INIŢIERE ÎN LIMBAJUL MATLAB (III)

Ing.Ioan Tăbuş

Institutul Politehnic Bucureşti

Continuarea descrierii elementelor de bază ale limbajului

În cele ce urmează, se va continua introducerea sistematică a noţiunilor care constituie nucleul operaţional matematic al limbajului MATLAB.

2.3 Operaţii cu matrici şi cu masive

În MATLAB, există două tipuri de operaţii în care apar ca operatori matricele:

a) operaţiile standard, definite în matematica pentru matrice (adunare, scădere, inmulţire, inversare, rezolvare de sisteme de ecuaţii etc.)şi
b) operaţii care se efectuează element cu element asupra scalarilor care alcătuiesc matricele; în această situaţie, matricele sînt privite mai degrabă ca nişte zone sau masive (arrays) în care sînt organizate datele scalare.

Principalele operaţii cu matrice şi masive sînt grupate în tabelul următor şi vor fi succint descrise.

Operaţii cu matrice	Operaţii cu masive
+ adunare	+ adunare
- scădere	- scădere
* înmulţire	.* înmulţire
/ împărţire la dreapta	./ împărţire la dreapta
\ împărţire la stînga	.\ împărţire la stînga
^ ridicare la putere	. ^ridicare la putere
' transpus-conjugată	.' transpusă
funcţii transcedentale	⇔operaţii relaţionale
	& | ~ operaţii logice
	funcţii matematice

2.3.1 Transpunerea matricelor cu elemente reale

Se realizează prin utilizarea operatorului 'ca în exemplul următor:

```
>> X = [10; 11; 12];
>> Y = X'
        Y=
          10 11 12
>> size (Y)
        ans=
          1 3
```

În acest exemplu, X este un vector coloană (s-a utilizat în definirea lui separatorul ; între elemente) deci, vectorul Y va rezulta sub formă de linie (dimensiune 1x3).

Dacă Z este o matrice cu elemente complexe, Z' va fi matricea complex conjugată şi transpusă a lui Z. Pentru a se obţine transpusa matricei complexe Z, trebuie utilizate şi funcţia de complex conjugare a elementelor unei matrice, conj(Z').

2.3.2 Adunarea şi scăderea

(A+B şi A-B) sînt definite atunci cînd A şi B au aceleaşi dimensiuni sau cînd unul din operanzi (A sau B) este scalar (deci matrice 1x1). Atunci cînd unul din operanzi este scalar, el este adunat sau scăzut din fiecare element al celuilalt operand.

2.3.3 Înmulţirea

a) Înmulţirea matricelor: A*B este matricea rezultată în urma operaţiei obişnuite de înmulţire matriceală, cerîndu-se deci ca numărul de coloane al matricei A să fie egal cu numărul de linii al matricei B.

Dacă unul din operanzi este un scalar, acesta înmulţeşte toate elementele celuilalt operand.

Utilizînd vectorul coloană X şi vectorul linie Y definiţi la 2.3.1, se pot realiza următoarele operaţii

```
>> u = Y * X
        u =
          365
>> U = X * Y
        U =
          100    110    120
          110    121    132
          120    132    144
>> u = 2 * Y
        u =
          20 22 24
```

b) Înmulţirea masivelor: Operaţia .* de înmulţire element cu element este permisă numai între matrice care au aceleaşi dimensiuni, rezultatul fiind o matrice de dimensiuni identice cu operanzii şi avînd ca elemente produsul elementelor corespondente din matricele operanzi.

```
>> u = Y .* X'
        u =
          100 121 144
```

2.3.4 Împărţirea

a) "Împărţirea matricelor" are două simboluri diferite în MATLAB / şi \ utilizate pentru a denota următoarele operaţii:

- X=A\B este soluţia sistemului (sau a mai

multor sisteme, dacă B are mai multe coloane) $A*X=B$ (echivalent în cazul A pătrată şi nesingulară cu $X=inv(A)*B$);
- $X=B/A$ este soluţia sistemului (sau a mai multor sisteme, dacă B are mai multe linii) $X*A=B$ (echivalent în cazul A pătrată şi nesingulară cu $X=B*inv(A)$)

Împărţirea la dreapta, B/A, poate fi exprimată ca o împărţire la stînga astfel:

B/A = (A'\B')

Împărţirea la stînga este definită, dacă matricele A şi B au acelaşi număr de linii şi este calculată în următoarele moduri, în funcţie de forma matricei A:
- dacă matricea A este pătrată, atunci A este factorizată utilizînd eliminarea gaussiană şi factorii sînt folosiţi la rezolvarea atîtor ecuaţii, cîte coloane are matricea B: pentru j de la 1 la numărul de coloane al lui B, A*X(:,j)= B(:,j), deci, matricea X va avea aceleaşi dimensiuni cu B. Dacă matricea A este aproape singulară, este tipărit un mesaj de avertizare;
- dacă matricea A nu este pătrată, A va fi factorizată Housholder cu pivotare de coloană şi factorii vor fi utilizaţi pentru rezolvarea unui sistem subdeterminat sau supradeterminat de ecuaţii, în sensul celor mai mici pătrate. Matricea X va avea dimensiuni mxn, unde m este numărul de coloane al matricei A şi n este numărul de coloane al matricei B. Fiecare coloană a matricei X va avea atîtea elemente diferite de zero, cît este rangul determinat numeric pentru matricea A.

b) "Împărţirea masivelor A./B sau A.\B" este permisă numai dacă cele două matrice operand au dimensiuni identice şi conduce la o matrice de acelaşi dimensiuni cu operanzii avînd ca elemente raportul elementelor celor două matrice astfel:
- pentru C=A./B rezultă elementele C(i,j) = A(i,j)/B(i,j);
- pentru D=A.\B rezultă elementele D(i,j) = B(i,j)/A(i,j);

2.3.5 Ridicarea la putere

a) Ridicarea la putere a matricelor A^n, atunci cînd n este un întreg mai mare ca 1, corespunde multiplicării de n ori a matricei A. Pentru o valoare reală oarecare a lui n, se efectuează întîi o descompunere în valori singulare şi vectori singulari a matricei A = V * D / V, după care se calculează:

A^n = V * D.^n/V

b) Ridicarea la putere a masivelor se efectuează prin operaţii element cu element, între cele două matrice. De exemplu:

```
>> X = [1 2 3]; Y = [3 2 1];
>> z = X.^Y
      z=
        1 4 3
```

2.3.6 Operaţii relaţionale cu masive

Operatorii relaţionali admişi în MATLAB sînt:

< mai mic
≤ mai mic sau egal
> mai mare
≥ mai mare sau egal
== egal
~= nu este egal

Utilizarea acestor operatori este permisă între matrice de dimensiuni egale, rezultînd o matrice în care elemente sînt calculate pe baza operaţiei între elementele corespondente în matricele operand; un element al matricei rezultat va fi
- "1", dacă rezultatul operaţiei este adevărat;
- "0", dacă rezultatul operaţiei este fals.

2.3.7. Operaţiile logice cu masive

Operaţiile logice care pot fi efectuate element cu element, între matrice (care de obicei au elemente 0 sau 1) sînt:

& şi
| sau
~ negare

Orice element diferit de zero este privit în operaţiile logice ca fiind adevărat.

2.3.8 Funcţii transcendentale de matrice

Cele mai utilizate funcţii de matrice sînt:
- expm(A) este matricea exponenţială a lui A;
- funm(A,'funcţie') este funcţia elementară, specificată între apostrofuri de matricea A, calculată prin metoda Parlett;
- logm(A) este identic cu funm(A,'log').

2.3.9 Funcţii matematice elementare de masive

Se pot aplica fiecărui element al unei matrice A, funcţiile elementare listate mai jos, producîndu-se o matrice de aceleaşi dimensiuni cu A (trebuie amintit faptul că, setul de funcţii care poate fi aplicat unui masiv este practic mult mai mare, fiecare utilizator putînd să creeze astfel de funcţii ca fişiere speciale, M-file, despre care se va discuta mai tîrziu).

Funcţii matematice elementare

abs	valoarea absolută sau modulul

	numărului complex
sqrt	rădăcina pătrată
real	partea reală
imag	partea imaginară
conj	complex conjugatul
round	rotunjeşte la cel mai apropiat întreg
sign	funcţia semn
sin,cos, tan	funcţii trigonometrice directe
asin, acos, atan	funcţii trigonometrice inverse
sinh, cosh, tanh	funcţii hiperbolice
exp, log	exponenţiala şi logaritmul în bază e
log10	logaritm în bază 10
bessel	funcţii bessel
gamma	funcţii gama

2.3.10 Exemplu de utilizare a operaţiilor cu matrice şi masive

În acest exemplu, se va "redescoperi" relaţia trigonometrică, uşor de uitat pentru cineva care nu o utilizează, dintre cos(3x) şi puterile lui cos(x), ştiind doar că există o astfel de relaţie implicînd maximum puterea a treia a lui cos(x):

```
>> x=(0:0.1:2*pi)';
>> c=cos(x);
>> u=[c c.^2 c.^3 ones(x)];
>> y= cos(3*x);
>> teta = u\y
        teta =
              -3.000000000000
               0.000000000000
               4.000000000000
               0.000000000000
>> err = y - u*teta ;
>> sum_err = err' * err
        sum_err =
              2.149824 e-029
```

În prima linie, a fost creat vectorul coloană x avînd 63 de elemente cu valori între 0 şi 2*pi; vectorul coloană c, calculat în linia a doua, va avea ca elemente cele 63 valori ale funcţiei cosinus de elementele vectorului x, iar matricea u este formată din 4 coloane, primele trei obţinute ca primele trei puteri ale masivului c (deci, elementele coloanei a treia sînt valorile $\cos(x(i))^3$; în linia a patra, se formează un vector y cu 63 elemente, valori ale funcţiei cos(3*x(i)), iar, în linia a cincea, se determină soluţia teta, în sensul celor mai mici pătrate a sistemului evident supradimensionat u * teta = y. Soluţia "descoperită" de acest program este dependenţa:

$$\cos(3x) = 4\cos^3(x) - 3\cos(x).$$

Pentru a verifica cît de bună este această dependenţă, se calculează în următoarele două linii suma pătratelor abaterilor de la dependeţa determinată, pentru cele 63 valori x(i). Valoarea erorii determinată astfel, generează un grad suficient de încredere în această dependenţă.

INSTITUTUL DE CERCETARE ÎN INFORMATIC

B-dul Mareşal Averescu 8 - 10, Sect. 1, cod 71316, Tel.: 17.79.78 - director, 65.45.65 - comercial, Telex: 11891 icp
Fax: 12.85.39, Bucureşti-ROMÂNIA

LABORATORUL

MODELE, SISTEME ŞI METASISTEME INFORMATICE PENTRU CONDUCERE ACTIVITĂŢI ŞI PROCESE ECONOMICE ŞI NATURALE

Domeniile abordate în laborator :
a. Informatizarea societăţii
b. Sisteme şi metasisteme informatice
c. Module matematice pentru procese economice şi naturale
d. Sisteme de comunicaţie
e. Sisteme informatice pentru domenii neindustriale:
- agricultură
- medicină
- transporturi
- comerţ
- ecologie

f. Pregătirea cadrelor (studii medii şi studii superioare) în programarea şi utilizare echipamentelor de calcul (mini şi microcalculatoare pe 16 biţi),
g. Specializare pe tematicile propuse de laborator sau de beneficiar (din domeniile c activitate în care deţine experienţă),
h. Pachete de programe pentru acces la baze de date distribuite,
i. Gestiunea economică a unităţilor mici şi medii:
- contabilitate
- financiar
- personal
- comercial - mar'eting,

j. Proiectare tehnologică asistată.

Produse program care pot fi oferite spre vînzare :

METAS	– proiectarea metasistemelor şi sistemelor informatice
SOFTC	– produs program pentru rezolvarea problemelor financiar-contabile (PC)
PERSONAL	– produs program pentru evidenţă personal (PC)
SALARII	– produs program pentru calcul salarii (PC)
BUNAPROX	– set de programe pentru obţinerea celei mai bune aproximări printr-o funcţie analitică a unei dependenţe punctuale (PC)
MINIOL	– set de programe pentru rezolvarea unor probleme de optimizare liniară (PC)
PCCOST	– produs program pentru calculul preţului de cost (PC)
NORME	– produs program pentru elaborar normelor,normativelor de muncă şi normarea operativă (MINI + PC)

Pentru relaţii suplimentare, vă rugăm să ne contactaţi la sediul institutului sau la tel. 65.60.60./65.70.15 int. 163 (şef laborator ing. Ioan Muntean).