

DETECTAREA SCHIMBĂRILOR ÎN CARACTERISTICILE SPECTRALE ALE SEMNALELOR NUMERICE

Dr.ing. Theodor D. Popescu

Institutul de Cercetări pentru Informatică

1. Introducere

Problema detectării unor schimbări în modelele stohastice este prezentă în literatura dedicată conducerii automate, prelucrării semnalelor, precum și statisticii [1-8].

Rezultatele teoriei detecției schimbărilor în astfel de modele se aplică în multe domenii: aeronautică, prelucrarea imaginilor, recunoașterea vorbirii, geofizică, medicină, detectarea unor incidente pe calea ferată, detectarea scurgerilor în conductele de transport, econometrie etc. În acest cadru, problema segmentării în părți omogene a unui semnal numeric, sau detectarea schimbărilor bruște într-un astfel de semnal, este una esențială care apare într-un mod mai mult sau mai puțin explicit. În general, se pot distinge două tipuri principale de probleme [9]:

- segmentarea unui semnal numeric, al cărui model real nu este cunoscut, iar modelul utilizat pentru detectarea schimbării sau saltului reprezintă un simplu instrument pentru delimitarea zonelor de staționaritate;
- segmentarea unui semnal, reprezentat aproximativ printr-un număr mare de modele; în această situație analiza implică utilizarea unor elemente specifice domeniului inteligenței artificiale.

Pentru rezolvarea problemelor enunțate anterior sînt disponibile mai multe tehnici, printre care menționăm: utilizarea unor ferestre de date mobile [10], abordarea modelelor multiple [11], utilizarea unor tehnici de filtrare bazate pe modele variabile în timp [12-13] și algoritmi de segmentare [14-17].

După o scurtă prezentare a problemei generale de detecție a schimbărilor în modelele stohastice, în lucrare sînt discutați trei algoritmi de detecție a schimbărilor bruște în caracteristicile spectrale ale semnalelor numerice aparținînd ultimei clase de tehnici; sînt utilizate diferite "măsuri" ale acestor schimbări care utilizează raportul de verosimilitate logaritmă, divergența Kullback, precum și criteriul informației Akaike. În final se prezintă rezultatele obținute prin utilizarea acestor algoritmi la detectarea schimbărilor în caracteristicile spectrale ale unor semnale numerice, generate prin simularea unor procese autoregresive.

2. Detectarea secvențială a schimbărilor bruște în caracteristicile spectrale ale semnalelor numerice

2.1. Formularea problemei

Fie un proces stohastic (y_t) avînd funcția de repartiție condițională $p\theta=(y_t | y_{t-1}, \dots, y_0)$. Acest proces este descris în mod frecvent printr-un model stohastic liniar, ale cărui caracteristici pot fi obiectul unor schimbări neprevăzute. Fiind dată o înregistrare a unui semnal numeric (y_t) ($0 \leq t \leq n$), problema detecției constă în a decide între următoarele ipoteze:

$$H_0: \theta = \theta_0$$

H_1 : există un moment $1 \leq r \leq n$ astfel încît:

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_0, & \text{pentru } 0 \leq t \leq r-1 \\ \theta &= \theta_1, & \text{pentru } r \leq t \leq n \end{aligned} \quad (2.1)$$

θ reprezintă parametrii unui model stohastic liniar, în lucrare prezentă un model autoregresiv (AR):

$$y_n = \sum_{i=1}^p a_i^{(k)} y_{n-i} + \varepsilon_n \quad (2.2)$$

$\theta_k \triangleq (a_1^{(k)}, \dots, a_p^{(k)}, \sigma_k^2)^T$, ($k=0, 1$) cu σ_k^2 dispersia inovației ε_n . Prin urmare

$$\begin{cases} a_i^{(k)} = a_i^{(0)} \\ \sigma_k^2 = \sigma_0^2 \end{cases} \quad (1 \leq i \leq p) \quad \text{pentru } 0 \leq t \leq r-1 \quad (2.3)$$

și

$$\begin{cases} a_i^{(k)} = a_i^{(1)} \\ \sigma_k^2 = \sigma_1^2 \end{cases} \quad (1 \leq i \leq p) \quad \text{pentru } r \leq t \leq n \quad (2.4)$$

În mod curent, pentru detecția schimbărilor în semnal, parametrii $(a_i^{(0)} (1 \leq i \leq p), \sigma_0^2)$ anteriori schimbării se presupun a fi cunoscuți sau, în caz contrar, sînt estimați cu un filtru corespunzător; caracteristicile semnalului după modificare $(a_i^{(1)} (1 \leq i \leq p), \sigma_1^2)$ sînt necunoscute.

Așa cum s-a mai menționat, în cadrul acestei lucrări se utilizează modele autoregresive care pot fi asimilate unor modele autoregresive și de medie alunecătoare (ARMA) (p, q) , cu $q=0$. Modelele AR sînt preferate, în anumite aplicații, modelelor ARMA, în special datorită metodelor mai eficiente de estimare a parametrilor. Din punct de vedere tehnic, pentru un număr de parametri fixat, un model pur AR furnizează o reprezentare de entropie maximă pentru un proces aleator. Unele motivații teoretice statistice privind

utilizarea modelelor AR în teoria detecției pot fi găsite în [18].

Dacă se decide asupra ipotezei H_1 , menționate anterior, se pot impune spre rezolvare următoarele probleme:

- determinarea caracteristicilor semnalului, anterior momentului schimbării;
- estimarea momentului schimbării, r ;
- evaluarea "amplitudinii" schimbării, adică determinarea unei măsuri a "distanței" dintre modelul identificat înaintea schimbării și modelul corespunzător estimațiilor furnizate de filtru în momentul detecției schimbării;
- diagnosticarea tipului de schimbare care s-a produs.

Importanța relativă a problemelor ridicate depinde în mare măsură de aplicație. Detectarea schimbării trebuie realizată, de asemenea, într-un astfel de mod încât compromisul standard dintre alarmele false și întârzierile în detecție să fie rezolvat în mod optim.

Analiza comportării semnalelor numerice reale scoate în evidență faptul că cele mai multe dintre schimbările care apar în practică sînt fie schimbări ale valorii medii a semnalului, fie ale caracteristicilor spectrale ale acestuia. În cazul în care semnalul analizat nu este de medie nulă, interpretarea rezultatelor în domeniul spectral a tehnicilor care fac uz de modele autoregresive (AR) este ambiguă. Această observație impune ca primă etapă în prelucrarea semnalului, eliminarea valorii medii. Dacă variațiile valorii medii sînt ele însele nestaționare, poate fi de interes detectarea schimbărilor în acestea. Prezenta lucrare se va limita numai la detectarea secvențială a schimbărilor bruște în caracteristicile spectrale ale semnalelor numerice de medie nulă.

2.2. Algoritm de detecție utilizînd un model AR

Algoritmul de detecție și proprietățile teoretice ale acestuia sînt prezentate în [9]; în cele ce urmează se va da numai o descriere conceptuală a algoritmului.

O abordare de interes în detectarea schimbărilor în caracteristicile spectrale ale semnalelor numerice constă în filtrarea datelor (y_n) cu un filtru AR cunoscut sau identificat și în determinarea schimbărilor în semnalul rezidual al inovațiilor, (e_n). Dacă în semnalul original apar modificări ale caracteristicilor acestea se vor regăsi și în semnalul (e_n), ceea ce reduce problema detecției în datele inițiale la detecția schimbărilor în valoarea medie a semnalului (e_n^2). În prezent, utilizarea tehnicilor bazate pe suma cumulată a inovațiilor sau a pătratelor acestora reprezintă o abordare standard în detectarea schimbărilor în semnale cu modele AR [9]. Schema generală pentru detecție este reprezentată în fig.1. O astfel de tehnică, bazată pe semnalul (e_n^2) este prezentată în [19-21] și utilizează

faptul că anterior schimbării $E(e_n^2) = \sigma_0^2$ și deci $E\left(\frac{e_n^2}{\sigma_0^2} - 1\right) = 0$; Borodkin și Mottl [20] utilizează următoarea statistică:

$$z_n = \frac{1}{\sqrt{2n}} \left(\sum_{i=1}^n \frac{e_i^2}{\sigma_0^2} - 1 \right), \quad (2.5)$$

care este pentru ($n < r$) guvernată asimptotic de o lege de repartiție normală $N(0,1)$ și care manifestă pentru ($n > r$) o tendință monoton crescătoare (descrescătoare) în valoarea medie. Cînd r are o valoare mare, autorii actualizează z_n la valoarea zero după fiecare T pași, T fiind fixat apriori, funcție de valoarea intervalului de timp pe care semnalul analizat poate fi considerat staționar. Valoarea parametrului T este de importanță deosebită, deoarece comportarea statisticii z_n , caracterizată de o valoare medie nulă anterior schimbării, nu trebuie să genereze o alarmă falsă. O posibilitate de depășire a acestei probleme constă în utilizarea unui test de "stop" (de exemplu testul Hinkley) care îmbunătățește performanțele detecției. Detectorul bazat pe suma cumulată a inovației, propus în [9], în cazul unui model AR gaussian, este de forma:

$$U_n = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n T_i \quad (2.6)$$

unde

$$T_i = \frac{e_i^2}{\sigma_0^2} - 1 \quad (2.7)$$

Această statistică este practic zero în absența unei schimbări și ia o valoare strict pozitivă după apariția schimbării. Punctul slab al acestui test se datorează faptului că cele două legi de probabilitate $g^0(y_n | Y^{n-1})$, anterioară schimbării și $g^1(y_n | Y^{n-1})$, după schimbare, unde $Y^{n-1} = (y_{n-1}, y_{n-2}, \dots, y_0)$, sînt comparate mai ales prin intermediul entropiilor proprii, fără a se ține seama și de entropia mutuală [9]. Se pare totuși că utilizarea unui singur model AR și a abordării clasice constînd în testarea a cît de "departe" se situează secvența inovației (e_n) de ipoteza de zgomot alb de medie nulă, nu este suficientă pentru detectarea schimbărilor bruște în caracteristicile spectrale ale semnalului. Prin

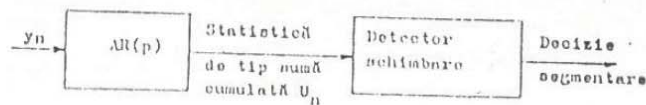


Fig. 1 Schemă generală de detectare a schimbării

urmă, pare a fi indicată utilizarea unor algoritmi de detecție care fac apel la două sau mai multe modele AR. Schema de detecție secvențială utilizând un singur model AR este reprezentată în Fig. 2. Modelul utilizat, M_0 , este identificat secvențial.

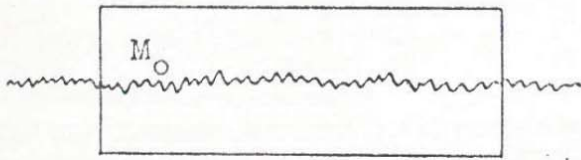


Fig. 2 Schema de detecție utilizând un model AR

Schimbările în caracteristicile spectrale ale semnalului sînt detectate utilizînd un test de tip sumă cumulată propus de Hinkley, care va fi descris în secțiunea următoare.

2.3. Algoritm de detecție utilizînd două modele AR

Ideea de bază utilizată în cadrul acestui algoritm constă în compararea a două modele AR estimate la diferite momente ale evoluției semnalului analizat (Fig. 3).



Fig. 3 Schema de detecție utilizînd două modele AR

Primul model, M_0 , este un model global (sau pe termen lung) ai cărui coeficienți sînt estimați recursiv, iar al doilea, M_1 , este un model local (sau pe termen scurt) ai cărui coeficienți se estimează în cadrul unei ferestre mobile de date.

Schimbările în caracteristicile semnalului analizat sînt detectate în momentul în care valoarea unei "distanțe" corespunzătoare între cele două modele depășește o valoare limită. În acest scop pot fi utilizate mai multe tipuri de "distanțe" [22]. "Distanța" de tip euclidian:

$$D_1 = \sum_{i=1}^p (a_i^{(1)} - a_i^{(0)})^2 \quad (2.8)$$

nu este indicată a se utiliza, ca neavînd nici o semnificație în cazul de față. O măsură relevantă a schimbării în coeficienții celor două modele o constituie "distanța" dintre densitățile spectrale $S_i(e^{j\omega})$ ($i=0,1$):

$$D_2 = \| \text{Log} S_1(e^{j\omega}) - \text{Log} S_0(e^{j\omega}) \|_{L_2} \quad (2.9)$$

care poate fi aproximată prin distanța cepstrală dintre

coeficienții cepstrului [22].

În ipoteza că modelul este de fază minimă, coeficienții cepstrului sînt prin definiție coeficienții Fourier ai logaritmului spectrului, adică:

$$\text{Log} \left[\frac{\sigma^2}{1 - \sum_{i=1}^p a_i e^{i \cdot j \cdot \omega}} \right]^2 = \sum_{k=1}^{+\infty} c_k e^{-k \cdot j \cdot \omega} \quad (2.10)$$

cu

$c_0 = \text{Log}(\sigma^2)$ și $c_{-k} = c_k$, aceștia din urmă putînd fi determinați în mod recursiv [22].

Pe baza relației lui Parseval, "distanța" medie pătrată dintre logaritmii celor două spectre se determină cu formula:

$$D_3 = \left[(c_0^{(0)} - c_0^{(1)})^2 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (c_k^{(0)} - c_k^{(1)})^2 \right]^{1/2} \quad (2.11)$$

O aproximare rezonabilă a "distanței" D_3 poate fi obținută prin trunchierea seriei care apare în relația (2.11) la cel puțin un număr de termeni egal cu ordinul filtrului.

Alte două măsuri utilizate în scopul comparării celor două modele se bazează pe legile de probabilitate condițională ale observațiilor [23] sînt stabilite în cazul ideal de Basseville și Benveniste [9].

Prima măsură a "distanței" dintre cele două modele reprezintă raportul de verosimilitate logaritmice și este justificată de abordarea raportului de verosimilitate generalizată. În cazul unui model AR gaussian se utilizează următoarea relație de calcul:

$$T'_n = \frac{1}{2} \text{Log} \frac{\sigma_0^2}{\sigma_1^2} + \frac{(c_n^0)^2}{2\sigma_0^2} - \frac{(c_n^1)^2}{2\sigma_1^2}, \quad (2.12)$$

unde c_n^0 și c_n^1 sînt respectiv inovațiile (sau erorile de predicție) modelului "0" (anterior schimbării) și "1" (după schimbare). Detectorul bazat pe suma cumulată, care rezultă în această situație, este de forma:

$$U'_n = \sum_{i=1}^n T'_i \quad (2.13)$$

și este analizat în [9].

Cea de a doua măsură a "distanței" dintre cele două modele implică utilizarea entropiei dintre cele două legi de probabilitate condiționale, dinainte și după schimbare, și este legată de divergența Kullback [9]. Suma cumulată utilizată de detector, în acest caz, este de forma:

$$U''_n = \sum_{i=1}^n T''_i \quad (2.14)$$

cu

$$T_n'' = \frac{\sigma_0^2}{2\sigma_1^2} \left[2 \frac{c_n^0 c_n^1}{\sigma_0^2} - \left(1 + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_0^2}\right) \frac{(c_n^0)^2}{\sigma_0^2} + \left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_0^2} - 1\right) \right] \quad (2.15)$$

Comportarea valorii medii condiționale a celor două teste este următoarea:

Înainte de schimbării, în condițiile ipotezei H_0 (legea de probabilitate condițională a observațiilor y_n este $g_0(y_n | Y^{n-1})$), valorile medii condiționale pentru T' și T'' sînt date de relațiile [9]:

$$E_{H_0}(T_n' | Y^{n-1}) = -\frac{1}{2} \text{Log} \frac{\sigma_1^2}{\sigma_0^2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sigma_1^2} [\sigma_0^2 + (c_n^1 - c_n^0)^2] \quad (2.16)$$

care este strict negativă, și respectiv de

$$E_{H_0}(T_n'' | Y^{n-1}) = 0 \quad (2.17)$$

După schimbare, în condițiile ipotezei H_1 (legea de probabilitate condițională a observațiilor y_n este $g^1(y_n | Y^{n-1})$), valorile medii condiționale pentru T' și T'' sînt date de relațiile [9]:

$$E_{H_1}(T_n' | Y^{n-1}) = \frac{1}{2} \text{Log} \frac{\sigma_0^2}{\sigma_1^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sigma_0^2} [\sigma_1^2 + (c_n^0 - c_n^1)^2] \quad (2.18)$$

care este strict pozitivă, și respectiv de

$$E_{H_1}(T_n'' | Y^{n-1}) = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_0^2}{\sigma_1^2} + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_0^2} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_0^2} \right) (c_n^1 - c_n^0)^2 \quad (2.19)$$

care este cunoscută a fi strict negativă.

Performanțele celor două teste de tip sumă cumulat, cuplate cu testul de "stop" Hinkley, vor fi investigate în studiul de caz prezentat în Secțiunea 3.

Testul Hinkley pentru detecția schimbării în U_n , U_n' și U_n'' constă în principal din două teste activate în paralel:

$$\begin{cases} S_n = \sum_{i=1}^n \left(T_i^* - \mu_0 - \frac{\nu}{2} \right) & (n \geq 1) (S_0 = 0) \\ m_n = \min_{0 \leq k \leq n} S_k & \end{cases} \quad (2.20)$$

Schimbare dacă $S_n - m_n \geq h$
aplicat pentru salturi ascendente și

$$\begin{cases} S_n = \sum_{i=1}^n \left(T_i^* - \mu_0 + \frac{\nu}{2} \right) & (n \geq 1) (S_0 = 0) \\ M_n = \max_{0 \leq k \leq n} S_k & \end{cases} \quad (2.21)$$

Schimbare dacă $M_n - S_n \geq h$
aplicat pentru salturi descendente.

În relațiile (2.20)-(2.21) T_i^* reprezintă valorile T_i , T_i' și T_i'' , ν este amplitudinea maximă a saltului fixată apriori; această valoare este legată de valoarea minimă a divergenței dintre cele două modele AR, iar h este pragul de detecție ales de utilizator. Valoarea medie μ_0 anterioară schimbării este cunoscută a fi, pentru toate testele de tip sumă cumulat analizate, nulă.

2.4. Algoritm de detecție utilizînd trei modele AR

Ipoteza fundamentală utilizată în cadrul algoritmului de detecție prezentat în această secțiune constă în faptul că semnalul analizat poate fi considerat nestaționar pe o lungă perioadă de timp, dar cvasistaționar pe intervale scurte de timp, marcate prin momentele de schimbare a proprietăților spectrale.

Algoritm prezentat se bazează pe o metodă de analiză aparținînd lui Kitagawa și Akaike [24], metodă propusă inițial de Ozaki și Tong [25]. În cele ce urmează vom prezenta numai descrierea conceptuală a algoritmului. Algoritm utilizează trei modele autoregresive: un model global M_2 , identificat într-o fereastră de date crescătoare, un model M_0 , identificat pentru un subset de date presupus staționar și un model pe termen scurt, M_1 , identificat într-o fereastră de date mobilă; setul de date utilizat pentru identificarea modelului M_2 include seturile de date utilizate pentru identificarea ultimelor două modele, M_0 și M_1 (Fig. 4). Decizia privind modificarea proprietăților semnalului se bazează pe evoluția criteriului informației Akaike (AIC) pentru modelul global, AIC_2 și pe evoluția unui criteriu sumă pentru modelele M_0 și M_1 de forma:

$$AIC_{0,1} = AIC_0 + AIC_1$$

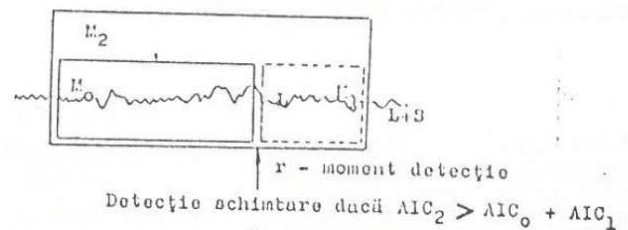


Fig. 4 Schema de detecție utilizînd trei modele AR

Fie un set de date inițiale y_1, y_2, \dots, y_L considerate cvasistaționare și un set de date adiționale constând din S observații: y_{L+1}, \dots, y_{L+S} cu S un număr fixat; în cazul prezenței unor schimbări rapide în caracteristicile semnalului analizat S poate fi ales mic, dar nu foarte mic, pentru obținerea unor estimări de calitate pentru parametrii modelului M_1 . Restricția impusă de algoritmul care se prezintă, se referă la faptul că momentele în care se pot detecta schimbări în semnalul analizat sînt multipli de S .

Algoritmul este următorul:

1. Se determină modelul autoregresiv M_0 :

$$y_n = \sum_{i=1}^p a_i^{(n)} y_{n-i} + \varepsilon_n \text{ cu } \sigma_0^2 = \text{var}(\varepsilon_n) \quad (2.22)$$

unde p este ordinul fixat al modelului AR. Criteriul AIC asociat acestui model este de forma:

$$AIC_0 = L \cdot \text{Log } \sigma_0^2 + 2p \quad (2.23)$$

2. Se determină modelul autoregresiv M_1 ,

$$y_n = \sum_{i=1}^p a_i^{(n)} y_{n-i} + \varepsilon_n \text{ cu } \sigma_1^2 = \text{var}(\varepsilon_n) \quad (2.24)$$

și criteriul AIC de forma:

$$AIC_1 = S \cdot \text{Log } \sigma_1^2 + 2p \quad (2.25)$$

3. Se definește primul model "candidat" pentru reprezentarea datelor semnalului $y_1, y_2, y_L, y_{L+1}, \dots, y_{L+S}$, ansamblul modelelor autoregresive M_0 și M_1 . Criteriul AIC asociat acestui model este dat de relația:

$$AIC_{0,1} = L \cdot \text{Log } \sigma_0^2 + S \cdot \text{Log } \sigma_1^2 + 2.2p \quad (2.26)$$

4. Se determină modelul autoregresiv M_2 ,

$$y_n = \sum_{i=1}^p a_i^{(n)} y_{n-i} + \varepsilon_n \text{ cu } \sigma_2^2 = \text{var}(\varepsilon_n) \quad (2.27)$$

pentru setul de date $y_1, y_2, y_L, y_{L+1}, \dots, y_{L+S}$.

5. Se definește modelul M_2 drept al doilea "candidat" pentru reprezentarea datelor pentru care a fost determinat, avînd asociat următorul criteriu AIC:

$$AIC_2 = (L+S) \cdot \text{Log } \sigma_2^2 + 2p \quad (2.28)$$

6. Dacă AIC_2 este mai mic decît $AIC_{0,1}$, atunci modelul M_2 este acceptat ca model pentru seturile de date inițial și adițional, cele două seturi de observații fiind considerate a fi omogene (nu sînt detectate schimbări în caracteristicile semnalului). Altfel, pentru setul de date adițional se va adopta modelul M_1 (a fost detectată o schimbare în caracteristicile semnalului la momentul

$r = L$).

Algoritmul continuă cu repetarea acestor etape, ori de cîte ori se dispune de un nou set de S observații. Procedura permite astfel detectarea schimbărilor în caracteristicile semnalului analizat, iar în cazul în care acestea rămîn neschimbate, prin creșterea numărului de date utilizate în determinarea modelului, se îmbunătățește calitatea acestuia.

Un algoritm similar, în care ordinul modelelor utilizate se alege acela care minimizează criteriul AIC asociat modelului, este prezentat în [26], în contextul analizei unui semnal seismic. În ceea ce privește procedura de alegere a ordinului modelului AR pe baza minimului criteriului AIC nu sînt definite în mod clar proprietățile de optimalitate pentru acesta. În special, cînd acest criteriu se aplică pentru determinarea ordinului unui model AR, ordinul rezultat nu asigură estimări consistente pentru parametri. Cu toate acestea, estimările corespunzătoare pentru spectru sînt consistente.

3. Studiu de caz

În cadrul acestei secțiuni se prezintă cîteva rezultate experimentale privind utilizarea algoritmilor de detecție, prezentați anterior. Datele utilizate au fost generate pe baza a șapte modele autoregresive de ordinul 3 și au fost analizate 6 tranziții. În toate cazurile analizate, dispersiile excitației, înainte și după schimbare au fost alese egale cu unitatea; de asemenea valorile medii ale excitației, înainte și după schimbare, au fost constante și egale cu zero. Rezultă deci că au fost studiate numai schimbările în coeficienții modelului.

Cele 7 modele utilizate, descrise prin coeficienții de reflexie și prin coeficienții autoregresivi, sînt date în

Tabelul 1.

Modelul	Coeficienții de reflexie			Coeficienții autoregresivi		
	k_1	k_2	k_3	a_1	a_2	a_3
I	0.9	-0.7	-0.2	1.67	-1.01	0.2
II	0.9	-0.5	-0.04	1.33	-0.45	-0.04
III	0.7	-0.2	0.06	0.85	-0.25	0.06
IV	-0.9	0.5	0.8	-0.85	0.86	0.8
V	-0.9	0.5	0.4	-0.65	0.68	0.4
VI	-0.9	0.5	0.1	-0.5	0.55	0.1
VII	-0.9	0.3	0.05	-0.65	0.33	0.0

Semnalele obținute prin simularea acestor modele (1000 eșantioane), în cadrul tranzițiilor I-II, I-III, I-IV, I-V, I-VI, I-VII, cu tranziția efectuată la momentul 600, sînt reprezentate în Fig. 5.

"Distanțele" cepstrale în dB dintre aceste modele, determinate cu ajutorul a 100 de coeficienți sînt date în Tabelul 2, iar spectrele de putere asociate celor 7 modele parametric sînt reprezentate în Fig. 6.

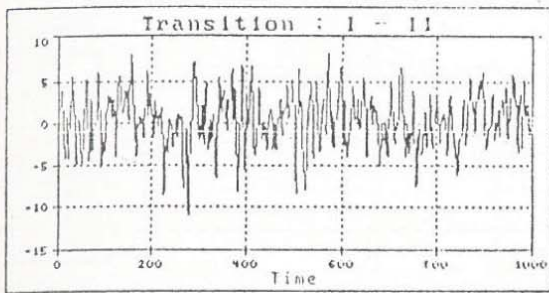


Fig. 5 a. Tranziția model I - model II

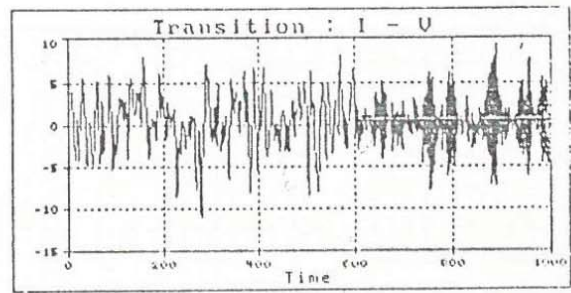


Fig.5 d. Tranziția model I - model V.

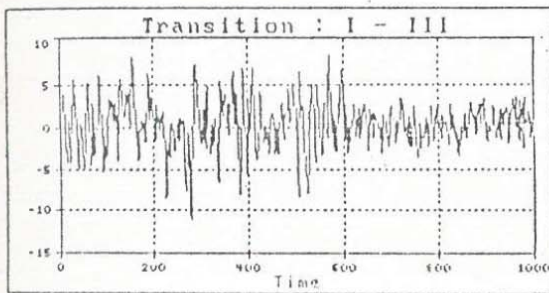


Fig.5 b. Tranziția model I - model III

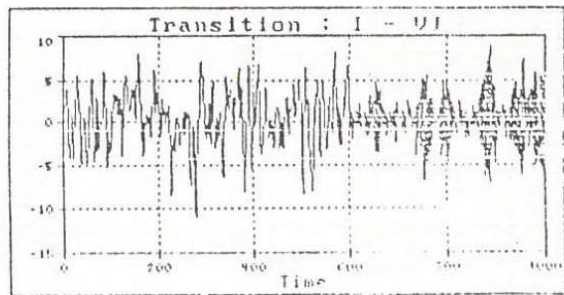


Fig.5 e. Tranziția model I - model VI

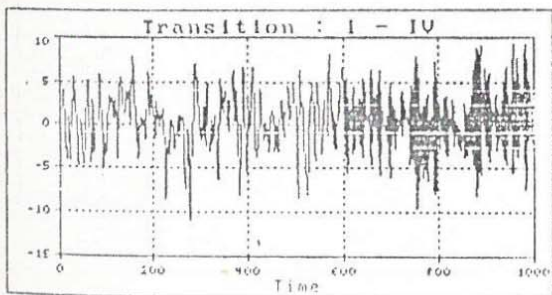


Fig.5 c. Tranziția model I - model IV

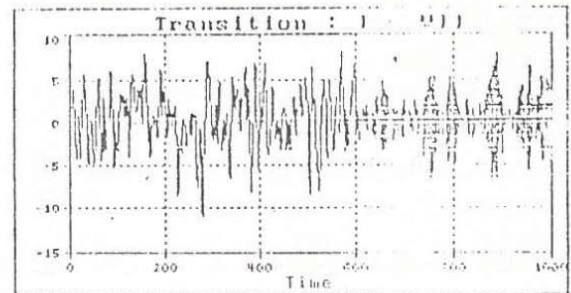


Fig.5 f. Tranziția model - model VII

Tabelul 2

Modelul	II	III	IV	V	VI	VII
I	0.51	1.23	3.85	3.42	3.17	3.35

Modelul AR utilizat în cazul primului algoritm prezentat este identificat secvențial și prin urmare, la

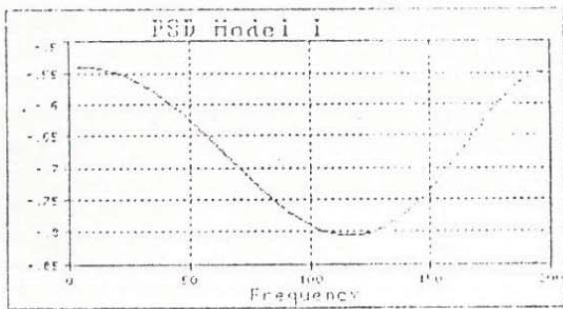


Fig. 6 a. Spectrul de putere asociat modelului I

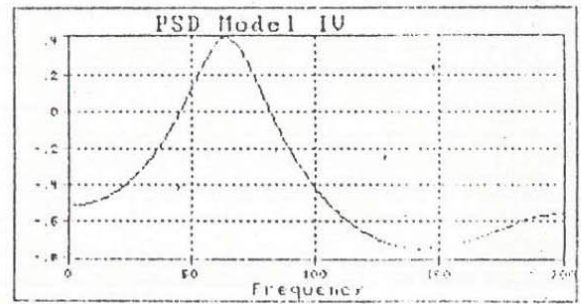


Fig. 6 d. Spectrul de putere asociat modelului IV

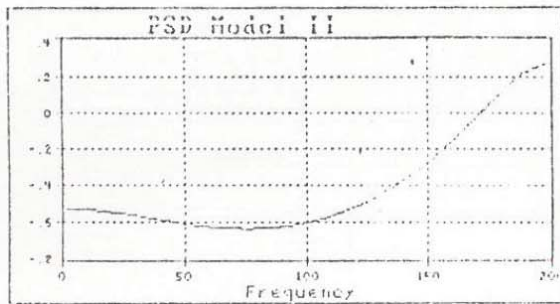


Fig.6 b. Spectrul de putere asociat modelului II

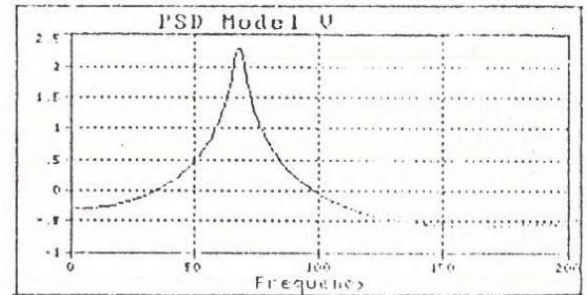


Fig. 6 c. Spectrul de putere asociat modelului V

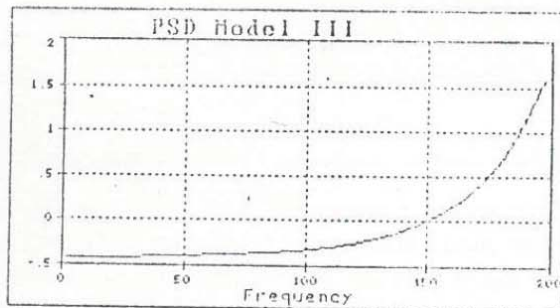


Fig.6 e. Spectrul de putere asociat modelului III

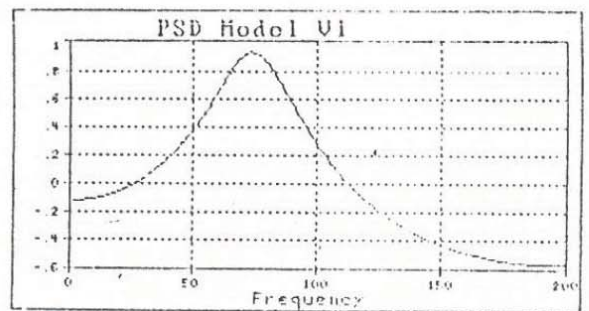


Fig. 6 f. Spectrul de putere asociat modelului VI

începutul prelucrării datelor și după fiecare detecție a unei schimbări în semnal, este necesar un interval de timp pînă la identificarea corectă a modelului. În cadrul prezentului studiu de caz, acest interval a fost ales egal cu 200 de intervale de eșantionare. Această observație este valabilă și în cazul testelor U' și U'' : trebuie să se

aștepte pînă cînd filtrul secvențial care identifică modelul M_0 converge, moment în care este activat filtrul pentru identificarea modelului M_1 . Identificarea modelului autoregresiv M_0 se realizează cu ajutorul unui filtru recursiv bazat pe formularea de tip rețea a metodei celor mai mici pătrate [31], iar

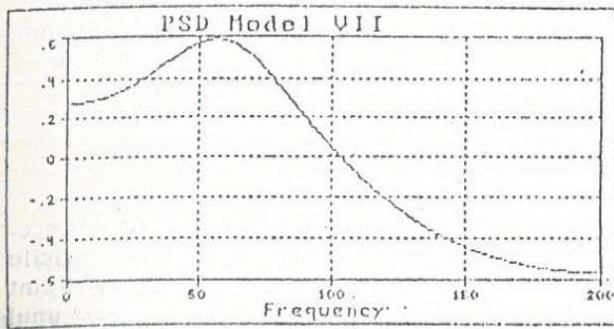


Fig. 6 g. Spectrul de putere asociat modelului VII

modelul M_1 este identificat utilizând metoda covarianței [32], aplicată pentru o fereastră mobilă de date și implementează o formă a descompunerii Cholesky.

Testul Hinkley a fost aplicat pentru valori ale amplitudinii minime ν cuprinse între 10 și 35 și pentru un prag de detecție h situat în aceeași gamă de valori. Valoarea medie a semnalului, anterior schimbării, s-a presupus cunoscută și egală cu 0.

Al treilea algoritm de detecție prezentat, bazat pe evoluția criteriului AIC asociat celor trei modele AR, utilizează în acest studiu de caz 200 de eșantioane ca set de observații adiționale. Semnalul analizat a fost divizat în segmente de date cvasistaționare, după detectarea momentelor de schimbare a caracteristicilor. Momentele de tranziție sînt reprezentate prin segmente verticale de lungime:

$$L = (AIC_{0,1} - AIC_2) / |AIC_2|. \quad (3.1)$$

Această valoare sugerează amplitudinea schimbării în caracteristicile semnalului la momentul respectiv.

Rezultatele obținute în urma analizei celor 6 tipuri de tranziții simulate sînt reprezentate în Fig. 7. În cadrul acestei figuri, U_1 reprezintă statistica U' , iar U_2 statistica $-U''$.

În urma analizei vizuale a rezultatelor obținute se poate constata că momentele de detecție a schimbării sînt cu mici excepții (tranziția I-II) suficient de apropiate, iar în cazul utilizării statisticii U apar, înaintea momentului real al schimbării, momente de alarmă false, consecință a alegerii neinspirate a valorilor ν și h în această situație. În cazul tranziției I-II apariția unor întârzieri mai mari în detecția momentului schimbării se datorează în principal unei schimbări mai puțin esențiale în parametrii modelului, în condițiile în care pentru tranziții (vezi și Tabelul 2), în același tip de algoritm, toate tipurile de tranziții, la un același tip de algoritm, s-au utilizat aceleași valori pentru ν și h .

Se poate constata, de asemenea, apariția în cazul tuturor tranzițiilor studiate, în cazul utilizării statisticilor U , U' , U'' , a unor momente de schimbare false după detectarea

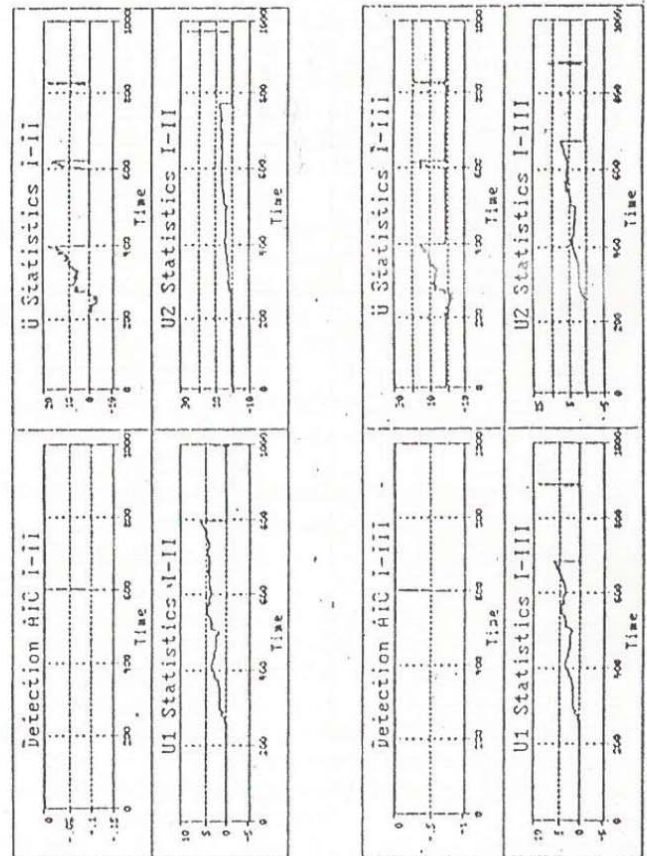


Fig. 7a,b. Rezultatele detecției în cazul tranzițiilor I-II, I-III

momentului real al schimbării caracteristicilor semnalului. Acest fapt se datorează în principal utilizării aceluiași valori pentru parametrii ν și h și după momentul detecției; în mod normal se impunea actualizarea valorilor acestora, funcție de caracteristicile noului semnal analizat, dar în prezentul studiu de caz atenția noastră a fost concentrată pe detecția primului moment al schimbării.

În ceea ce privește rezultatele detecției bazate pe evoluția criteriului AIC, nu apar momente de schimbare false ale proprietăților semnalului, iar schimbarea este detectată la momentul oportun (600), datorită alegerii ferestrei de date de 200 eșantioane. Deoarece algoritmul nu utilizează un test de tip Hinkley, nu apare necesară specificarea parametrilor ν și h . Acest algoritm a fost utilizat cu succes în analiza și simularea mișcărilor seismice puternice [17].

În concluzie, se poate admite că rezultatele obținute prin aplicarea celor 3 algoritmi prezentați în secțiunea 2, sem-

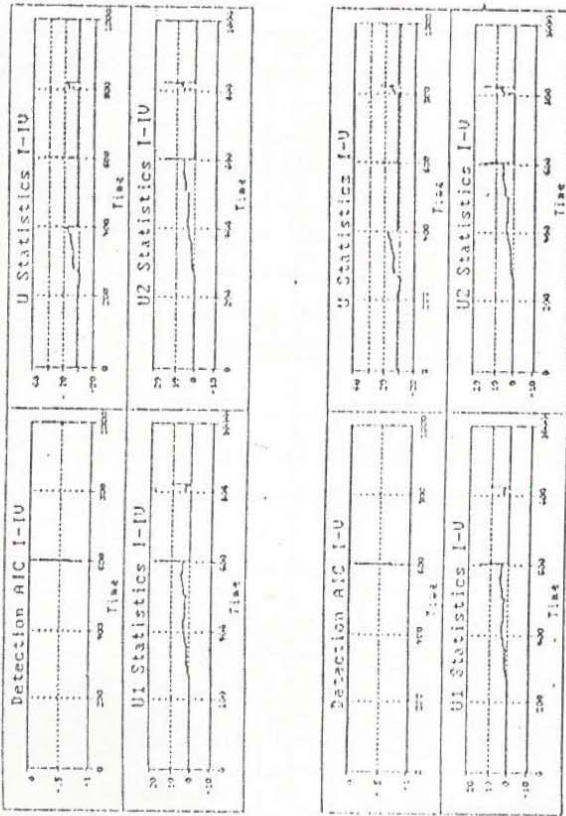


Fig.7c,d. Rezultatele detecției în cazul tranzițiilor I-IV, I-V

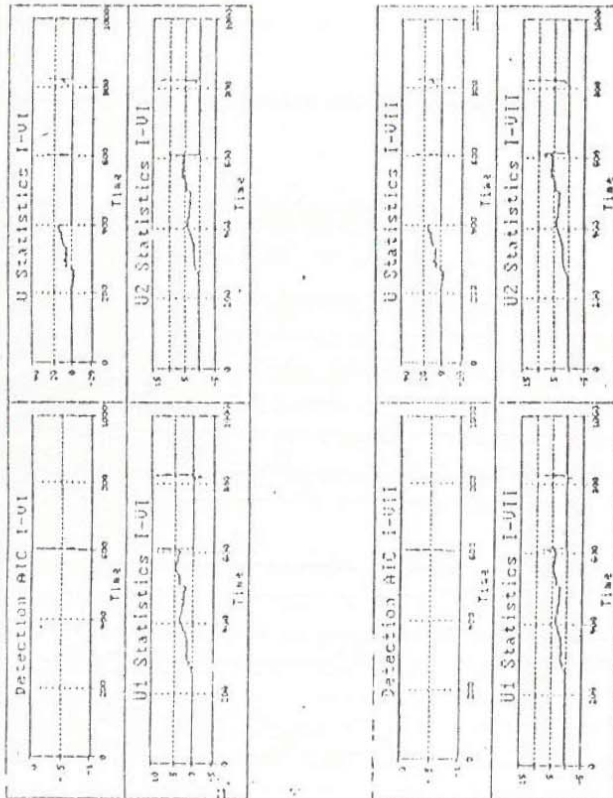


Fig.7e,f. Rezultatele detecției în cazul tranzițiilor I-VI, I-VII

nalelor sintetice analizate sînt în concordanță. Merită, totuși, menționat faptul că o concordanță deplină între rezultate nu poate fi obținută, datorită utilizării unor ferestre de date diferite în cadrul acestor algoritmi.

4. Concluzii

Prezenta lucrare tratează problema detecției secvențiale a schimbărilor bruște în caracteristicile spectrale ale semnalelor numerice. În acest cadru sînt prezentați 3 algoritmi de detecție care utilizează unul sau mai multe modele autoregresive.

Primul algoritm se bazează pe testarea secvenței inovațiilor unui model AR în raport cu ipoteza de zgomot alb de medie nulă.

Ideea prezentă în cel de al doilea algoritm constă în utilizarea a două modele AR: primul, un model global (sau pe termen lung) actualizat în mod recursiv, iar cel de al doilea, un model local (sau pe termen scurt) identificat într-o fereastră de date mobilă. Schimbările în caracteristicile semnalului sînt detectate în momentul în care o măsură corespunzătoare a "distanței" dintre aceste două modele depășește o valoare limită. În acest scop, se pot folosi următoarele măsuri pentru "distanța" dintre cele două modele: "distanța" cepstrală, raportul de verosimilitate logaritmice și divergența Kullback. Pentru o mai bună estimare a momentului schimbării caracteristicilor semnalului se poate face apel și la testul Hinkley.

Ultimul algoritm se bazează pe evaluarea criteriului AIC, ca o măsură a "distanței" dintre un model global AR și o combinație a două modele AR, identificate pentru setul de date utilizat pentru determinarea modelului global.

Algoritmii prezentați au fost utilizați în cadrul unui studiu de caz pentru 6 tipuri de tranziții, rezultate în urma simulării unor procese AR de ordinul 3, excitate de un semnal gaussian (0,1). Rezultatele prezentate în acest studiu de caz, precum și alte rezultate obținute în urma analizei unor semnale reale sau simulate sînt promițătoare. Potențial, există posibilități de aplicare a tehnicilor de detecție prezentate în analiza unor fenomene aerodinamice, meteorologice, seismice, de vibrații, sau date econometrice, caracterizate de variația în timp a caracteristicilor spectrale.

Bibliografie

1. WILLSKY, A. S.: *A survey of design methods for failure detection in dynamic systems*. Automatica, 12, 1976, 601-611.
2. [2] Himmelblau, D. M.: *Fault Detection and Diagnosis in Chemical and Petrochemical Systems*. Elsevier, Amsterdam, 1978.
3. MIRONOVSKI, L. A.: *Functional Diagnosis of Dynamic Systems - A Survey, Automation and Remote Control*, 41, 1980, 1122-1143.

4. PAU, L. F.: *Failure Diagnosis and Performance Monitoring*, Marcel Dekker, Inc., New York, 1981.
5. BASSEVILLE, M.: *Contribution à la détection séquentielle de ruptures de modèles statistiques*, Thèse d'Etat, Univ. Rennes I, 1982.
6. BASSEVILLE, M.: *Detecting Change in Signals and Systems*, Rapport de Recherche No. 658, Institute National de Recherche en Informatique et en Automatique, Rennes, 1987.
7. ISERMANN, R.: *Process Fault Detection Based on Modelling and Estimation Methods - A Survey*. Automatica, 20, 1984, 677-688.
8. BASSEVILLE, M., BENVENISTE, A. (Eds.) *Detection of Abrupt Changes in Signals and Dynamical Systems*, LNCIS No. 77, Springer Verlag, Berlin, 1986.
9. BASSEVILLE, M., BENVENISTE, A.: *Sequential Detection of Abrupt Changes in Spectral Characteristics of Digital Signals*, IEEE Trans. on Inf. Th., 29, 1983, 709-724.
10. ISAKSSON, A., WENNBERG, A., ZETTERBERG, L. H.: "Computer Analysis of EEG Signals with Parametric Models" Proc. IEEE, 69, 1981, 451-461.
11. TUGNAIT, J. K.: *Detection and Estimation for Abruptly Changing Systems*, Proc. 20th IEEE Conf. on Decision and Control, 1981, 1357-1362.
12. GRENIER, Y.: *Modélisation des signaux et mesures de distance/distorsion entre signaux: application à la reconnaissance de la parole*, Proc. of the Workshop on Fast Algorithms for Linear Dynamical Systems, Aussois, France, 1981.
13. HALL, M., OPPENHEIM, A. V., WILLSKY, A. S.: *Time-varying Parametric Modelling of Speech*. Proc. IEEE Conf. on Decision and Control, New Orleans, 1977, 1085-1091.
14. BASSEVILLE, M., BENVENISTE, A.: *Design and Comparative Study of some Sequential Jump Detection Algorithms for Digital Signals*, IEEE Trans. on A.S.S.P., 31, 1983, 521-534.
15. WILLSKY, A. S., JONES, H. L.: *A Generalized Likelihood Ratio Approach to State Estimation in Linear Systems Subject to Abrupt Changes*, Proc. 13th IEEE Conf. on Decision and Control, 1974, 846-853.
16. WILLSKY, A. S., JONES H. L.: *A Generalized Likelihood Approach to the Detection and Estimation of Jumps in Linear Systems*, IEEE Tran. on A.C., AC-21, 1976, 108-112.
17. POPESCU, TII. D., DEMETRIU, S.: *Analysis and Simulation of Strong Earthquake Ground Motions Using ARMA Models*, Automatica, 24, 4, 1990.
18. DICKINSON, B. W. *Properties and Application of Gaussian Autoregressive Processes in Detection Theory*, IEEE Trans. on I.T., 27, 1981, 343-347.
19. JONES, R. H., CROWELL, D. H., KAPUNIAI, L. E.: *Change Detection Model for Serially Correlated Multivariate Data*, Biometrics, 20, 1970, 269-280.
20. BORODKIN, L. I., MOTTL, V. V.: *Algorithm for Finding the Jump Times of Random Process Equation Parameters*, Avtomatika i Telemekhanika, 37, 1976, 23-32.
21. SANDERSON, A. C., SEGEN, J., RICHEY, E.: *Hierarchical Modelling of EEG Signals*, IEEE Trans. on P.A.M.I., 5, 1980, 405-414.
22. GRAY, A. H., MARKEL, J. D.: *Distance Measures for Speech Processing*, IEEE Trans. on A.S.S.P., 5, 1976, 380-391.
23. SEGEN, J., SANDERSON, A. C.: *Detecting Changes in a Time Series*, IEEE Trans. on I.T., 2, 1980, 249-255.
24. KITAGAWA, G., AKAIKE, H.: *A Procedure for the Modelling of Nonstationary Time Series*, Ann. Inst. Statist. Math., 30, B, 19.
25. OZAKI, T., TONG, H.: *On the Fitting of Nonstationary Autoregressive Models in Time Series Analysis*, Proc. of the 8th Hawaii International Conference on System Science, Western Periodical Company, 1975.
26. POPESCU, TII. D., DEMETRIU, S.: *Detecting Changes in Statistical Models with Application to Seismic Signal Processing*, Proc. XIth IFAC Congress, Tallin, 1990.
27. SHIBATA, R.: *Selection of the Order of an Autoregressive Model by Akaike's Information Criterion*, Biometrika, 63, 117-126.
28. *Digitized Data of Strong Motion Earthquake Accelerograms in Romania*, March 4, 1977, Building Research Institute, Tokyo, 1977.
29. TERTISCO, M., STOICA, P., POPESCU, TII. D.: *Modelarea și predicția seriilor de timp*, Editura Academiei, București, 1985.
30. THORNTON, L., BIERMAN, G. J.: *Filtering and Error Analysis Via the UDUT Covariance Factorization*, IEEE Trans Aut. Contr., AC-23, 1978, 901-907.
31. MAKHOUL, J.: *Stable and Efficient Lattice Methods for Linear Prediction*, IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing, ASSP - 25, 5, 1977, 423-428.
32. MARKEL, J. D., GRAY, A. H.: *Linear Prediction of Speech*, Springer Verlag, Berlin, 1976.