STABILITATEA ROBUSTĂ A SISTEMELOR LINIARE

Prof. dr. ing. Mihai Tertişco, prof. dr. ing. Călin Soare

InstitutulPolitehnicBucureşti

Rezumat:

În lucrare sînt prezentate unele rezultate recente în domeniul stabilităţii robuste a sistemelor liniare continue şi discrete. Publicarea acestui articol a fost determinată de intensitatea mare a cercetărilor în prezent şi ritmul alert de creştere a numărului de publicaţii în acest domeniu pe plan mondial.

1. Stabilitatea robustă a sistemelor liniare continue

1.1. Criterii algebrice de stabilitate robustă

În conferinţa sa [1] din 26 mai 1991, la Asociaţia Oamenilor de Ştiinţă din Bucureşti, cunoscutul om de ştiinţă Ia.Z. Tzâpkin a prezentat stadiul actual al teoriei sistemelor robuste şi relansarea acestei teorii, provocată de senzaţionalul articol a lui Kharitonov, [2] (publicat în 1978). Acest tînăr matematician a trimis spre publicare articolul respectiv la o revistă din provincie, dar a fost respins în 1977 ca lipsit de interes. Articolul a fost totuşi publicat în anul următor. În acest articol, este demonstrată teorema "slabă" a lui Kharitonov. Aceasta stabileşte condiţia necesară şi suficientă ca să fie hurwitziene toate polinoamele din familia:

$$p(s,a) = a_0+a_1s+...+a_ns^n\ ;\ a = [a_0\,, a_1...a_n\,]^T \qquad (1)$$

în care coeficienţii sînt mutual independenţi şi aparţin unei mulţimi $A \subset R^{n+1}$ situată în semispaţiul $a_n>0$, adică valorile coeficienţilor aparţin unui domeniu A de formă hiperparalelipipedică

$$\underline{a}_i \le a_i \le \overline{a}_i \qquad (2)$$

(reprezentat în R^2 şi R^3 în figura 1 şi figura 2).
Rezultatul teoremei "slabe" a lui Kharitonov este că, din întreaga familie, numai 16 polinoame $p_1(s, \overline{a}_i, a_i)$... $p_{16}(s, \overline{a}_i, \underline{a}_i)$ să fie hurwitziene.
În 1979 este publicată teorema "tare" a lui Kharitonov [3] care arată că, pentru ca (1) să fie hurwitzian, este necesar şi suficient ca numai **patru** polinoame să fie hurwitziene. Polinoamele lui Kharitonov sînt:

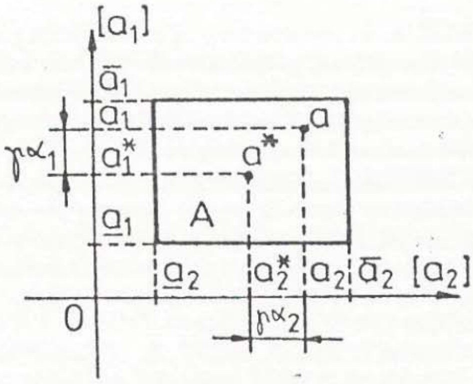

Fig. 1

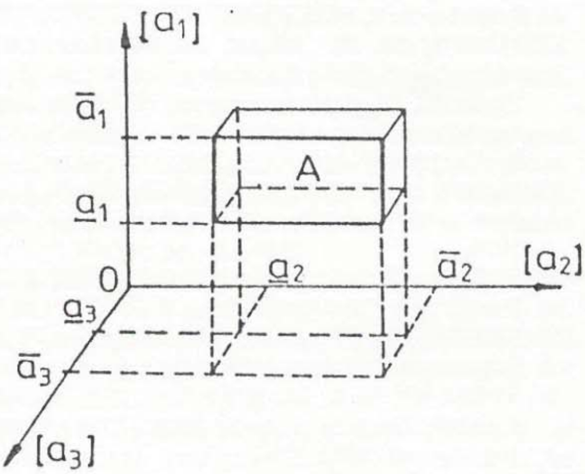

Fig. 2

$$p_1(s) = \underline{a}_0+\underline{a}_1s+\overline{a}_2s^2+\overline{a}_3s^3+\underline{a}_4s^4+\underline{a}_5s^5+... \qquad (3)$$
$$p_2(s) = \underline{a}_0+\overline{a}_1s+\overline{a}_2s^2+\underline{a}_3s^3+\underline{a}_4s^4+\overline{a}_5s^5+...$$
$$p_3(s) = \overline{a}_0+\overline{a}_1s+\underline{a}_2s^2+\underline{a}_3s^3+\overline{a}_4s^4+\overline{a}_5s^5+...$$
$$p_4(s) = \overline{a}_0+\underline{a}_1s+\underline{a}_2s^2+\overline{a}_3s^3+\overline{a}_4s^4+\underline{a}_5s^5+...$$

Rezultă că, pentru ca zerourile întregii familii (1) să fie situate în semiplanul stîng al planului complex, este suficient ca numai sistemele aferente anumitor patru colţuri (din cele 2^{n+1} colţuri) ale poliedrului (2) să aibă zerourile plasate în semiplanul stîng al planului complex.

1.2. Criterii frecvenţiale de stabilitate robustă

Evident, se poate folosi pentru fiecare din polinoamele (3) criteriul Mihailov sau Cremer-Leonard [4] , care cer: pentru ca un polinom $p_i(s)$ de grad n să fie hurwitzian, trebuie ca hodograful $p_i(j\omega)$, (variind ω între 0 și ∞) să parcurgă n cadrane în planul (u, v) în ordinea I, II, III, IV, I, II,... .

a) Abordarea frecvențială a teoremei Kharitonov [5, 6]
Presupunem că polinomul caracteristic cu parametri neperturbați,

$$a^* = \left[a_0^*, a_1^*, ..., a_n^*\right]^T \tag{3.1}$$

este hurwitzian și că variațiile parametrilor polinomului (1) sînt de tip "bandă":

$$\underline{a}_i \leq a_i \leq \overline{a}_i \tag{3.2}$$

În acest caz, fixînd pulsația la o valoare $\omega \geq 0$ și variind parametrii a_i, obținem o mulțime de valori $Q(\omega)$:

$$p(j\omega) = (j\omega - s_1(a))(j\omega - s_2(a))...(j\omega - s_n(a))$$

$$= U(\omega) + jV(\omega)$$

$$U(\omega) = a_0 - a_2\omega^2 + a_4\omega^4 - ... \tag{4}$$

$$V(\omega) = a_1\omega - a_3\omega^3 + a_5\omega^5 - ...$$

în care $p(j\omega) \in Q(\omega)$ iar $s_i(a)$ sînt rădăcinile polinomului caracteristic (1).
În planul (U, V), conturul acestei mulțimi Q este un dreptunghi, deoarece există $\underline{V}(\omega)$, $\overline{V}(\omega)$ și $\overline{U}(\omega)$, $\underline{U}(\omega)$ corespunzătoare mulțimilor de valori $\overline{a}_i$ și $\underline{a}_i$ din A:

$$\underline{U}(\omega) \leq U(\omega) \leq \bar{U}(\omega)$$
$$\underline{V}(\omega) \leq V(\omega) \leq \bar{V}(\omega) \tag{5}$$

în care, conform (4) (fig.3):

$$\underline{U}(\omega) = \underline{a}_0 - \overline{a}_2\,\omega^2 + \underline{a}_4\,\omega^4 - ... \tag{6}$$
$$\bar{U}(\omega) = \overline{a}_0 - \underline{a}_2\,(\omega^2) + \overline{a}_4\,(\omega^4) - ...$$
$$\underline{V}(\omega) = \underline{a}_1\,\omega - \overline{a}_3\,\omega^3 + \underline{a}_5\,\omega^5 - ...$$
$$\underline{V}(\omega) = \underline{a}_1\,\omega - \overline{a}_3\,\omega^3 + \underline{a}_5\,\omega^5 - ...$$

Gradul tuturor polinoamelor din familia (1), (2) este n, deoarece $a_n > 0$. Întrucît rădăcinile $s_i(a)$ trec de la polinomul stabil $p^*(j\omega)$ neperturbat la un polinom perturbat $p(j\omega)$ instabil, aceasta presupune intersectarea de către o rădăcină a axei imaginare ($s_i(a) = \pm j\omega$) cînd (4) devine $p(j\omega) = 0$. Deci, *pentru ca familia (1), (2) de polinoame să fie stabilă, trebuie ca $p^*(s)$ să fie stabil și ca:*

$$O \notin Q(\omega) \tag{7}$$

În condițiile (7), construind domeniile (5) pentru toate valorile $0 \leq \omega \leq \infty$, colțurile dreptunghiului din figura 3 evoluează după hodografele lui Mihailov. Fiecare din colțurile dreptunghiului corespunde unuia din polinoamele Kharitonov (3): $p_1(s)$ - colțul ($\underline{U}$, $\underline{V}$), $p_2(s)$ - colțul ($\underline{U}$, $\overline{V}$), $p_3(s)$ - colțul ($\overline{U}$, $\overline{V}$) și $p_4(s)$ - colțul ($\overline{U}$, $\underline{V}$) ca în figura 3 și, ca atare, pentru ca familia (1) de polinoame să fie stabilă trebuie ca cele patru hodografe Mihailov să fie stabile.

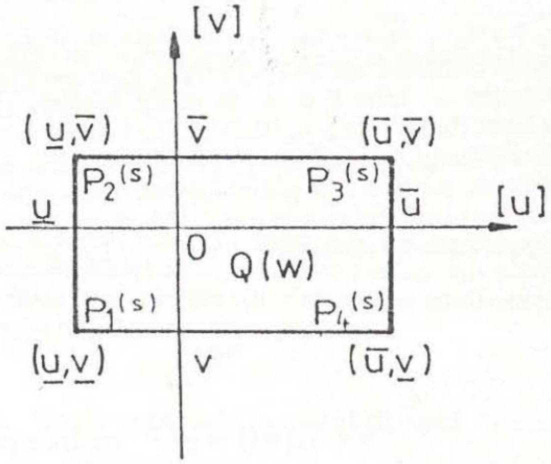

Fig. 3

b) *Criteriul Poleak - Tzâpkin (P/Tz) de stabilitate robustă*
În lucrarea [6] sînt prezentate patru criterii frecvențiale echivalente pentru stabilitatea robustă. În continuare, este prezentat cel mai interesant criteriu din punct de vedere practic.
În abordarea frecvențială a stabilității robuste, în [6] sînt introduse restricțiile (2) într-o formă mai generală (fig.1):

$$|\, a_i - a_i^* \,| \leq \gamma\alpha_i \qquad i = 0, 1, ..., n \tag{8}$$

în care a_i^* - valorile nominale ale polinomului neperturbat; γ - amplitudinea perturbațiilor pe coeficienți ($\gamma > 0$), iar α_i sînt coeficienți de scară ai perturbațiilor pentru fiecare parametru.
În formularea (2) avem $\alpha_i = (\overline{a}_i - \underline{a}_i)/2$ și $\gamma = 1$. Scopul aplicării criteriului frecvențial P/Tz de stabilitate robustă este să se determine amplitudinea maximă γ_{max} a perturbației parametrice pentru care mai poate fi garantată stabilitatea robustă.
În acest scop, se construiesc polinoamele:

$$U^*(\omega) = a_0^* - a_2^*\,\omega^2 + a_4^*\,\omega^4 - ... \tag{9}$$

$$\frac{V^*(\omega)}{\omega} = \widetilde{V}^*(\omega) = a_1^* - a_3^*\omega^2 + a_5^*\omega^4 - ...$$

$$S(\omega) = \alpha_0 + \alpha_2\omega^2 + \alpha_4\omega^4 + ...$$

$$T(\omega) = \alpha_1 + \alpha_3\omega^2 + \alpha_5\omega^4 + ...$$

și se introduc expresiile:

$$x(\omega) = \frac{U^*(\omega)}{S(\omega)} \text{ , respectiv } y(\omega) = \frac{\widetilde{V}^*(\omega)}{T(\omega)} \quad (10)$$

Formularea criteriului P/Tz. Pentru stabilitatea robustă, în condițiile (8), este necesar și suficient ca $a_n^* > \gamma \alpha_n$, $a_0^* > \gamma \alpha_0$, iar hodograful, descris de vîrful fazorului $z(\omega)=x(\omega)+jy(\omega)$ prin modificarea pulsației ω între 0 și ∞, să treacă succesiv prin n cadrane (în ordinea I, II, III, IV, I, II,...) fără să intersecteze pătratul $(\pm\gamma, \pm\gamma)$ cu centrul în origine. Astfel, valoarea maximă a amplitudinii γ se obține prin construirea pătratului maxim înscris în hodograful $z(\omega)$ sau din perechea de restricții:

$$\gamma < x(0) = \frac{a_0^*}{\alpha_0} \quad ;$$

$$\gamma < |x(\infty)| = \frac{a_n^*}{\alpha_n} \quad \text{pentru n par și}$$

$$\gamma < |y(\infty)| = \frac{a_n^*}{\alpha_n} \quad \text{pentru n impar.} \quad (10.1)$$

Se observă că aici totul este normat (adimensional), atît hodograful P/Tz cît și banda de variație a parametrilor,

$$\gamma = \frac{|a_0^* - a_0|}{\alpha_0} = \frac{|a_1^* - a_1|}{\alpha_1} = \ldots\ldots \quad (10.2)$$

În figura 4 este prezentat exemplul [6] al hodografului P/Tz pentru polinomul caracteristic n=6:

$$a^* = (433{,}5\ 667{,}25\ 502{,}72\ 251{,}25\ 80{,}25\ 14{,}0\ 1{,}0)$$
$$\alpha = (43{,}35\ 33{,}36\ 25{,}137\ 15{,}075\ 5{,}6175\ 1{,}4\ 1{,}0) \quad (10.3)$$

Pentru acest caz, rezultă $\gamma_{max}=1,20$.

În raport cu aplicarea directă a teoremei Kharitonov, criteriul frecvențial de stabilitate robustă prezintă următoarele avantaje:

- Se construiește un singur hodograf în loc de patru;
- Se determină ușor amplitudinea maximă a perturbației parametrice γ_{max};
- Hodograful $z(\omega)$ are capetele finite și poate fi ușor scalat, spre deosebire de hodograful Mihailov care este dificil de scalat deoarece $p(\infty)=\infty$.

c) *Criteriul frecvențial de stabilitate robustă în cazul restricțiilor eliptice*

În unele cazuri, parametrii nu se pot modifica independent, ci există anumite restricții comune asupra tuturor parametrilor. Un caz ar putea fi cel al restricțiilor eliptice:

$$\sum_{i=0}^{n} \frac{(a_i - a_i^*)^2}{\alpha_i^2} \le \gamma^2 \quad (11)$$

în care semnificația notațiilor este aceeași ca mai sus. Este clar că, deoarece pentru (11) este valabilă inegalitatea $|a_i - a_i^*| \le \gamma \alpha_i$, orice i, se poate aplica criteriul de stabilitate de mai sus. Pe o asemenea cale rezultă doar condițiile suficiente ale stabilității robuste. Condițiile necesare și suficiente, similare cu cele de mai sus, au următoarea formă. Fie $U^*(\omega)$ și $\widetilde{V}^*(\omega)$ cele din (9) iar:

$$S(\omega) = (\alpha_0^2 + \alpha_2^2\omega^4 + \alpha_4^2\omega^8 + \ldots)^{1/2}$$
$$T(\omega) = (\alpha_0^2 + \alpha_2^2\omega^4 + \alpha_4^2\omega^8 + \ldots)^{1/2} \quad (12)$$

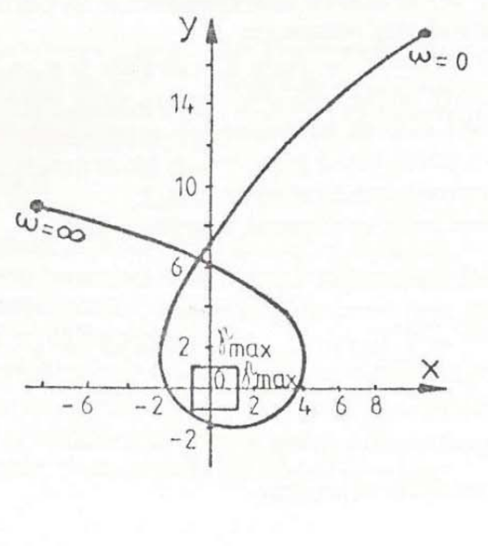

Fig. 4

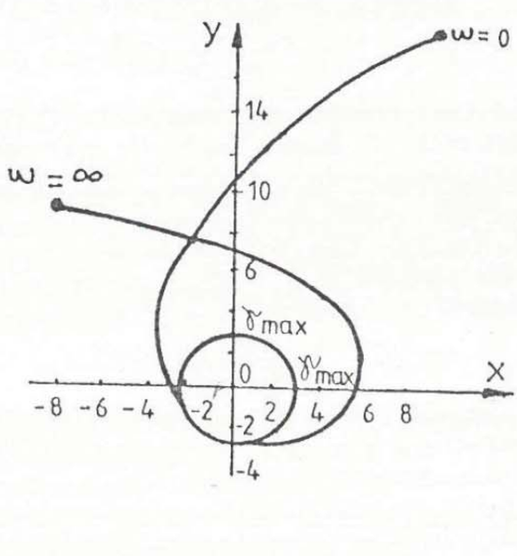

Fig. 5

Criteriul stabilităţii robuste pentru restricţii eliptice, demonstrat în [6], prevede că, pentru stabilitate robustă în condiţiile (11), este necesar şi suficient ca $a_n^* > \gamma \alpha_n$, $a_0^* > \gamma \alpha_0$, iar hodograful $z(\omega)=x(\omega)+jy(\omega)$ să parcurgă n cadrane (cînd ω se modifică între o şi ∞) şi să nu intersecteze cercul de rază γ cu centrul în origine. În figura 5 este dat hodograful în condiţiile eliptice şi cercul înscris în hodograf de raza maximă γ_{max} pentru exemplul anterior, dar cu restricţii eliptice.
Astfel, valoarea maximă a amplitudinii γ pentru care este asigurată stabilitatea robustă se determină, fie trasînd cercul înscris în hodograful $z(\omega)$, fie din condiţiile $\gamma < x(0)$, $\gamma < | x(\infty) |$, $\gamma < | y(\infty) |$. În exemplul de mai sus, $\gamma_{max}=2{,}70$ şi deci este mult mai mare decît în cazul restricţiilor paralelipipedice $\gamma_{max} =1{,}20$.
Tot aşa de importantă este problema stabilităţii robuste a sistemelor discrete, care nu admite soluţii de tipul teoremei Kharitonov.

2. Stabilitatea robustă a sistemelor discrete

2.1. Dificultăţile extensiei teoremei Kharitonov la cazul discret

După publicarea lucrărilor privind aplicabilitatea teoremelor Kharitonov privitoare la stabilizarea robustă a sistemelor continue, s-a crezut că extinderea acestor proceduri este simplă pentru cazul sistemelor discrete. Ulterior, s-a constatat că, deşi problematica poate fi abordată similar procedurilor Kharitonov, prelungirea teoremelor nu este posibilă într-o formă directă.
Pentru sistemele discrete, apelînd la metodele transformatei Z, problema stabilităţii sistemului se reduce la stabilirea condiţiilor în care polinomul în z(ecuaţia caracteristică):

$$S(z) = \sum_{k=0}^{n} a_{n-k} z^k \tag{13}$$

are rădăcinile situate în interiorul cercului de rază unitate $|z| < 1$.
Prima încercare, brutală, a fost de a prelua teoremele Kharitonov exact cum au fost formulate, dar aplicîndu-le unor polinoame în z, cu condiţia de locaţie mai sus amintită. S-a demonstrat că acest lucru este valabil pentru polinoame în Z de cel mult gradul 3, cu coeficientul puterii celei mai mari unitar [8,9]. Pentru polinoame de grad mai mare sau egal cu patru, teoremele nu mai pot fi extinse pentru cazul sistemelor discrete.

Observaţie:
Aplicarea directă a teoremelor Kharitonov pentru sisteme discrete este posibilă dacă, utilizînd o transformare de coordonate convenabilă, interiorul cercului de rază unitate din planul lui z va corespunde semiplanului stîng al planului variabilei de transformare.
Considerînd polinomul caracteristic în forma (13), introducem schimbarea de coordonate

$$z = \frac{1+w}{1-w} \tag{14}$$

Condiţia de stabilitate a sistemului se reduce la locaţia rădăcinilor ecuaţiei

$$S(w) = \sum_{k=0}^{n} a_{n-k} \left(\frac{1+w}{1-w}\right)^k = 0 \tag{15}$$

în semiplanul stîng. În acest caz, nu se pot aplica teoremele Kharitonov, deoarece coeficienţii ecuaţiei rezultate sînt combinaţii liniare ale coeficienţilor ecuaţiei iniţiale.

2.2. Unele rezultate în cazul discret

Un prim rezultat analog metodelor Kharitonov pentru sisteme discrete este prezentat în [10] .
Teorema 2.1 Fie clasa polinoamelor

$$S(z) = \sum_{i=0}^{n} a_{n-i} z^i \ , \ a_i \in [\, \underline{a}_i , \overline{a}_i \,] \tag{16}$$

astfel că, pentru oricare $i \neq n/2$, coeficienţi a_i şi a_{n-i} variază într-un domeniu dreptunghiular, ca în figura 6. În cazul în care n este par, coeficientul $a_{n/2}$ variază în ecartul $[\underline{a}_{n/2}, \overline{a}_{n/2}]$.
În aceste condiţii, polinoamele în familia S(z), generate prin restricţiile asupra coeficienţilor, vor fi stabile dacă vor fi stabile toate polinoamele cu coeficienţi fixaţi pe toate combinaţiile posibile de vîrfuri A_i, inclusiv punctele $[\underline{a}_{n/2}, \overline{a}_{n/2}]$ în cazul n par.
(Totalitatea vîrfurilor care generează familia de polinoame este 2^{n+1}).
Teorema prezentată este analogă teoremei Kharitonov din cazul continu.

Observaţie
Maniera de a restricţiona variaţia coeficienţilor (v. fig.6) este improprie aplicaţiilor concrete, caracterizate prin variaţii de tip interval. Micşorînd evident domeniul de variaţie admis pentru parametri, o construcţie geometrică simplă permite restricţionarea coeficienţilor la variaţii de tip interval (v. fig.7)
Teorema prezentată permite testarea condiţiilor de stabilitate robustă pentru sisteme discrete, cu observaţia că, în cazul unui grad mai mare al polinomului S(z) , numărul polinoamelor "de vîrf" ce trebuie testate creşte considerabil (pentru n=10, numărul polinoamelor testate va fi $2^{11}=2048$). Acest incovenient este înlăturat în lucrarea [11] , în care este prezentată o teoremă similară teoremei "tare" Kharitonov.

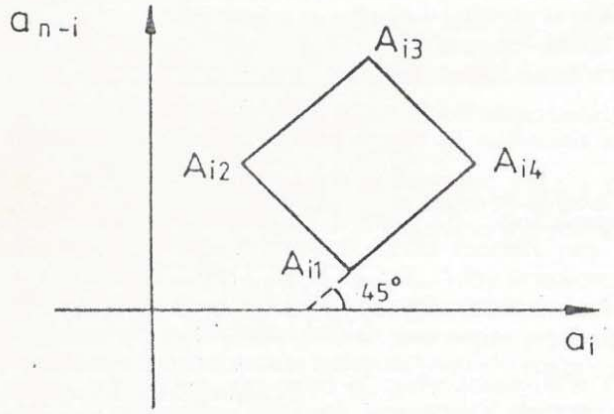

Fig. 6

Fie în continuare polinomul caracteristic (13)

$$S(z) = \sum_{i=0}^{n} a_{n-i} z^i \ , \quad a_i \in [\underline{a}_i, \overline{a}_i] \tag{16.1}$$

pentru care asociem polinoamele simetrice şi antisimetrice:

$$h(z) = \frac{1}{2}[S(z) + z^n S(z^{-1})] \tag{17}$$

$$g(z) = \frac{1}{2}[S(z) - z^n S(z^{-1})] \tag{18}$$

Elementar deducem cîteva proprietăţi

i) $S(z) = h(z) + g(z)$

ii)
$$h(z) = \frac{1}{2}\left[\sum_{k=0}^{n} a_{n-k} z^k + z^n \sum_{k=0}^{n} a_{n-k} z^{-k}\right] = \frac{1}{2}\left[\sum_{k=0}^{n} a_{n-k} z^k + \sum_{k=0}^{n} a_{n-k} z^{n-k}\right] = \frac{1}{2}\left[\sum_{k=0}^{n} (a_{n-k} + a_k) z^k\right] \tag{19}$$

iii)
$$g(z) = \frac{1}{2}\left[\sum_{k=0}^{n} a_{n-k} z^k - \sum_{k=0}^{n} a_{n-k} z^{n-k}\right] = \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{n} (a_{n-k} - a_k) z^k \tag{20}$$

Din (B.8) rezultă cu uşurinţă

$$g(1) = \frac{1}{2}\left(\sum_{k=0}^{n} a_{n-k} - \sum_{k=0}^{n} a_k\right) = 0 \tag{21}$$

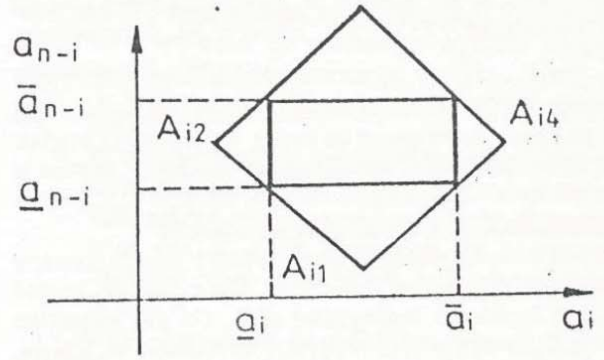

Fig. 7

$$g(-1) = \frac{1}{2}\left(\sum_{k=0}^{n} (a_{n-k} - (-1)^n a_{n-k})(-1)^k\right) \tag{22}$$

şi pentru n par g(-1)=o.

Conform unui rezultat prezentat de Mansour şi Krauss în [11], pentru ca S(z) să aibă rădăcinile situate în interiorul cercului de rază unitate, este necesar şi suficient ca:

- zerourile lui h(z) şi g(z) să fie simple, situate pe cercul de rază unitate $|z|=1$ şi avînd partea reală distribuită alternant în lungul axei reale şi $|a_n/a_0| < 1$.

Avînd în vedere forma (19) şi (20) prezentată, polinoamele h(z) şi g(z) vor fi:

$$h(z) = \sum_{i=0}^{n} b_{n-i} z^i \tag{23}$$

şi respectiv

$$g(z) = \sum_{i=0}^{n} c_{n-i} z^i \tag{24}$$

în care:

$$b_{n-i} = \frac{a_{n-i} + a_i}{2} \ ; \quad c_{n-i} = \frac{a_{n-i} - a_i}{2} \tag{25}$$

Cum $|a_n/a_0| < 1$, rezultă că b_0, c_0 sînt coeficienţi pozitivi. Impunînd ca rădăcinile lui g(z) şi h(z) să fie pe cercul de rază unitate, obţinem:

$$h(z) = b_0 \prod_{i=1}^{n/2} (z^2 - 2\delta_i z + 1) \tag{26}$$

$$g(z) = c_0 (z^2 - 1) \prod_{i=1}^{(n/2)-1} (z^2 - 2\sigma_i z + 1) \tag{27}$$

în care am considerat n par, iar δ_i şi σ_i constituie părţi reale ale rădăcinilor din interiorul cercului de rază unitate.

Proiectînd h(z) și g(z) în lungul axei reale, obținem polinoamele $h^1(z)$ și $g^1(z)$.

Teorema 2.2: Considerăm ecuația caracteristică S(z), cu restricții de tip interval asupra coeficienților b_i și c_i prezentate grafic în figura 8. Condiția de alternanță a rădăcinilor polinoamelor $h^1(z)$ și $g^1(z)$ în intervalul (-1, 1) este ca, pe acest interval, polinoamele ($\overline{h}'$, $\overline{g}'$), ($\underline{h}'$, $\underline{g}'$), ($\overline{h}'$, $\underline{g}'$), ($\underline{h}'$, $\overline{g}'$) să fie stabile.

Această teoremă constituie echivalentul în discret al teoremei "tari" Kharitonov.

Observație

Utilizarea teoremei 2.2 reduce considerabil numărul variantelor ce trebuie analizate.

Un rezultat interesant prin care se fixează o procedură de evaluare a ecartului de variație a coeficienților ecuației caracteristice, sistemul rămînînd stabil, este dat de C. B. Soh în lucrarea [12].

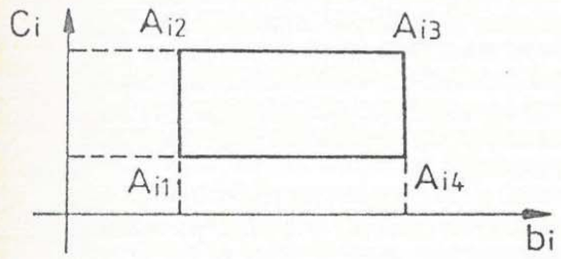

Fig. 8

Bibliografie

1. TZÂPKIN IA. Z. "*Stabilitatea robustă și reglarea robustă*" Conferința la AOȘ - București 1991.
2. KHARITONOV V.L. "*Ssimptoticeskaia ustoicivasti: semeistva sistem diferentialnîh uravnenii*", În: Dif. uravnenia, T.14 nr.11 pag.2086-2088, 1978.
3. KHARITONOV V.L. "*K probleme Ruth-Hurwitz dlea semeistva polinov*", În: Problemî ustoicivosti dvijenia analiticeskoi mehaniki i upravlenia dvijenia Novosibisk Nauka pag- 105-111, 1979.
4. VOICU M. "*Tehnici de analiză a stabilității sistemelor automate*", Editura Tehnică, București, 1986.
5. SILIJAK D.D. "*Parameter Space Methods for Robust Control Design. A Guided Tour*", În: IEEE Trans. on Automatic Control Vol.34 nr.7 pag.674-688, iulie 1989.
6. POLEAK B.T., TZAPKIN IA.Z. *Ciastotnîe criterii robustoni i aperiodicinosti lineinîh sistem* , În: Avtomatika i telemehanica nr.5, 1990.
7. YENG K.S., WANG S.S. *A simple proof of Kharitonov's theorem*, În: IEEE Trans. on Automatic Control Vol.32 nr.9 pag.157-165, 1987.
8. CIESLIK J. *On posibilities of the extension of Kharitonov's stability test for interval polynomials to the discrete case*. IEEE Trans. on Automatic Control 1987, Vol.32, No.3.
9. KRAUS F.J., ANDERSON B.D., JURY E.I., MANSOUR M. *On the robustness of low order Schur polynomials*, IEEE Trans. Circ. Systems 1988, V CAS-35, No.5.
10. KRAUS F.J., ANDERSON B.D., MANSOUR M. *Robust Schur polynomial stability and Kharitonov's theorem*. Int. J. of Control 1988, Vol. 47, No.5.
11. MANSOUR M., KRAUS F.J. *On robust stability of Schur polinomials*. Inst. Autom. Cont. Ind. Electronics Report, No. 87, Zurich 1987.
12. SOH C.B. *Robust Stability of Discrete-Time Systems Using Delta Operators*, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 36, No.3, 1991.