regenerabile (de către o parte a populației);

β - rata de preluare resurse neregenerabile (de către o parte a populației);

$\alpha 1$ - rata de consum resurse regenerabile (de către întreaga populație);

$\beta 1$ - rata de consum resurse neregenerabile (de către întreaga populație);

γ - rata de creștere a poluării;

η - rata de variație a masei monetare fără acoperire;

λ - rata de variație a cantității de bunuri deficitare;

σ - rata de uzura a fondurilor.

Modelul de simulare numerică

Modelul este compus din ecuații de stare, cu timp discret. Ecuațiile respective sunt ecuații de tip balanță, în sensul că ele exprimă un echilibru macroeconomic între mărimile care au fost luate în calcul. Modelul de simulare a proceselor macroeconomice, pe care îl prezentăm în versiunea Mathcad, arată astfel:

Populatia Totala

$$f0(PT, NRR, NRN, k) := PT_k + \Delta k \cdot (\alpha \cdot NRR_k + \beta \cdot NRN_k) \cdot KF \cdot Kf \cdot PT_k - \Delta k \cdot (\mu_k + \varepsilon_k) \cdot PT_k$$

Forta de Munca Activa

$$f1(FMA, PT, US, UP, k) := FMA_k + \Delta k \cdot UF_k \cdot PT_k - \Delta k \cdot (US_k + UP) \cdot FMA_k - \Delta k \cdot (\mu_k + \varepsilon_k) \cdot FMA_k$$

Forta de Munca in Somaj

$$f2(FMS, FMA, US, UT, UP, k) := FMS_k + \Delta k \cdot US_k \cdot FMA_k - \Delta k \cdot (UT_k + UP) \cdot FMS_k - \Delta k \cdot (\mu_k + \varepsilon_k) \cdot FMS_k$$

Nivelul Resurselor Regenerabile

$$f3(NRR, PT, UR, k) := NRR_k + \Delta k \cdot UR_k \cdot NRR_k - \Delta k \cdot \alpha \cdot 1 \cdot NRR_k \cdot PT_k$$

Nivelul Resurselor Neregnerabile

$$f4(NRN, PT, k) := NRN_k - \Delta k \cdot \beta \cdot 1 \cdot NRN_k \cdot PT_k$$

Volumul Fondurilor Totale

$$f5(VFT, UFP, UFC, VFT, k) := VFT_k + \Delta k \cdot (UFP_k - UFC_k - \sigma \cdot VFT_k)$$

Nivelul Poluarii

$$f6(NP, PT, UN, k) := NP_k + \Delta k \cdot (\gamma \cdot PT_k - UN \cdot NP_k)$$

Nivelul Inflatiei

$$f7(NI, UT, k) := NI_k + \Delta k \cdot (\eta \cdot MMFA_k + \lambda \cdot CBD_k - UT_k \cdot NI_k)$$

Produsul Intern Brut

$$f8(PIB, k) := PIB_k + \Delta k \cdot (VTP_k + VTS_k + NTC_k + NTI_k)$$

Produsul National Brut

$$f9(PNB, k) := PNB_k + \Delta k \cdot (VTP_k + VTS_k + NTC_k + NTI_k + VTE_k - VTI_k)$$

Fiecare funcție din membrul stâng al ecuațiilor de mai sus reprezintă mărimea de stare scrisă prima în paranteză (de exemplu, funcția f0 reprezintă mărimea de stare PT).

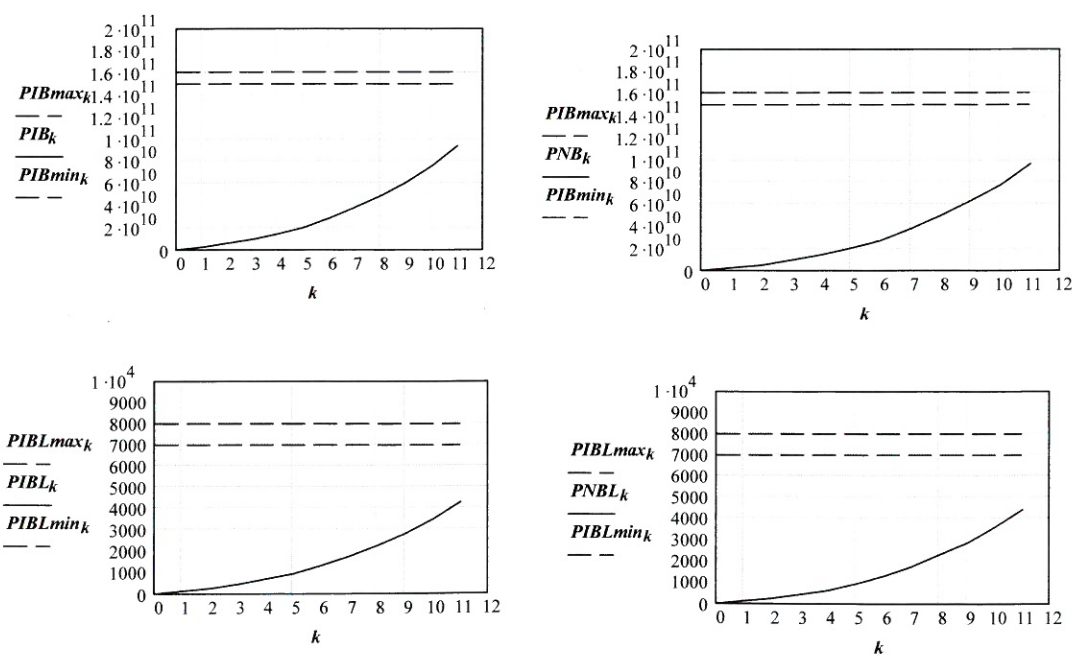


Figura 3. Rezultate de simulare a sistemului macroeconomic controlat

Modelul cu evenimente discrete

Scopul modelului este de a sesiza ieșirea din intervalele de suboptimalitate a mărimilor de stare și/sau ieșire. Ne vom rezuma la urmărirea a numai patru astfel de mărimi i.e. PIB, PNB, PIBL și PNBL, pentru care se impun restricții sub forma dublelor inegalități:

$$PIB_{\min} \leq PIB \leq PIB_{\max}$$

$$PNB_{\min} \leq PNB \leq PNB_{\max}$$

$$PIBL_{\min} \leq PIBL \leq PIBL_{\max}$$

$$PNBL_{\min} \leq PNBL \leq PNBL_{\max}$$

În cazul în care numărul mărimilor de stare și/sau ieșire este de ordinul zecilor sau mai mare se impune utilizarea unui model de tipul celui descris în (9)-(13).

Modelul de control fuzzy

Un model de control fuzzy al întregului sistem macroeconomic trebuie să țină seama de faptul că variabilele de stare ieșire au scări de valori foarte diferite. Ne vom rezuma la a controla variabilele de stare PIB(t)PNB și cele două variabile de ieșire, PIBLPNBL care au valori apropiate, în orice caz din aceeași scală de valori. Funcția de apartenență a acestor variabile de stare este prezentată în figura 4.

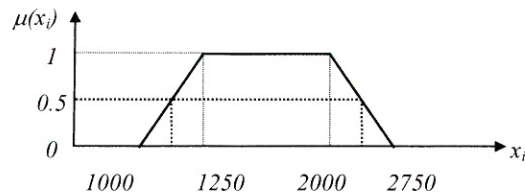


Figura 4. Reprezentarea trapezoidală a funcției de apartenență a variabilelor PIB, PNB, PIBLPNBL

Din figura 4, putem infera următoarea reprezentare matematică a funcției de apartenență:

$$\mu_i(x_i(k)) = \begin{cases} 1, & \text{daca } x_i \in [1250, 2000], \\ 0, & \text{daca } x_i \in [0, 1000) \text{ sau } x_i \in (2750, \infty], \\ \frac{1}{250} x_i - 4, & \text{daca } x_i \in [1000, 1250) \\ -\frac{1}{750} x_i + \frac{11}{3}, & \text{daca } x_i \in (2000, 2750] \end{cases}$$

unde x_i reprezintă oricare dintre variabilele PIBL sau PNBL. Pentru a da cititorului posibilitatea să se familiarizeze cu limbajul Mathcad, redăm mai jos varianta Mathcad a modelului de control fuzzy a indicatorilor PIBLPNBL:

$$x1_k := PIBL_k \quad x2_k := PNBL_k$$

$$u1_k := VTS_k \quad u2_k := VTE_k$$

$$and(a, b) := \Phi(a \cdot b - 0.5)$$

$$or(a, b) := \Phi(a + b - 0.5)$$

$$\mu(x_i, k) := if\left(and(x1_k \geq 1250, x1_k \leq 2000), 1, if\left(or\left(and(x1_k \geq 0, x1_k < 1000) \right) \dots \right. \right. \\ \left. \left. + \left(0, if\left(and(x1_k \geq 1000, x1_k < 1250), \frac{1}{250} \cdot x1_k - 4, \frac{-1}{750} \cdot x1_k + \frac{11}{3} \right) \right) \right)$$

$$\Delta u(x_i, u_i) := \frac{\sum_{k=0}^{11} (\mu(x1, k) \cdot u1_k + \mu(x2, k) \cdot u2_k)}{\sum_{k=0}^{11} (\mu(x1, k) + \mu(x2, k))}$$

Cu ajutorul acestui model, s-au obținut valorile de mai jos:

$\mu(x1, k) =$	$\mu(x2, k) =$	$\Delta u(x1, u1) = 6.974 \times 10^8$
0	0	
0	0	
0	0	
0	0	
0	0	
0	0	
0	0	
0	0	
0	0	
0.407	0.375	$\Delta u(x2, u2) = 6.974 \times 10^8$
0.903	0.866	
1	1	
1	1	

$$Ku := 10^{-9}$$

$$U1_{k+1} := u1_k + Ku \cdot \Delta u(x1, u1) \cdot u1_k$$

$$U2_{k+1} := u2_k + Ku \cdot \Delta u(x2, u2) \cdot u2_k$$

$$U1 =$$

	0
0	0
1	0
2	$2.037 \cdot 10^9$
3	$2.037 \cdot 10^9$
4	$2.037 \cdot 10^9$
5	$2.037 \cdot 10^9$
6	$2.037 \cdot 10^9$
7	$2.546 \cdot 10^9$
8	$2.291 \cdot 10^9$
9	$2.037 \cdot 10^9$
10	$2.037 \cdot 10^9$
11	$2.037 \cdot 10^9$
12	$2.546 \cdot 10^8$

$$U2 =$$

	0
0	0
1	0
2	$6.365 \cdot 10^8$
3	$6.365 \cdot 10^8$
4	$8.911 \cdot 10^8$
5	$1.273 \cdot 10^9$
6	$1.273 \cdot 10^9$
7	$1.91 \cdot 10^9$
8	$1.91 \cdot 10^9$
9	$8.911 \cdot 10^8$
10	$6.365 \cdot 10^8$
11	$6.365 \cdot 10^8$
12	$1.273 \cdot 10^9$

$$VTE := \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \\ 0.5 \\ 0.7 \\ 1 \\ 1 \\ 1.5 \\ 1.5 \\ 0.7 \\ 0.5 \\ 0.5 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot 10^9$$

Cu ajutorul noilor variabile de control/comandă, mărimile PIB, PNB, PIBLPNBL cresc substanțial așa cum rezultă din figura 5, reintrând în limitele intervalelor de suboptimalitate. Mai mult, Produsul Intern Brut - PIB - atinge valoarea de 154 Miliarde Euro, exact cifra care este dorită pentru anul 2010.

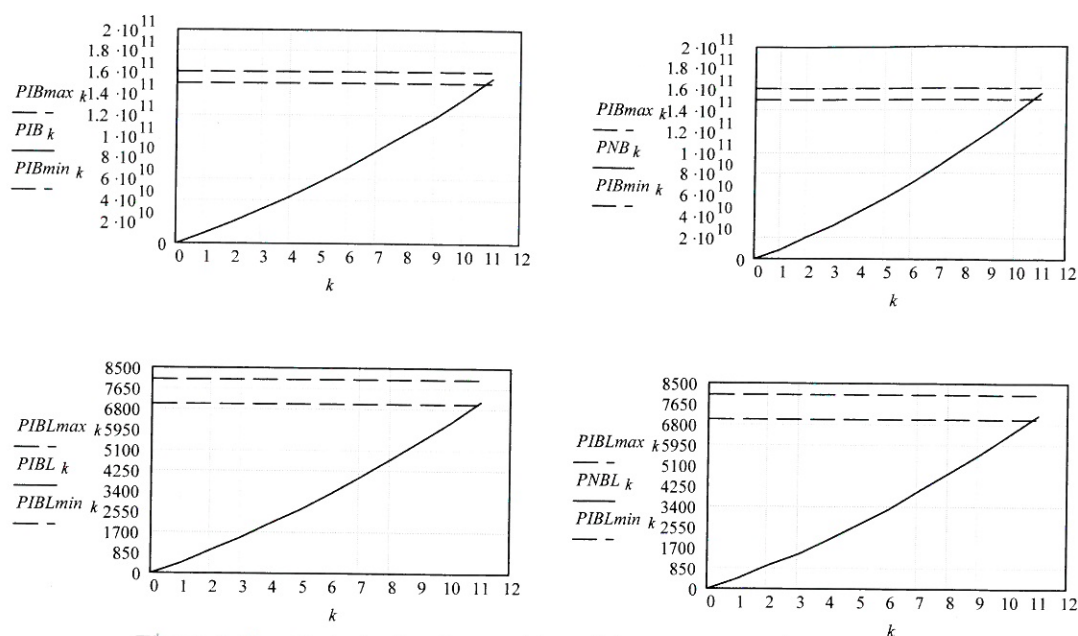


Figura 5. Rezultate de simulare a sistemului macroeconomic controlat

4.2 Aplicații ale modelului matematico-euristic la simularea procesului de difuzie a poluanților chimici industriali în atmosferă

Modelul include, în esență, dintr-un model Gaussian de simulare a difuziei, și un model de control fuzzy.

Tabloul 3. Mărimi, simboluri, unități de măsură

Date de intrare	Simbolul	Unitatea de măsură
înălțimea sursei de emisie	H	[m]
înălțimea de amestec	ΔH	[m]
diametrul gurii de emisie	D	[m]
suprafața gurii de emisie	S	[m ²]
debitul de poluant emis	Q	[m ³ /s]
debit masic	m	[g/s]
durata procesului de emisie	t_0	[h]
cantitatea de poluant emisă în unitate de timp	S	[mg/s]
căldura specifică	C_v	[J/kmol/°C]
cantitatea de căldură	Q_H	[kcal]
greutatea moleculară	μ	[kg/kmol]
viteza de evacuare (la emisie)	w	[m/s]
temperatura de emisie a poluantului	T_1	[°C]
viteza vântului	u	[m/s]
viteza vântului după axa x, respectiv axa y	u_x, u_y	[m/s]
direcția vântului (exemplu)	NE-SV	
temperatura medie a aerului în intervalul t_0	T_2	[°C]
umiditatea medie a aerului pe intervalul t_0	U	[%]
înălțime de la sol în care se calculează concentrația poluantului	z_0	[m]
coordonatele punctului unde a fost măsurată concentrația	x, y	[m]
dispersia distribuției poluantului pe cele trei axe de	$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	
Date de ieșire (pentru validarea modelului)	Simbolul	Unitatea de măsură
concentrația de poluant	c	[mg/m ³]

Referitor la modelul utilizat, subliniem următoarele:

1. utilizează un model matematic dinamic de tip gaussian, în care concentrația de poluant c este descrisă ca o funcție $c(x, y, z, t)$, adică de cele trei coordonate spațiale, în plus variabila de timp;
2. există mai multe surse de emisie a poluantului chimic industrial;
3. caracteristicile terenului (relief, rugozitate) clima au fost luate în considerare prin includerea în model a tabelelor de clasificare ale lui Pasquill;
4. experimente de simulare au fost făcute cu diferite viteze ale vântului (de la 0.5 - 1 până la 4 m/s) pentru o direcție a vântului NE - SV.

Modelul poate descrie evoluția concentrației medii a unui poluant, în orice punct aflat la o distanță de sursă, deci este posibil să se calculeze concentrațiile pe orice arie din jurul sursei, pe termen mediu (de exemplu mai multe ore). Procesul de simulare include următoarele facilități:

1. definirea funcțiilor auxiliare utilizate în model;
2. definirea modelului de calcul al concentrației (pe termen mediu);
3. stabilirea rețelei de puncte unde se calculează concentrația;
4. trasarea suprafeței concentrației într-un plan $z = z_0$ utilizând comanda „create plot” Mathcad;
5. stabilirea sensibilității modelului față de anumiți parametri;
6. trasarea curbelor de izopoluare (c_0).

Procesul de difuzie a poluanților chimici industriali în atmosferă are loc într-un spațiu tridimensional, al cărui sistem de coordonate are următoarele caracteristici:

- sursa (turnul de emisie de înălțime H) localizată în origine;
- axa x în direcția vântului;
- axa y perpendiculară pe direcția vântului;
- axa z verticală a locului.

Modelul de simulare numerică a procesului de difuzie

Formule de calcul utilizate în model:

$$v_i = \frac{m_i}{\mu_i} \quad - \text{mass flow/molecular weight ratio}$$

$$\Delta T_i = T_{1i} - T_2 \quad - \text{diferența dintre temperatura poluantului emis și cea a mediului}$$

$$Q_{Hi} = v_i \cdot C_v \cdot \Delta T_i \quad - \text{cantitatea de căldură}$$

Supraînălțarea penei sau, altfel spus, cantitatea care se adaugă înălțimii sursei turnului pentru obținerea înălțimii efective de emisie, se calculează cu ajutorul formulei lui Mosses - Carson (valabilă în cazul gazelor reci):

$$\Delta H = \frac{[-0.029 \cdot w \cdot D + 5.35 \cdot \sqrt{Q_H}]}{u} \cdot 0.5$$

în care u este viteza vântului la nivelul gurii coșului, D este diametrul gurii coșului, iar v este viteza de emisie Q are semnificația de mai sus. Este de menționat faptul că, pentru gazele calde (SO_2 , NO_2), formula de calcul a supraînălțării ΔH este:

$$\Delta H = D \cdot \left(\frac{w}{u} \right)^{1.4} \cdot \left[1 + \frac{\Delta T}{273 + T_2} \right]$$

Dispersiile norului gaussian pe cele trei axe de coordonate se calculează astfel:

$$\sigma_{xi} = K \cdot (1+ut)^{\gamma} \quad - \text{dispersia norului gaussian pe axa } Ox;$$

$$\sigma_{y_i} = 0.32 \cdot x_i \cdot (1 + 0.0004x_i)^{-0.5} \quad - \text{dispersia norului gaussian pe axa Oy};$$

$$\sigma_{z_i} = 0.24 \cdot x_i \cdot (1 + 0.001 \cdot x_i)^{-0.5} \cdot \Omega \quad - \text{dispersia norului gaussian pe axa Oz}.$$

Funcții matematice utilizate în model:

$$g_{0i}(x_i, t) = \exp \left[-0.5 \cdot \frac{(x_i - u \cdot t)^2}{\sigma_{x_i}^2} \right] \cdot \frac{1}{\lambda_i}$$

$$g_{1i}(x_i, y) = \exp \left[-0.5 \cdot \frac{y_i^2}{\sigma_{y_i}^2} \right] \cdot \frac{1}{\lambda_i}$$

$$g_{2i}(x_i, z) = \left[\exp \left[-0.5 \cdot \frac{(z - (H_i + \Delta H_i))^2}{\sigma_{z_i}^2} \right] + \exp \left[-0.5 \cdot \frac{(z + (H_i + \Delta H_i))^2}{\sigma_{z_i}^2} \right] \right] \cdot \frac{1}{\lambda_i}$$

$$g_{3i}(x_i) = \exp \left[-K_i \cdot \frac{100x_i^a}{100 - U} \right]$$

$$C_i(x_i, y_i, z, t) = g_0(x_i, t) \cdot g_1(x_i, y_i) \cdot g_2(x_i, z) \cdot g_3(x_i)$$

Într-o formă explicită, funcția de mai sus se scrie:

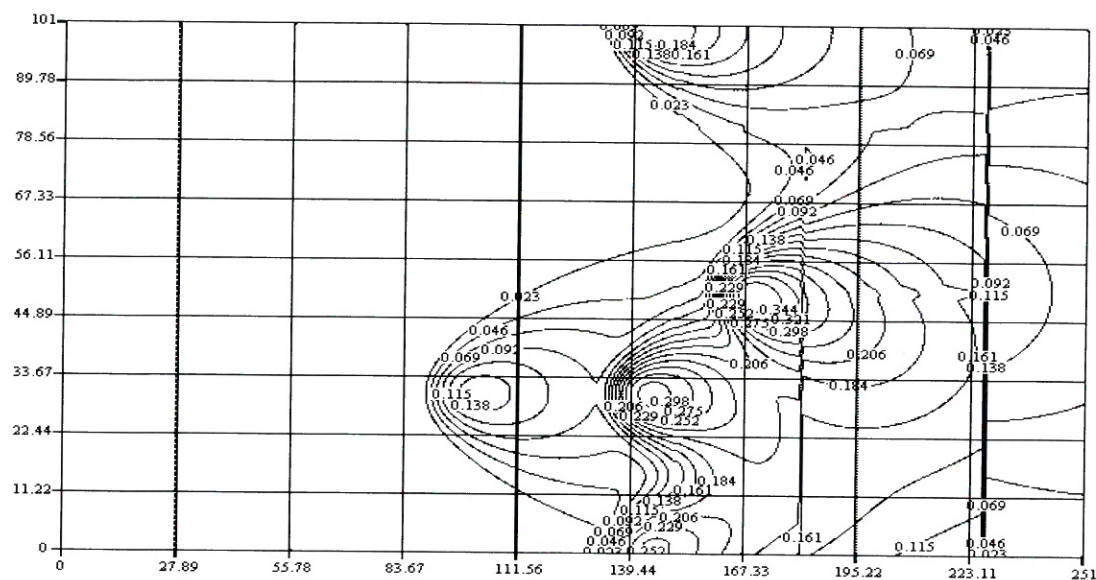
$$C_i(x_i, y_i, z_0, t_0) = \exp \left[-(x_i - u \cdot t_0)^2 / 2 \cdot (\sigma_x)^2 \right] \cdot \exp \left[-(y)^2 / 2 \sigma_{y_i}^2 \right] \cdot$$

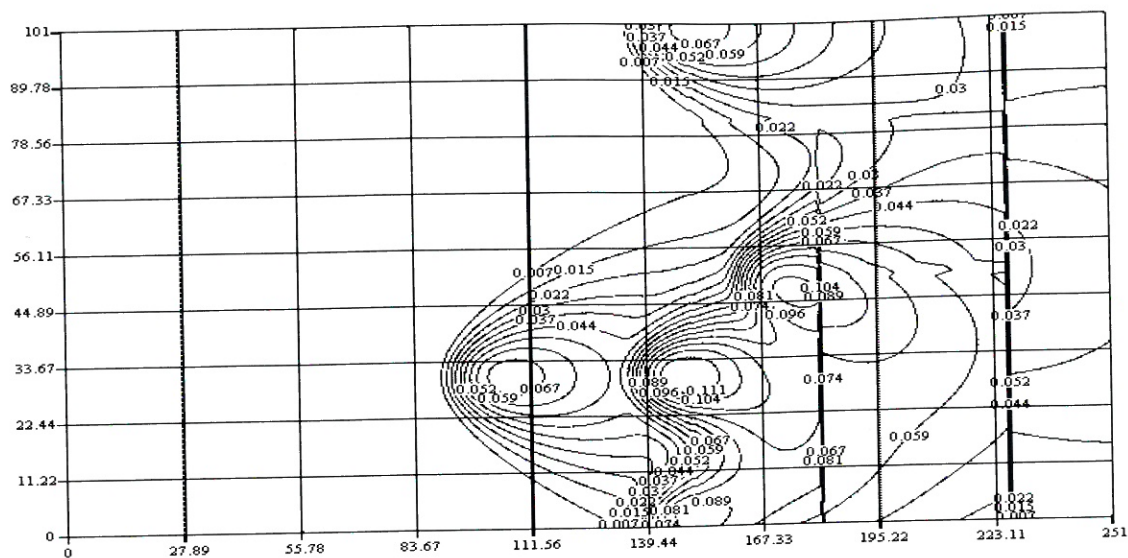
$$\{ \exp \left[-(z_0 + H_i + \Delta H_i)^2 / 2 \sigma_{z_i}^2 \right] + \exp \left[-(z_0 - H_i - \Delta H_i)^2 / 2 \sigma_{z_i}^2 \right] \} \cdot \exp \left[-K_i \cdot \frac{100x_i^a}{100 - U} \right]$$

Ecuția suprafeței care descrie concentrația de poluant în orice punct din spațiu, de coordonate (x, y, z) și variabila t este:

$$c_i(x_i, y_i, z, t) = \frac{S_i \cdot C_i(x_i, y_i, z, t)}{(2\pi)^{2.5} \cdot \sigma_x \cdot \sigma_{y_i} \cdot \sigma_{z_i}}$$

În figura 6, se prezintă rezultate de simulare sub forma unei hărți a curbelor de izopoluare, în cazul difuziei gazului SO₂ de către 5 surse de emisie în regim natural.





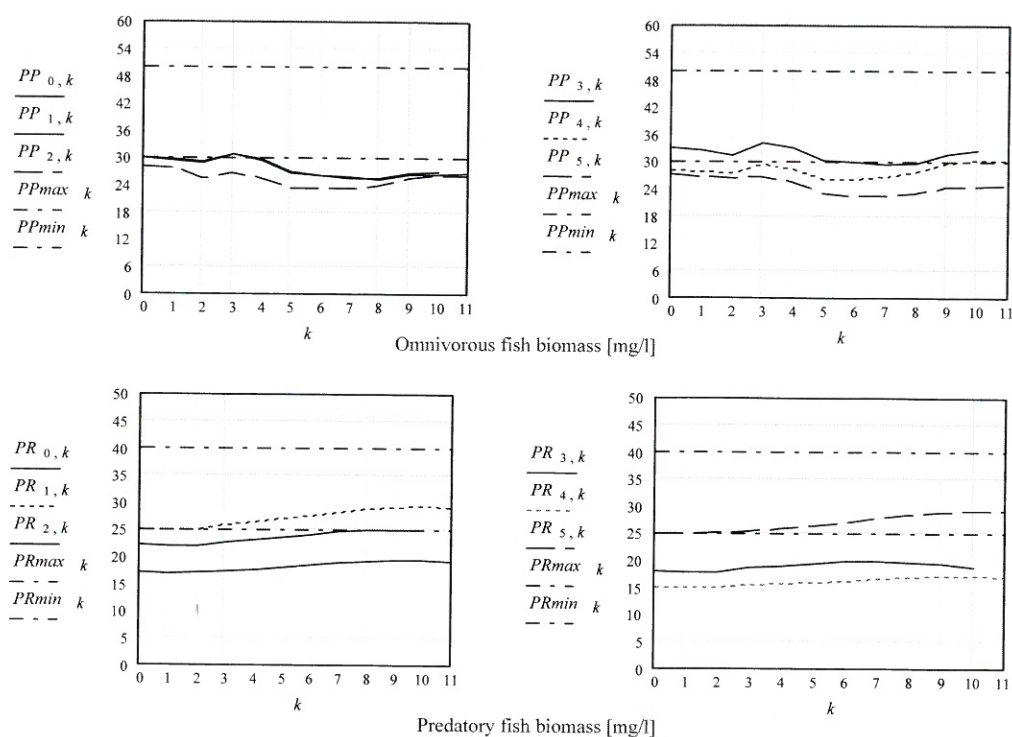


Figura 8. Rezultate de simulare a biomasei populațiilor de pește omnivor și răpitor în mai multe lacuri din Delta Dunării

Modelul de simulare a dinamicii populației de cormoran

Modelul de simulare numerică cu timp discret a unei populații de păsări ihtiofage (în speță, cormoranul) a căror evoluție numerică urmărește un proces mai degrabă discret, decât continuu, este:

$$NP_j(k+1) = NP_j(k) + Kf_j \cdot NEG_j(k) \cdot NA_j(k)/2 - KMP_j(k) \cdot NC_j(k) - UP_j(k),$$

$$NS_j(k+1) = NS_j(k) - KMS_j(k) \cdot NS_j(k) - US_j(k)$$

$$NA_j(k+1) = NA_j(k) - KMA(k) \cdot NA_j(k) - UA_j(k)$$

$$NT_i(k+1) = NP_j(k+1) + NS_j(k+1) + NA_j(k+1)$$

unde: NT reprezintă numărul de păsări în regim natural (necontrolat), T= total, P=pui. S=subadulți, A=adulti, Kf= rata fertilității, NEG= numărul de ouă/pereche de păsări, KM= rata mortalității, U= mărimea de control/comandă. Evident, modelului i se atașează condiții inițiale, restricții de tip dubla inegalitate. Experimentul de simulare, efectuat cu ajutorul programului Mathcad, a condus la rezultatele prezentate în figura 11 – curba superioară. Se observă că numărul de cormorani depășește limita maximă admisă de către ecologi.

Modelul cu evenimente discrete

Scopul modelului este de a sesiza ieșirea din intervalele de suboptimalitate a mărimilor de stare. Ne vom rezuma la urmărirea a numai trei astfel de mărimi, i.e. Pp, Pr, și NT, pentru care se impun restricții sub forma dublelor inegalități:

$$Pp_{\min} \leq Pp \leq Pp_{\max}$$

$$Pr_{\min} \leq Pr \leq Pr_{\max}$$

$$NT_{\min} \leq NT \leq NT_{\max}$$

În cazul în care numărul mărimilor de stare și/sau ieșire este de ordinul zecilor sau mai mare se impune utilizarea unui model de tipul celui descris în (9)-(13).

Modelul de control fuzzy

Am arătat că atât biomasa populațiilor de pește omnivor și răpitor - PpPr-, cât și numărul de cormorani ies

din intervalele de suboptimalitate, ceea ce justifică elaborarea și utilizarea unui model de control fuzzy.

Modelul de control fuzzy

Funcția de apartenență a acestor variabile de stare este prezentată în figura 9:

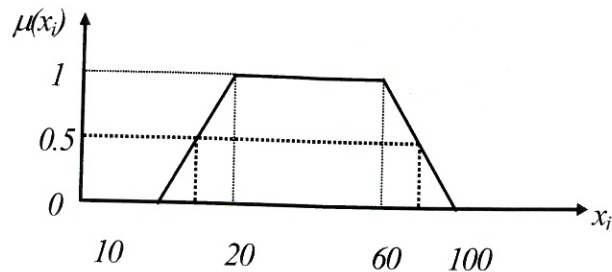


Figura 9. Reprezentarea trapezoidală a funcției de apartenență a variabilelor de stare PpPr

Din figura 9, putem infera următoarea reprezentare matematică a funcției de apartenență:

$$\mu_i(x_i(k)) = \begin{cases} 1, & \text{daca } x_i \in [20, 60], \\ 0, & \text{daca } x_i \in [0, 10) \text{ sau } x_i \in (100, \infty], \\ 0.1x_i - 1, & \text{daca } x_i \in [10, 20) \\ -0.025x_i + 2.5 & \text{daca } x_i \in (60, 100] \end{cases}$$

unde x_i reprezintă oricare dintre variabilele Pp sau Pr.

Cu ajutorul produsului-program Mathcad, se obțin noile mărimi de control/comandă, care pot fi vizualizate mai jos:

$$\begin{aligned} \mu(x_1, k) &= \mu(x_2, k) = \Delta u(x_1, u_1) = 0.091 \\ \Delta u(x_2, u_2) &= 0.091 \\ Ku_1 &:= -10 \quad Ku_2 := -4 \\ U1_{k+1} &:= u1_k + Ku_1 \cdot \Delta u(x_1, u_1) \cdot u1_k \\ U2_{k+1} &:= u2_k + Ku_2 \cdot \Delta u(x_2, u_2) \cdot u2_k \end{aligned}$$

U1		U2	
	0		0
0	0	0	0
1	9.418·10 ⁻⁴	1	0.032
2	4.709·10 ⁻³	2	0.032
3	0	3	0
4	9.418·10 ⁻³	4	0.064
5	0.014	5	0.096
6	0.019	6	0.128
7	0.019	7	0.128
8	0.014	8	0.096
9	0	9	0
10	0	10	0
11	4.709·10 ⁻³	11	0.032
12	4.709·10 ⁻³	12	0.032

Aplicând noile mărimi de control/comandă, se obține reintroducerea variabilelor BPpBPr în interiorul intervalelor de suboptimalitate, așa cum rezultă din figura 10:

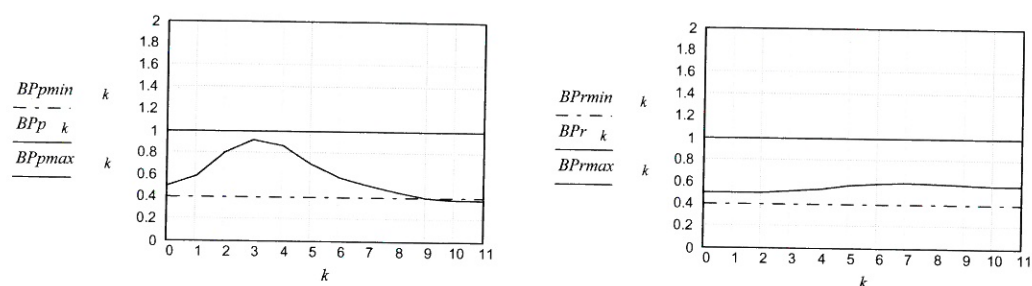


Figura 10. Rezultate de simulare a mărimilor de stare BPr după aplicarea noilor mărimi de control/comandă

Remarcă. În figura 10, curbele superioare reprezintă evoluția naturală, necontrolată a populațiilor de păsări ihtiofage marine, în timp ce curbele inferioare reprezintă evoluția controlată (prin eliminarea unui număr de ouă, în perioada de înmulțire). Se observă cum, urmare a utilizării unor mărimi de control/comandă adecvate, populațiile respective se încadrează în limitele de suboptimalitate, prescrise de către expert.

Observăm că, în acest caz, nu am utilizat modelul de control fuzzy pentru a evalua noile mărimi de control/comandă care să conducă la reintroducerea variabilei de stare în intervalele de suboptimalitate și aceasta pentru că avem de controlat o singură variabilă de stare NNP (numărul de pui de păsări ihtiofage marine), cu o singură mărime de control/comandă, iar modelul care descrie evoluția populației de păsări este relativ simplu.

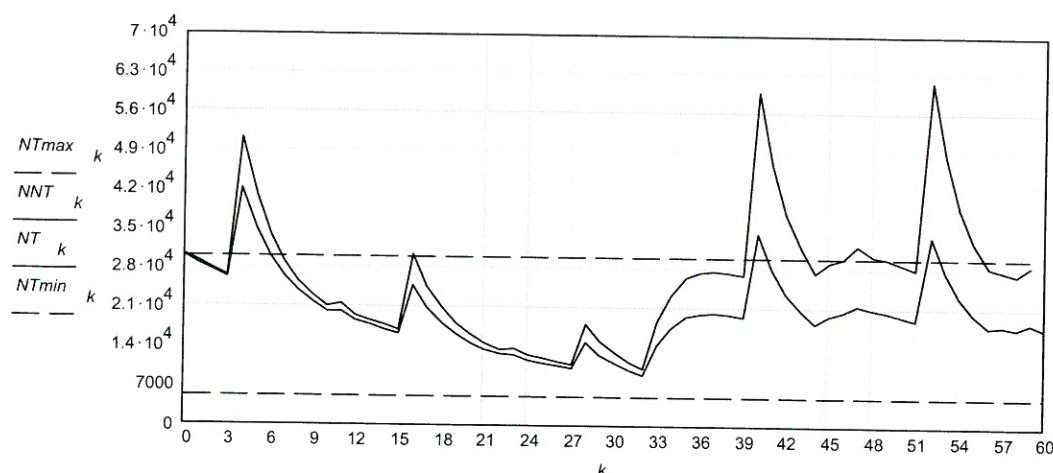


Figura 11. Evoluția populației de păsări ihtiofage „cormoran” în regim natural (curba ruperioară) și controlat (curba inferioară)

5. Concluzii

La baza modelării sistemelor de mare complexitate, am așezat modelul matematico-euristic, care răspunde nevoii de a descrie, analiza, simula și controla astfel de sisteme, categorie care include sisteme industriale, energetice, de comunicații, de transport, economice, sociale și, nu în ultimul rând, sisteme ecologice (de protecția mediului). Modelarea matematică clasică, așa cum este ea prezentată în teoria sistemelor, nu răspunde bine acestor deziderate. Modelul matematico-euristic care îmbină avantajele modelului numeric de simulare cu modelul bazat pe prelucrarea cunoștințelor euristice, rezolvă problemele complexe legate de sistemele de mare complexitate [Stănculescu 2003 și 2005]. Multiplele aplicații având ca obiect simularea și controlul unor sisteme de mare complexitate, efectuate de către autor și de către colaboratori ai săi, au demonstrat pertinenta modelului matematico-euristic. În acest context, de o mare utilitate se dovedește, pe lângă bibliografia de mai jos și CD-ul care acompaniază lucrarea în limba engleză. Ca o concluzie finală, subliniem faptul că modelul matematico-euristic de simulare este util decidenților la toate nivelurile, de la nivel guvernamental la nivel local. Să exemplificăm: România își propune să realizeze în 2010 un PIB de 154 miliarde Euro. Modelul matematico-euristic de simulare poate furniza elemente concrete de realizare a acestui țel. În același domeniu de preocupări, reamintim și faptul că moneda națională

– Ronul – a fost în mod forțat cotată, în ultimii ani, la valori mult supraevaluate. Modelul matematico-euristic de simulare poate furniza elemente pentru o cotație mai aproape de realitate a monedei naționale. Poluarea atmosferei este o alta problemă nerezolvată. Comisia Europeană a stabilit reducerea de către România a concentrației de noxe în atmosferă cu 20%! Rezolvarea acestei probleme poate fi făcută cu ajutorul modelului matematico-euristic de simulare, care furnizează harta curbelor de izopoluare cu concentrațiile principalilor poluanți industriali, ca SO₂, NO₂, CO₂, pulberi metalice etc. În fine, mai este problema protecției sistemelor ecologice (biodiversitate, specii pe cale de dispariție s.a.). Modelul matematico-euristic de simulare poate furniza dinamica populațiilor care au habitatul în ecosistem (inclusiv interacțiunea dintre acestea), dacă ies din intervalele de suboptimalitate și dacă da, ce acțiuni trebuie întreprinse pentru a le readuce în limitele normale. Cele mai cunoscute sunt: ecosistemul biosferei Delta Dunării, ecosistemul forestier din Munții Bucegi și ecosistemul sol.

Bibliografie

1. **STANCIULESCU, F.:** Modelarea sistemelor de mare complexitate. Editura Tehnica, Bucuresti, 2003.
2. **STANCIULESCU, F.:** Modelling of High Complexity Systems with Applications, WIT PRESS, Southampton/Boston, 2005 (include un CD).
3. **JORGENSEN, S.E., G. BENDORICCHIO** (Eds.): Fundamentals of Ecological Modelling, 3rd Edition Elsevier, 2001.