# METODE DE MODELARE A RAŢIONAMENTULUI NUANŢAT

**mat. Rolanda Predescu**

*Institutul de Cercetări în Informatică*

**Rezumat**

Ambiguitatea, reflectată prin imprecizie semantică şi incertitudine asupra valorii de adevăr, constituie o caracteristică inerentă şi dominantă a cunoştinţelor cu care oamenii operează în mod curent, în situaţii decizionale complexe.

Modelarea raţionamentelor, efectuate în condiţii de ambiguitate constituie subiectul lucrării de faţă.

Această problematică devine de interes major în realizarea sistemelor de inteligenţă artificială actuale.

În lucrare sînt prezentate modelele pentru următoarele tipuri de raţionament:

- cu premize incerte, în cadrul logicii polivalente;
- cu premize imprecise, unice sau multiple, conform modelului "modus ponens generalizat", introdus de Zadeh/12/;
- cu premize imprecise şi incerte, conform modelului introdus de Yager /9/.

O extensie particulară a modelului Yager, propusă în /7/, constituie suportul teoretic pentru o componentă de bază a mecanismului informaţional, implementat în sistemul DECAM, pe care autoarea îl realizează în prezent.

Sistemul DECAM, scris în GC-Lisp, pe calculatoare compatibile IBM-PC/AT, este dedicat prelucrării cunoştinţelor de natură ambiguă.

## 1. Introducere

Un obiectiv major al cercetării desfăşurate în domeniul inteligenţei artificiale, îl constituie realizarea de sisteme expert capabile să trateze cunoştinţe imprecise (neclare) şi incerte, provenind din mai multe surse, în vederea determinării unei soluţii apreciate ca optime, la problemele propuse spre rezolvare. Atributul de optim se referă la obţinerea unei soluţii cu grad maxim de credibilitate şi plauzibilitate, în condiţiile de ambiguitate date.

Ambiguitatea, reflectată prin imprecizie şi incertitudine, constituie o caracteristică inerentă şi dominantă a cunoştinţelor cu care oamenii operează în mod curent, în situaţiile decizionale cele mai complexe, în care sînt implicate surse de informaţie şi criterii multiple.

Imprecizia unui enunţ este legată de natura sa semantică şi provine, în general, din imposibilitatea de a defini în mod clar corespondenţa între obiectul referit şi valoarea unui atribut al său, ale cărui valori sînt cuprinse pe o scală. Acest impas este depăşit în mod natural de către oameni, prin exprimarea în termeni vagi, utilizaţi atît în situaţiile neclare, de cunoaştere incompletă, cît şi în situaţiile de complexitate excesivă, datorată unei multitudini de detalii redate aproximativ.

Incertitudinea constă în imposibilitatea de a stabili exact valoarea de adevăr a unui enunţ. Ea este caracteristică situaţiilor deductive, în care se departajează două spaţii distincte: cel al enunţurilor considerate ca premize cu grad de evidenţă (certitudine) cunoscut şi cel al enunţurilor considerate ca ipoteze, care pot fi mai mult sau mai puţin confirmate. Nivelul de confirmare corespunde gradului de incertitudine.

Efectuarea de raţionamente în condiţii de ambiguitate, uzuală la nivel uman, ridică probleme dificile de modelare la nivel formal. Pentru multă vreme atenţia a fost orientată exclusiv spre incertitudine, modelul de referinţă acceptat fiind cel Bayesian.

În lucrarea de faţă sînt prezentate orientările actuale, detaşate de această abordare.

Tratarea impreciziei poate fi considerată o abordare relativ recentă, datorată lui Zadeh, care a introdus ca model pentru conceptele imprecise mulţimile vagi, iar ulterior, ca model echivalent, dar cu perspective mai largi, distribuţiile de posibilităţi (par. 2.1).

În tratarea incertitudinii, ca alternativă la modelul Bayesian, au apărut:

- teoria posibilităţii, introdusă de Zadeh, conform căreia incertitudinea este tratată sub aspect calitativ, stabilindu-se măsurile de posibilitate şi necesitate asociate unui enunţ, ca limite ale compatibilităţii acestuia cu premizele din care derivă (par. 2.3);
- teoria Dempster-Shafer a credibilităţii, în care incertitudinea este tratată cantitativ, probabilitatea unui enunţ fiind definită de două limite: credibilitatea şi plauzibilitatea ce-i pot fi asociate (par.2.4).

În acest context a fost posibilă adaptarea modelului clasic de raţionament, de tip modus ponens, la cerinţele impuse de existenţa premizelor imprecise şi incerte, care conduce la obţinerea unor concluzii de aceeaşi natură.

Dintre sistemele realizate pe plan mondial, bazate pe această categorie de modele de raţionament, menţionăm ca reprezentative: CADIAG şi DIABETO-III, pentru diagnoză medicală şi SPERIL-II, pentru diagnoză tehnică /14/.

În articol sînt prezentate modelele pentru următoarele tipuri de raţionament:

- cu premize incerte, în cadrul logicii polivalente (par.2.1);
- cu premize imprecise, unice sau multiple, conform modelului de referinţă "modus ponens generalizat", introdus de Zadeh (par.3.2);
- cu premize imprecise şi incerte, conform modelului Yager şi unei extensii a acestuia, propusă în /7/ (par.3.3).

## 2. Noțiuni preliminare

### 2.1. Mulțimi vagi și distribuții de posibilități

O submulțime vagă a unui univers S este generată de un concept (sau un eveniment), care se reflectă asupra universului S.
Acesta poate fi enunțat printr-o propoziție p de forma "X este A", în care A este un predicat vag. Submulțimea vagă indusă de A, pe care o vom nota cu A, este definită de o funcție de apartenență VA: S → [0,1], unde VA(s) exprimă gradul de compatibilitate dintre conceptul A și elementul s /10/.
Pe de altă parte, p limitează valorile pe care le poate lua variabila X în universul S. În acest sens, VA(s) se interpretează ca fiind posibilitatea ca propoziția ps = "X este s" să fie adevărată (X să coincidă cu s), în contextul "X este A". În consecință, "X este A" induce o distribuție de posibilități PX: S → [0,1], definită prin PX(s) = VA(s) /13/.
Distribuția de posibilități, respectiv mulțimea vagă se numește normalizată, dacă există s în S a.î. PX(s) = VA(s) = 1.

### 2.2. Operatori conjunctivi și disjunctivi

Metoda folosită pentru evaluarea implicației este determinantă în stabilirea rezultatului inferenței deductive. Implicația este înțeleasă ca operație de tip conjuctiv sau disjunctiv între premiză și concluzie sau transformate ale acestora.
Operatorii conjunctivi și disjunctivi folosiți în modelarea implicației fac parte din categoria normelor, respectiv co-normelor triunghiulare.
Ca operator de transformare este folosit operatorul negație.
Principalele norme, în ordine crescătoare sînt:
$\max(0,a+b-1) \leq a.b \leq \min(a,b)$
Principalele co-norme, în ordine crescătoare sînt:
$\max(a,b) \leq a+b-a.b \leq \min(1,a+b)$

### 2.3. Măsuri de posibilitate și necesitate

Considerate în sens larg, operațiile de inferență crează o departajare a elementelor asupra cărora se aplică, în două spații distincte: un spațiu E, de fapte relativ evidente, cu grad de evidență cunoscut și un spațiu H, de ipoteze, care pot fi mai mult sau mai puțin confirmate, pe baza elementelor din E. Această departajare este valabilă în egală măsură, în cazul cunoștințelor cu care operează sistemele expert /1,4,7/.
Măsurile de posibilitate și necesitate, asociate ipotezelor din H reflectă starea lor de (in)certitudine sub aspect "semantic", în sensul in(compatibilității) lor, în raport cu evidențele din E.
Considerînd o ipoteză H1 exprimată printr-un predicat vag B peste un univers S, deci în forma "X este B", starea de incertitudine prin care se caracterizează H1 nu se mai definește printr-o singură valoare, de natură probabilistă, ci se plasează între două limite: una superioară, care redă posibilitatea Pos și una inferioară, care redă necesitatea N, ca H1 să fie adevărată /13/.
Pentru distribuția de posibilități generată de B, ca predicat vag se poate aprecia o măsură globală, în sens "absolut" a posibilității lui B:

$$\mathrm{Pos}(B) = \max_s PX(s) = \max_s VA(s)$$

știind că pentru orice s din S, Pos ({s}) = PX(s) = VB(s).
Măsura duală a necesității, se calculează prin complementara posibilității de a se produce contrariul lui B:

$$N(B) = 1 - \mathrm{Pos}(\_B)$$

Sînt satisfăcute următoarele proprietăți:
$\mathrm{Pos}(B) \geq N(B)$; $\mathrm{Pos}(B) < 1 \rightarrow N(B)=0$; $N(B) > 0 \rightarrow \mathrm{Pos}(B)=1$
Măsura în care o evidență E1 = "X este A", redată printr-un predicat vag peste universul S, influențează certitudinea unei ipoteze H1, relativă la același univers, este exprimată sub forma posibilității și necesității condiționale:

$$\mathrm{Pos}(B/A) = \max_s \min(VB(s),PX(s)) = \max_s \min(VB(s), VA(s))$$

$$N(B/A) = 1-\mathrm{Pos}(\_B/A) = \min_s \max(VB(s), 1-PX(s)) = \min_s \max(VB(s), 1-VA(s))$$

### 2.4. Măsuri de credibilitate și plauzibilitate

Starea de (in)certitudine a ipotezelor din H se poate aprecia și prin gradul de (ne)încredere care li se poate asocia, ca urmare directă a gradului de evidență al elementelor din E.
În teoria dezvoltată de Dempster /2/ și Shafer /8/ se stabilește ca gradul de evidență în E să fie reflectat printr-o distribuție de probabilități. În același timp dependența ipotezelor din H de premizele din E este definită printr-o aplicație multivalentă EH: E → Par(H), unde Par(H) reprezintă mulțimea părților lui H. EH face posibilă atribuirea unei "probabilități de bază" (mase), m: Par(H) → [0,1], în interiorul lui H, astfel încît masa mulțimii vide este 0, iar

$$\mathrm{Sum}_{A \text{ inclus în } H}\, m(A) = 1$$

unde Sum este simbol al sumei.
Subseturile A din H, cu proprietatea m(A) > 0 sînt numite elemente focale. În aceste condiții, nivelul de încredere asociat unei ipoteze B din H este determinat printr-o limită inferioară, numită credibilitate și o limită superioară, numită plauzibilitate. Ambele sînt definite ca funcții cu domeniul Par(H).
Credibilitatea unei ipoteze se obține prin însumarea maselor faptelor care o susțin(din care derivă):

$$\mathrm{Cr}(F) = \mathrm{Sum}_{A \text{ inclus în } F}\, m(A)$$

Plauzibilitatea se obține însumînd masele elementelor focale care nu pot genera contrariul acelei ipoteze:

$Pl(F) = Sum_{A\ intersectează\ F}\ m(A) = 1 - Cr(F)$

Sînt satisfăcute următoarele proprietăţi:

$Cr(F) + Cr(\_F) \leq 1$, $Pl(F) + Pl(\_F) \geq 1$,

$Cr(F) \leq Pl(F)$

Pentru cazul ipotezelor imprecise(vagi), credibilitatea şi plauzibilitatea au fost definite în /9/, prin:

$Cr(F) = Sum_i\ m(Ai) \times N(F/Ai)$

$Pl(F) = Sum_i\ m(Ai) \times Pos(F/Ai)$

unde Ai sînt acele elemente focale care fac pe F necesar şi posibil.

## 3. Modelarea raţionamentului nuanţat

### 3.1. Inferenţe deductive cu premize incerte

Regula principală de inferenţă în logica clasică este modus ponens: (p şi p → q) → q, unde p şi q sînt propoziţii.

Considerîm cazul în care p şi q nu sînt imprecise(vagi), dar au un statut de incertitudine, exprimat prin asocierea unor valori (grade) de adevăr, respectiv v(p), v(q) situate în [0,1].

Un cadru adecvat de extindere a modelului modus ponens pentru tratarea acestui caz îl constituie logica polivalentă.

În acest context evaluarea implicaţiei, deci stabilirea gradului de adevăr al relaţiei dintre premiză şi concluzie, se face printr-o funcţie f a gradelor de adevăr ale acestora:

$$v(p \to q) = f(v(p), v(q))$$

Pentru compunerea lui v(p) cu v(q) prin normele prezentate în paragraful 1.2. se obţin următoarele tipuri de implicaţii:

min(v(p),v(q)):

- implicaţia Gödel:

$$v(p \to q) = \begin{cases} 1, & v(p) \leq v(q) \\ v(q), & \text{în rest} \end{cases}$$

- implicaţia Dienes:

$$v(p \to q) = \max(1 - v(p), v(q))$$

- v(p).v(q):
- implicaţia Goguen:

$$v(p \to q) = \begin{cases} 1, & v(p) = 0 \\ \min(1, v(p)/v(q)), & \text{în rest} \end{cases}$$

- implicaţia probabilistă:

$$v(p \to q) = 1 - v(p) + v(p).v(q)$$

- max(0, v(p) + v(q) − 1):
- implicaţia Lukasiewicz:

$$v(p \to q) = \min(1, 1 - v(p) + v(q))$$

Modelul Lukasiewicz reprezintă, în general, alegerea cea mai sigură /6/ pentru evaluarea rezultatului inferenţelor deductive cu premize incerte.

### 3.2. Inferenţe deductive cu premize imprecise

Situaţia în care premizele sînt imprecise corespunde unor implicaţii de forma R = "dacă X este F atunci Y este G", unde F şi G sînt predicate vagi, care determină distribuţii de valori posibile ale variabilelor X şi Y peste două universuri S şi T, respectiv PX(s) = VF(s) şi PY(t) = VG(t).

În această situaţie, valoarea de adevăr a implicaţiei R este redată printr-o distribuţie de posibilităţi condiţională P-Y/X(t,s) = VR(t,s), prin care se restricţionează valorile pe care le poate lua Y în funcţie de X.

În funcţie de tipul de operator conjunctiv folosit în relaţia dintre premiză şi concluzie, rezultă următoarele valori ale implicaţiei:

- min (VF(s), VG(t):

$$VR1(t,s) = \begin{cases} 1, & VF(s) \leq VG(t) \\ VG(t), & \text{în rest} \end{cases}$$

- VF(s) . VG(t):

$$VR2(t,s) = \begin{cases} 1, & VF(s) = 0 \\ \min(1, VG(t)/VF(s)), & \text{în rest} \end{cases}$$

- max (0, VF(s) + VG(t) − 1)

$$VR3(t,s) = \min(1, 1 - VF(s) + VG(t))$$

Cele trei valori ale implicaţiei sînt ordonate astfel:

$$VR3(t,s) \geq VR2(t,s) \geq VR1(t,s)$$

Modelul de raţionament de tip modus ponens adecvat existenţei premizelor imprecise a fost introdus de Zadeh /12/ sub numele de modus ponens generalizat sau raţionament aproximativ şi are următoarea reprezentare:

$$\frac{\begin{array}{c} X \text{ este } F \to Y \text{ este } G \\ X \text{ este } F' \end{array}}{Y \text{ este } G'}$$

Se presupune că F' este normalizată. Distribuţia de posibilităţi VG' = PY, corespunzătoare concluziei finale se calculează prin formula:

$$VG'(t) = \sup_s \min(VF'(s), VR(t,s))$$

Pentru VR este de preferat alegerea lui VR3, întrucît reprezintă conexiunea cea mai puternică între F şi G, cu nivelul de precizie cel mai ridicat.

În cazul regulilor cu premize multiple conjunctive, de forma "dacă ^i (X este Fi) atunci Y este G" agregarea se face prin operatorul max:

$$VG'(t) = \max_i VG'i(t)$$

unde $VG'i(t) = \sup_s \min(VF'i(s), VRi(t,s))$.

În mod dual, pentru premize disjunctive, concluzia finală G' se defineşte prin:

$$VG'(t) = \min_i VG'i(t)$$

### 3.3. Inferenţe deductive cu premize imprecise şi incerte

Să considerăm cazul regulilor cu premize multiple conjunctive, în care premizele "X este Fi" sînt reprezentate prin distribuţii de posibilităţi PXi = VFi, iar Fi au mase cunoscute m(Fi). În aceste condiţii, concluzia finală G', obţinută în urma aplicării inferenţei deductive, se va caracteriza prin distribuţia PY = VG', calculată conform modelului modus ponens generalizat. În privinţa stării de incertitudine, aceasta se va caracteriza prin credibilitatea şi plauzibilitatea induse asupra lui G' de premizele Fi. Conform modelului Yager, vom avea:

Cr(G') = Sum$_i$ m(Fi) x N(G' /Fi)

Pl(G') = Sum$_i$ m(Fi) x Pos (G' /Fi)

Modelul construit de autori în /7/ folosește în locul lui m(F), două valori generice cr(Fi) și respectiv pl(Fi), rezultînd:

Cr(G') = Sum$_i$ cr (Fi) x N (G' /Fi)

Pl(G') = Sum$_i$ pl(Fi) x Pos (G' /Fi)

În /7/ se consideră că inferențele deductive se desfășoară într-un spațiu de opinii eterogen, în care se definesc trei categorii de fapte: complet suportate, parțial ipotetice și complet ipotetice. Pentru fiecare categorie se determină moduri specifice de a evalua cr și pl, descrise pe larg în /7/.

## 4. Concluzii

Modelele de raționament prezentate au fost implementate prin programe care constituie componente ale sistemului DECAM.

Principalele obiective urmărite în perspectivă, în vederea realizării și experimentării sistemului DECAM sînt următoarele:

- definirea și implementarea operatorilor de agregare și stabilizare a cunoștințelor imprecise relative la același domeniu;
- definirea și implementarea metodelor de determinare a unei soluții apreciate ca optimă, deci cu nivel maxim de credibilitate și plauzibilitate, în condițiile de ambiguitate date;
- realizarea unei aplicații reprezentative.

Rezultatele obținute, pe măsura atingerii obiectivelor menționate, urmează a fi prezentate prin contribuții ulterioare în cadrul revistei.

## Bibliografie


1. **BONNISSONNE, P.B., TONG, R.M.**: *Reasoning with Uncertainty in Expert Systems.* In:.J.Man-Mach.Studies, vol.22, 1985, pp.241-250
2. **DEMPSTER A.P.**: *Upper and Lower Probabilites Induced by a Multi-valued Mapping.* In: Ann. Math.Stat., vol.38, 1967 pp.325-339
3. **DUBOIS D., PRADE H.** : *Fuzzy Logics and the Generalized Modus Ponens Revisited.* In: Cybern Syst., vol.15, 1984, pp.87-125
4. **DUBOIS D., PRADE H.** : *Handling Uncertainty in Expert Systems*, Seminar on Safety and Risk in the Use of Exp. Systems, Copenhagen, 1988.
5. **PRADE, H.** : *Modèles mathématiques de l'imprècis et de l'incertain en vue d'applications au raisonnement naturel.* Thèse d'Etat. Univ. P. Sabatier, Toulouse, 1982.
6. **PRADE H.** :*Computational Approach to Approximate and Plausible Reasoning.* In: PAMI, vol.7, nr.3, 1985.
7. **PREDESCU, R., HOTĂRAN, A.** : *Gradual Aggregation of Hypotheses within Imprecise and Uncertain Environments.* 4-th World Congress Int.Fuzzy Syst.Assoc. IFSA'91, Bruxelles, 1991.
8. **SHAFER, G.** : *A Mathematical Theory of Evidence* Princeton Univ. Press, 1976
9. **YAGER, R.R.**: *An approach to Inference in Approximate Reasoning.* In: Int.J. Man- Machine Studies, vol.13, 1980, pp.323-338.
10. **ZADEH, L.A.**: *Fuzzy Sets.* In: Inform. Control, vol.8, 1965,pp.338-353.
11. **ZADEH, L.A.**: *Similarity Relations and Fuzzy Orderings.* In: Inform. Sci., vol.3, pp.177-200, 1971.
12. **ZADEH, L.A.**:*A Theory of Approximate Reasoning*, Machine Intelligence, vol.9, 1977, pp.149-194.
13. **ZADEH L.A.**: *Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibilit.*,In: Fuzzy Sets Syst., vol.1, nr.1, 1978.
14. **ZIMMERMANN, H.J.**: *Fuzzy Sets Decision Making and Expert Systems*, Kluwer, 1987.