SISTEMELE CU EVENIMENTE DISCRETE - DOMENIU DE PERSPECTIVĂ AL AUTOMATICII MODERNE

Prof.dr.ing. Sergiu Călin

InstitutulPolitehnicBucureşti

Rezumat

Lucrarea evidenţiază perspectivele importante pe care le deschide pentru automatică abordarea domeniului sistemelor cu evenimente discrete (SED), care necesită metode specifice de modelare şi calcul. Sînt prezentate două dintre categoriile de metode cu utilizare mai largă în acest domeniu - care se află în curs de constituire - metodele grafurilor bipartite cu marcaje dinamice şi metodele bazate pe algebra "max" (algebra dioizilor), fiind subliniate anumite similitudini cu ecuaţiile de stare utilizate pentru sistemele dinamice eşantionate.

1. Sistemele cu evenimente discrete

Sistemele cu evenimente discrete (SED) constituie un domeniu relativ recent al automaticii şi în prezent teoria acestor sisteme este pe cale de constituire. Apariţia teoriei a fost impulsionată de introducerea în practica industrială a SED - de exemplu, prin sistemele flexibile de fabricaţie (SFF), categorie reprezentativă pentru SED - unii autori afirmînd că în cazul SFF "a fost pusă căruţa înaintea cailor", în sensul că implementări industriale au avut loc înainte de elaborarea unei teorii adecvate. Situaţii oarecum similare au apărut de multe ori. În fond, Newton a introdus noţiunea de "mărime variabilă" şi a folosit descrierea matematică a unor fenomene prin ecuaţii diferenţiale (fondînd disciplina analizei matematice) atunci cînd şi-a fixat ca obiectiv studiul mişcării planetelor. Este drept că această mişcare există în natură, în timp ce SFF sînt create de om, dar această deosebire nu este esenţială pentru raporturile teorie-realitate practică.

Pînă la apariţia teoriei SED (şi a noţiunii de SED) în automatică au fost tratate cele două categorii clasice de sisteme: sistemele continue, cu variabila timp considerată continuă şi sistemele discrete, considerate că evoluează în timp discret, obţinut prin eşantionarea timpului continuu; pentru a evita folosirea termenului discret, care intervine şi în denumirea SED, cele două categorii pot fi denumite sisteme continue şi sisteme eşantionate. În cazul sistemelor eşantionate fracţionarea timpului are loc în momentele dinainte stabilite, corespunde prezenţei unui ceas central unic şi este independentă de evoluţia internă a sistemului.

SED sînt caracterizate de faptul că în momente care nu sînt cunoscute dinainte au loc schimbări majore,calitative ale stării sistemului, determinate de apariţia unor evenimente, de exemplu încărcarea unei maşini unelte, începutul prelucrării, încheierea prelucrării, recepţionarea unui mesaj în sistemele de calcul, punerea unui semafor etc. În asemenea condiţii, pentru descrierea matematică a evoluţiei sistemului nu mai sînt potrivite ecuaţiile diferenţiale sau cu diferenţe, ci apare mai indicată introducerea unor variabile de tip logic sau folosirea unor metode simbolice, ambele variante fiind în prezent utilizate în teoria SED. Se constată că evenimentele apărute realizează de fapt o fracţionare a timpului, care însă nu mai este prestabilită, ci este determinată de evoluţia internă a sistemului (uneori şi de anumiţi factori externi, cum ar fi de exemplu disponibilitatea sau indisponibilitatea unui nou semifabricat).

În SED sînt puse în evidenţă o serie de particularităţi importante, printre care se disting în special asincronismul şi concurenţa (termen folosit pentru paralelismul în timp). Asincronismul a rezultat din considerentele făcute anterior, iar concurenţa intervine datorită complexităţii SED, în mod necesar un număr important de activităţi desfăşurîndu-se în paralel.

2. Metode de modelare şi calcul pentru SED

Căutarea unor metode adecvate de modelare pentru SED a constituit şi constituie o preocupare importantă a specialiştilor, avînd în vedere ineficienţa utilizării ecuaţiilor diferenţiale şi cu diferenţe. Pînă în prezent nu s-a conturat o metodă unanim acceptată de modelare, dar sînt acordate anumite priorităţi.

Astfel, apar ca avantajoase metodele tranziţionale, bazate pe folosirea grafurilor bipartite cu marcaje dinamice, cum sînt reţelele Petri (RP) şi reţelele Grafcet (RG) [1]. Se remarcă la RP posibilitatea de trecere simplă de la graf la expresii algebrice, ceea ce permite efectuarea operaţiilor de analiză şi optimizare a SED.

Dintre metodele simbolice se disting cele bazate pe utilizarea metodologiei limbajelor formale, fiecărui eveniment posibil fiindu-i ataşat un simbol. Aceste metode, ca şi cele bazate pe logica matematică şi pe analiza perturbaţională, au căpătat deocamdată numai o utilizare restrînsă la SED extrem de simple.

Mai mult succes au avut şi au metodele de modelare folosind algebre minimax [2,3] aplicate în special la analiza şi optimizarea SFF. Aceste algebre permit obţinerea unor modele evasiliniare pentru SED, ceea ce constituie un avantaj important.

În secţiunea următoare sînt puse în evidenţă anumite similitudini dintre ecuaţiile de stare ale sistemelor eşantionate, pe de o parte, şi ecuaţiile algebrice asociate reţelelor Petri şi cele obţinute prin folosirea unei algebre de tip "max", pe de altă parte.

3. Similitudini ale ecuaţiilor de stare ale sistemelor eşantionate cu ecuaţiile asociate RP şi cu cele obţinute prin algebra "max"

Un sistem dinamic eşantionat este descris de ecuaţia de stare cunoscută

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \qquad (1)$$

În cazul unui SED modelat printr-o RP evoluţia marcajelor este definită de o relaţie de forma [1]

$$M_{k+1} = M_k + col_{t_j}C, \qquad (2)$$

unde M_k, M_{k+1} sînt vectorii n-dimensionali pentru două marcaje succesive, schimbarea fiind determinată de executarea tranziţiei t_j; C^{nxm}- matricea de incidenţă, care transpune algebric structura RP, cu n poziţii şi m tranziţii.

Întrucît un marcaj al RP corespunde unei stări a SED, expresia (2) poate fi considerată ca o ecuaţie a evoluţiei stărilor în SED. Pentru condiţii mai bune de comparaţie între (1) şi (2) se poate scrie

$$col_{t_j}C = Cv_k \qquad (3)$$

unde v_k este un vector cu m componente, cu un singur element cu valoarea 1 (pe poziţia corespunzătoare înmulţirii cu coloana t_j din C) şi cu toate celelalte elemente nule.

Introducînd (3) în (2) se obţine

$$M_{k+1} = M_k + Cv_k \qquad (4)$$

şi comparînd ecuaţiile (1) şi (4) se constată următoarele:

a) În (1) intervine timpul eşantionat (întrucît $x_k \equiv x$ [KT], T fiind perioada de eşantionare), iar în (4) nu intervine timpul, ci numai succesiunea marcajelor (stărilor), independent de momentele apariţiei evenimentelor care determină schimbările stărilor; relaţia (4) exprimă deci transformările din SED.

b) Făcînd ipoteza că în (4) schimbările marcajelor ar avea loc la momente echidistante, din (1) şi (4) rezultă că marcajul M_k corespunde stării x_k, vectorul v_k corespunde comenzii u_k, matricea C corespunde matricii de intrare B, iar matricii A din (1) îi corespunde în (4) matricea unitate I. În aceste condiţii ar rezulta

$$\det(zI-A) = \det(zI-I) = (z-1)^n \qquad (5)$$

ceea ce indică faptul că sistemul modelat de RP este de tip pur integrator.

Schimbările marcajelor avînd loc la momente care nu sînt echidistante, sistemul modelat cumulează transformările determinate de comenzi, respectiv de evenimentele care sînt modelate prin executările tranziţiilor.

Pornind de la corespondenţele dintre C şi B şi dintre A şi I, matricea de controlabilitate - în ipoteza schimbării marcajelor la momente echidistante -, are un aspect de forma

$$Q = [C\ C \dots C] \qquad (6)$$

şi în [4] este indicat faptul că un SED modelat printr-o RP poate fi controlabil chiar dacă Q nu are rang maxim, spre deosebire de sistemele dinamice eşantionate modelate prin (1).

Pentru a ilustra similitudinile dintre ecuaţiile de stare ale sistemelor eşantionate şi ecuaţiile obţinute prin algebre minimax se consideră relaţiile stabilite în [3] pentru un SFF cu mai multe maşini unelte relaţii de forma

$$x_k = \max\left[\max_{j\in\Gamma^{-1}(k)} (x_j + t_{jk}),\ \max_{r\in R^0(k)} u_r\right] \qquad (7)$$

unde: x_k este cel mai timpuriu moment asigurat pentru începerea unei activităţi a_k, precedată de activităţile a_j, cu momentele cele mai timpurii de începere x_j (mulţimea tuturor activităţilor din SFF are N elemente); $\Gamma^{-1}(k)$ este mulţimea activităţilor precedente pentru activitatea a_k, condiţionînd începerea acesteia; t_{jk} este intervalul de timp reprezentat de suma dintre durata activităţii a_j şi timpul necesar pentru trecerea de la a_j la a_k; u_r este momentul în care o resursă r - maşină unealtă, semifabricat etc. - devine disponibilă pentru prima sa activitate (numărul total al resurselor este R); $R^0(k)$ este mulţimea resurselor pentru care a_k reprezintă prima activitate.

Introducînd matricea A^{NxN} cu elemente t_{jk} sau $-\infty$ ($-\infty$ cînd activităţile a_j şi a_k nu au restricţii de precedenţă) şi matricea B^{RxN} cu elemente 0 sau $-\infty$ ($-\infty$ cînd a_k nu este prima activitate a resursei r), vectorii $X = [x_1, x_2, \dots, x_N]$ şi $U = [u_1, u_2, \dots, u_R]$, precum şi simbolurile $\otimes$ (pentru produs generalizat, reprezentat de adunare) şi $\oplus$ (pentru sumă generalizată, reprezentată de operaţia de alegere a valorii maxime), relaţiile (7) capătă în algebra "max" forma pseudoliniară

$$X = (X \otimes A) \oplus (U \otimes B) \qquad (8)$$

care constituie un model al SFF şi în general al SED.

Mulţimea numerelor reale extinsă cu $-\infty$ ($-\infty$ fiind element de absorbţie pentru operaţia $\otimes$ şi element neutru pentru operaţia $\oplus$), împreună cu operaţiile $\oplus$, $\otimes$ (pentru operaţia $\otimes$ elementul neutru este 0) formează structura algebrică denumită dioid: semiinel cu element de absorbţie.

Se constată aspectele similare dintre ecuaţia de stare (1) a sistemelor eşantionate şi ecuaţia (8) în algebra "max".

Soluţia unică a ecuaţiei (8) are expresia

$$X = U \otimes B \otimes A^*, \qquad (9)$$

unde

$$A^* = E \otimes A \otimes A^2 \otimes ... \otimes A^{N-1} \quad (10)$$

în care E este o matrice de tip identitate:

$$E = \begin{bmatrix} 0 & & -\infty \\ & 0 & \\ -\infty & & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Matricea E are astfel pe diagonala principală elementul neutru pentru operația $\otimes$, restul elementelor fiind $-\infty$, respectiv elementul neutru pentru operația $\oplus$, după cum matricea unitate I din algebra obișnuită are pe diagonala principală 1 (element neutru la înmulțire), restul elementelor fiind 0 (element neutru la adunare). Din (11) rezultă că pentru o matrice oarecare W se obține

$$E \otimes W = W \otimes E = W, \quad (12)$$

dar în cazul general nu este posibilă găsirea unei inverse formale W^{-1} care să asigure egalitatea

$$W \otimes W^{-1} = W^{-1} \otimes W = E \quad (13)$$

În cazul în care W este diagonală (cu elemente nediagonale $-\infty$), atunci se poate obține W^{-1} în algebra "max". Astfel, de exemplu, pentru

$$W = \begin{bmatrix} a & -\infty \\ -\infty & b \end{bmatrix} \quad (14)$$

și cu notația

$$W^{-1} = \begin{bmatrix} p & s \\ v & z \end{bmatrix} \quad (15)$$

din (11), (13), (14), (15) rezultă

$$W^{-1} = \begin{bmatrix} -a & -\infty \\ -\infty & -b \end{bmatrix} \quad (16)$$

deci în algebra "max" inversa formală W^{-1} a unei matrici diagonale W este tot o matrice diagonală, avînd pe diagonala principală elemente egale cu opusele (în raport cu operația $\otimes$) elementelor de pe diagonala principală a matricii W, ceea ce prezintă similitudini cu inversarea unei matrici diagonale în algebra obișnuită. Algebrele minimax permit nu numai modelarea și analiza SED, ci și optimizarea funcționării lor în sensul creșterii eficienței [3].

4. Concluzii

Sistemele cu evenimente discrete constituie un domeniu recent atașat automaticii moderne și ele necesită metode specifice de modelare, analiză, proiectare și optimizare. Importanța SED rezidă în faptul că răspund necesității de elaborare a unor metode de calcul pentru categorii esențiale de ansambluri complexe de echipamente care intervin în practica industrială și economică actuală, cum sînt sistemele de fabricație și sistemele de calcul.

Prin metodologiile deosebite la care apelează pentru descriere și formalizare sistemele cu evenimente discrete deschid noi și remarcabile perspective pentru introducerea unor rezultate importante ale cercetării științifice în arsenalul automaticii și pentru rezolvarea unor problematici esențiale ale progresului tehnic și economic.

Bibliografie

1. CĂLIN, S., POPESCU, TH., JORA, B., SIMA, V. *Conducerea adaptivă și flexibilă a proceselor industriale*, Ed. Tehnică, București, 1988.
2. CUNINGHAME-GREEN, R.A. *Minimax Algebra*, LNEMS vol. 166, Springer-Verlag, Berlin, 1979.
3. COHEN, G., DUBOIS, D., QUADRAT, J.P., VIOT, M. *A linear-system-theoretic view of discrete-event processes and its use for performance evaluation in manufacturing*, IEEE Trans. Aut. Contr. AC-30, No.3, 1985.
4. CĂLIN, S. *Teoria transformărilor - componentă a automaticii moderne*, Al V-lea Simpozion Național de Teoria Sistemelor, vol.I, Craiova, 1988.